

7-маъруза.

Абстракт ва чекланган рақамли автоматлар, Мили ва Мур автоматлари .

Режа:

1. Абстракт ва чекланган рақамли автоматлар.
2. Мили ва Мур автоматлари ва уларнинг ифодаланиши.

Электрон ҳисоблаш машиналарини лойиҳалаш жараёни унинг ишлаш жараёнларини формаллаштирилган тавсифлаш имконини берувчи махсус математик аппаратни қўллашни тақозо этади. Бу математик аппарат сифатида чекланган рақамли автоматлар назарияси хизмат қилади.

Рақамли автомат деганда, узлукли Ахборотнинг қабул қилиниши, сақланиши ва бирор-бир алгоритм асосида ишланишини таъминловчи қурилма тушунилади. Умуман, автоматлар сифатида амалий қурилмалар билан бир қаторда абстракт тизимлар (эксперт тизимлари, аксиоматик назариялар ва ҳ.) тушунилиши мумкин. Демак, Ахборотни қайта ишлайдиган ҳар қандай қурилма автомат деб аталиши мумкин. Бундай қурилма Ахборотни қабул қилувчи ва узатувчи каналларга, ҳамда муайян структурали қайта ишловчи қисмларга эгадир. Автоматлар назариясини ўзлаштириш учун аввало улар қайта ишлайдиган Ахборотни ифода қила билишимиз керак. Бизга маълумки, инсон йиғилган Ахборотни бошқаларга етказиш учун оғзаки нутқ билан бирга ёзувдан ҳам фойдаланади, яъни бирор алфавитдаги ҳарфлар билан бирга тиниш белгилари, рақамлар ва бошқалар ёрдамида ўз фикрларини ёзилган мақола, асар ва ҳ. сифатида ифодалайди. Худди шундай, абстракт ифодалаш автоматлар назарияси асосини ташкил этади.

Автоматлар назариясида **абстракт алфавит** сифатида ихтиёрий объектлар мажмуаси тушунилади. Бу объектлар алфавитнинг **ҳарфлари** деб аталади. Алфавитнинг **сўзи** деб, алфавит ҳарфларининг ихтиёрий равишда тартибга солинган чекланган кетма-кетлигига айтилади. Сўз узунлиги сифатида сўздаги ҳарфлар сони тушунилади.

Автоматлар назариясининг асосий масалаларидан бири, бир хил ёки ҳар хил алфавитларда тузилган сўзларнинг бирини иккинчисига акслантириш ҳисобланади ва у ўтиш қоидаларининг тизимси ёрдамида амалга оширилади. Ўтиш қоидалари чекли миқдордаги бажариладиган амаллардан иборат бўлиши мумкин.

Автоматларда алфавитли акслантириш (оператор) тушунчаси кенг қўлланилади. **Алфавитли оператор** деб, бирор алфавитдаги сўзларни шу ёки бошқа алфавитдаги сўзларга мос қўювчи ҳар қандай функцияга айтилади. Шу операторнинг **кириш йўли алфавити** деб биринчи алфавитга, чиқиш йўли алфавити деб, иккинчисига айтилади.

Фараз қилайлик A_1 алфавитида тузилган L сўз F оператор ёрдамида A_2 алфавитида тузилган K сўзга акслантирилган бўлсин, яъни

$$K=F(L)$$

Агар бу акслантириш бирор автоматда амалга оширилатган бўлса, у ҳолда F оператор автоматнинг ҳатти-ҳаракати ва функционал ҳолатини кўрсатади.

Автоматлар назарияси иккига, яъни абстракт ва структуравий назарияларга бўлинади.

Абстракт автоматлар назарияси автоматнинг тузилиши ва қуриш усулларини эътиборга олмаган ҳолда, ташқи муҳит таъсирида ҳолатининг ўзгариши ва амалга оширадиган функцияларини ўрганади. Бошқача айтганда, автоматларнинг абстракт назарияси мазмуни жиҳатидан алгоритмлар назариясига яқин бўлиб, уни батафсилроқ ўрганиш имконини беради.

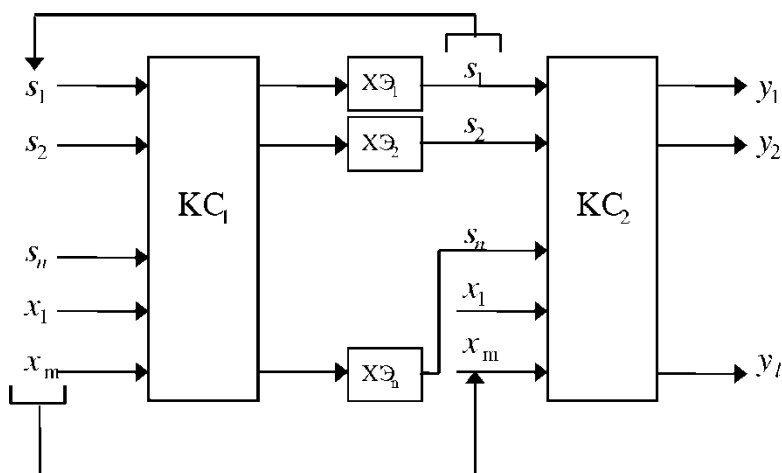
Автоматларнинг ички структурасини текшириш, қуриш усулларини ўрганиш, кириш йўли таъсирларини ва автоматнинг уларга бўлган реакциясини кодлаш масалалари автоматларнинг структуравий назариясида ўрганилади. Умуман, структуравий назария абстракт назариянинг ривожлантирилиши ва давомидир. Структуравий назария мантиқий функциялар аппарати ва автоматларнинг абстракт назариясига таянган ҳолда ҳисоблаш техникаси қурилмаларини яратишда самарали тавсиялар беради.

Автоматлар назарияси бевосита анализ ва синтез масалалари билан боғлиқдир. Автоматларнинг анализида автомат берилган бўлиб, шу автомат амалга оширадиган функцияни аниқлаш талаб қилинади. Автоматларни синтезлашда эса, аксинча, автомат амалга оширувчи функция ёки функциялар тизимси берилган бўлиб, уларни, берилган шартларни қаноатлантирган ҳолда амалга оширувчи автоматни қуриш талаб қилинади.

Автоматлар яна икки - хотирали ва хотирасиз гуруҳларга бўлинади. Амалда хотирасиз автоматлар сифатида мураккаб бўлмаган автоматлар, хусусан, комбинацион схемалар (КС) тушунилади.

Хотирали автоматлар комбинацион схемалардан фарқли равишда мураккаб тузилишга эга бўлиб, чекланган сондаги турли ички ҳолатларни эслаб қолувчи хотира блокани (ХБ) ўз ичига олади.

Хотирали автоматнинг структуравий схемаси 9.1-расмда тасвирланган. ХБ хотира элементларидан (ХЭ) ташкил топган бўлади. ХЭ сони автомат ички ҳолатларининг сонига тенг.



9.1-расм.

Умуман, абстракт рақамли автомат бешта $\langle X, S, Y, \varphi, \lambda \rangle$ объектларнинг мажмуаси билан аниқланади. Бу ерда:

$X = \{x_i\}$, $i \in \overline{1, m}$ - автоматнинг кириш йўли сигналлари тўплами (автоматнинг кириш йўли алфавити);

$S = \{s_j\}$, $j \in \overline{1, n}$ - автоматнинг ҳолатлари тўплами (автоматнинг ҳолатлари алфавити);

$Y = \{y_k\}$, $k \in \overline{1, l}$ - автоматнинг чиқиш йўли сигналлари тўплами (автоматнинг чиқиш йўли алфавити);

φ - декарт тўпламлар кўпайтмасининг $\{X \times S\}$ ихтиёрий элементлари жуфтлигига мос келувчи S тўпламининг элементини кўрсатувчи, яъни $(X \times S) \rightarrow S$ акслантиришни ифодаловчи, автоматнинг ўтиш функцияси;

λ - $(X \times S) \rightarrow Y$, ёки $S \rightarrow Y$ акслантиришни ифодаловчи, автоматнинг чиқиш йўли функцияси;

Ўтиш функцияси φ , автомат бирор $s_i \in S$ ҳолатдан кириш йўли сигнали $x_j \in X$ пайдо бўлганда бошқа бирор $s_p \in S$ ҳолатга ўтишини кўрсатади. Буни қуйидаги ифода билан ёзиш мумкин:

$$s_p = \varphi(s_i, x_j).$$

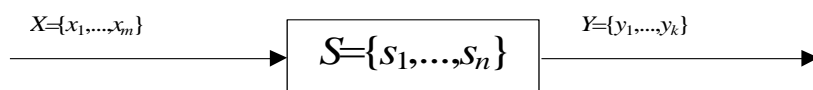
Шунингдек, $(X \times S) \rightarrow Y$ акслантиришни берувчи чиқиш йўли функцияси λ , бирор бир $s_i \in S$ ҳолатда бўлган автомат, кириш йўли сигнали $x_j \in X$ таъсирида чиқиш йўли сигнали $y_k \in Y$ ни ҳосил қилишини кўрсатади. Буни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$y_k = \lambda(s_i, x_j).$$

Абстракт автомат чекли деб аталади, агарда унинг X, S, Y тўпламлари чекланган бўлса.

Агарда φ ва λ функцияларнинг аниқланиш соҳаси $(X \times S)$ тўплами билан мос келса, абстракт автомат тўлиқ аниқланган деб аталади.

Абстракт автомат умумий ҳолда (9.2-расм) битта кириш ва битта чиқиш йўлига эга бўлади.



9.2-расм. Абстракт автоматнинг умумий тасвирланиши.

Автомат ҳолатлари тўпламидан махсус бошланғич ҳолати $s_0 \in S$ ажратилса, автомат ундовчи деб аталади, яъни ундовчи абстракт автомат олтига $\langle X, S, Y, \varphi, \lambda, s_0 \rangle$ объектларнинг мажмуаси орқали аниқланади. S тўпланда s_0 бошланғич ҳолатнинг ажратилиши кўпинча автомат ишлашининг бошланишини қайдлашда қўл келади.

Ҳар қандай $t=0,1,2,\dots$ узлукли (дискрет) вақт онларида автомат S ҳолатлар тўпламига тегишли бўлган бирор $s(t)$ ҳолатида бўлади. Бошланғич $t=0$ онда автомат ҳар доим бошланғич $s(0)=s_0$ ҳолатда бўлади. Ихтиёрий t вақтда автомат $s(t)$ ҳолатда бўлганда у кириш йўли орқали $x(t) \in X$ сигнални қабул қилиб, чиқиш йўлида $y(t)=\lambda(s(t), x(t))$ ҳолатига ўтади. Шундай қилиб, автоматнинг ишлаши бирор кириш йўли алфавити сўзларнинг тўпламини чиқиш йўли алфавити сўзлари тўпламига акслантиришдан иборат. Бир хил акслантиришни амалга оширувчи автоматлар **эквивалент автоматлар** деб аталади.

Ҳар қандай автомат ўзининг кириш йўли, чиқиш йўли ва ҳолатлари тўплами элементларининг рўйхати ҳамда матрица, граф ёки аналитик шакллардаги ўтиш ва чиқиш йўли функциялари билан берилиши мумкин.

Матрица усулида автомат иккита жадвал (ўтиш ва чиқиш йўли жадваллари) ёки боғланишлар матрицаси орқали берилиши мумкин. Ўтиш жадвалида автоматнинг ўтиш функциясини аниқловчи акслантириш, яъни $(X \times S) \rightarrow S$ берилади. Чиқиш йўли жадвалида эса автоматнинг турига қараб чиқиш йўли функциясини аниқловчи $(X \times S) \rightarrow Y$ ёки $S \rightarrow Y$ акслантириш берилади.

Ихтиёрий автоматнинг ўтиш жадвали қуйидагича қурилади. Жадвалнинг устунлари автоматнинг кириш йўли алфавитлари ҳарфлари билан белгиланади, жадвалнинг қаторлари эса ҳолатлар алфавитининг ҳарфлари билан белгиланади. Кириш йўли сигнали x_j билан белгиланган устун ва s_i ҳолат орқали белгиланган қаторнинг кесишишган катагига автоматни s_i ҳолатдан x_j кириш йўли сигнали таъсирида содир бўлган мос ўтиш s_k ҳолати белгиланади. Бу қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$s_k = \varphi(s_i, x_j).$$

Ўтиш жадвалига мисол сифатида ихтиёрий кириш йўли $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ ва ҳолат $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ алфавитларига эга бўлган тўлиқ аниқланган абстракт автоматнинг жадвалини келтиришимиз мумкин (9.1-жадвал).

9.1-жадвал

Ҳолатлар	Кириш йўли сигналлари		
	x_1	x_2	x_3
s_1	s_1	s_2	s_1
s_2	s_3	s_4	s_2
s_3	s_3	s_1	s_4
s_4	s_3	s_1	s_2

Агар автомат тўлиқ аниқланмаган, яъни кириш йўли сигнали x_j таъсирида s_i ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтиши аниқланмаган бўлса, у ҳолда

кириш йўли сигнали x_j билан белгиланган устун ва s_i ҳолат билан белгиланган қаторнинг кесишган катагига чизикча қўйилади. Бошқа катакларни тўлдириш шу тарзда амалга оширилади.

Чиқиш йўли жадвали автоматнинг турига қараб қуйидаги икки усули билан қурилиши мумкин:

1. Биринчи усулга биноан чиқиш йўли жадвалининг катагига, яъни кириш йўли сигнали x_j билан белгиланган устун ва s_i ҳолат билан белгиланган қаторнинг кесишган катагига мос чиқиш йўли сигнали y_k қўйилади. Демак, бу усул ихтиёрий s_i ҳолатда кириш йўли сигнали x_j таъсирида $y_k = \lambda(s_i, x_j)$ ифода билан аниқланувчи чиқиш йўли сигналини ҳосил қилувчи автоматлар туркумининг чиқиш йўли жадвалини қуриш имконини беради. Чиқиш йўли жадвалига мисол сифатида $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ва $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ алфавитлари билан тўлиқ аниқланган ихтиёрий абстракт автоматнинг жадвалини келтиришимиз мумкин (9.2-жадвал).

9.2-жадвал

Ҳолатлар	Кириш йўли сигналлари		
	x_1	x_2	x_3
s_1	y_1	y_1	y_2
s_2	y_3	y_3	y_3
s_3	y_2	y_1	y_3
s_4	y_2	y_1	y_3

2. Иккинчи усул жуда содда усул бўлиб, унда чиқиш йўли жадвалини қуриш учун тўлиқ аниқланган автоматнинг ҳар бир ҳолатига мос ўз чиқиш йўли сигнали ёзилади. Бу туркумдаги автоматларнинг чиқиш йўли жадвалига мисол сифатида қуйидаги $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ҳолатлар ва $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ чиқиш йўли алфавитларига эга бўлган ихтиёрий абстракт автоматнинг жадвалини келтиришимиз мумкин (9.3-жадвал).

9.3 - жадвал.

Ҳолатлар	Чиқиш йўли сигналлари
s_1	y_1
s_2	y_1
s_3	y_2
s_4	y_3

Агарда автоматлар тўлиқ бўлмаган (қисмий) автоматлар бўлса, у ҳолда уларнинг чиқиш йўли жадвалларида баъзи чиқиш йўли сигналларининг йўқлигини кўрсатувчи катакларда чизикчалар бўлиши мумкин.

Амалда автоматнинг ўтиш ва чиқиш йўли жадваллари аксарият ҳолларда ўтишларнинг белгиланган жадвали деб аталувчи битта жадвал билан алмаштирилиши мумкин. Тўлиқ аниқланган ихтиёрий абстракт автомат учун ўтишларнинг белгиланган жадвали қуйидаги кўринишга эга (9.4-жадвал).

9.4-жадвал.

Ҳолатлар	Кириш йўли сигналлари		
	x_1	x_2	x_3
s_1	s_1/y_1	s_2/y_1	s_1/y_2
s_2	s_3/y_3	s_4/y_3	s_2/y_3
s_3	s_3/y_2	s_1/y_1	s_4/y_3
s_4	s_3/y_2	s_1/y_1	s_2/y_3

Абстракт автоматлар боғланиш матрицалари орқали ҳам ифодаланиши мумкин. Ихтиёрий автоматнинг боғланиш матрицаси кўрилатган автомат қанча ҳолатга эга бўлса, шунча устунлардан (қаторлардан) ташкил топган квадрат матрицадан иборат бўлади.

Боғланиш матрицасининг ҳар бир устуни (қатори) автомат ҳолатининг ҳарфи билан белгиланади. Агар автомат ундовчи бўлса, яъни s_0 бошланғич ҳолатига эга бўлса, у ҳолда чап томондаги биринчи устун ва юқоридаги биринчи қатор автоматнинг бошланғич ҳолатининг ҳарфи s_0 билан белгиланади. Автоматнинг боғланиш матрицасидаги s_j ҳолат билан белгиланган устуннинг s_i ҳолат билан белгиланган қатор билан кесишган катагига автоматнинг s_j ҳолатдан s_i ҳолатга ўтишини таъминловчи кириш йўли сигнали x_p (ёки кириш йўли сигналларининг дизъюнкцияси) ёзилади. Баъзи турдаги автоматлар учун кириш йўли сигнали x_p билан шу автомат $s_j = \varphi(s_i, x_p)$ ўтишини бажаришда шаклланган чиқиш йўли сигнали y_k ҳам қавс ичида кўрсатилади. 9.4-жадвалдаги ихтиёрий абстракт автоматнинг боғланиш матрицаси 9.3-расмда келтирилган.

	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	$x_1(y_1) \vee x_3(y_2)$	$x_2(y_1)$	-	-
s_2	-	$x_3(y_3)$	$x_1(y_3)$	$x_2(y_3)$
s_3	$x_2(y_1)$	-	$x_1(y_2)$	$x_3(y_3)$
s_4	$x_2(y_1)$	$x_3(y_3)$	$x_1(y_2)$	-

9.3-расм. Абстракт автоматнинг боғланиш матрицаси

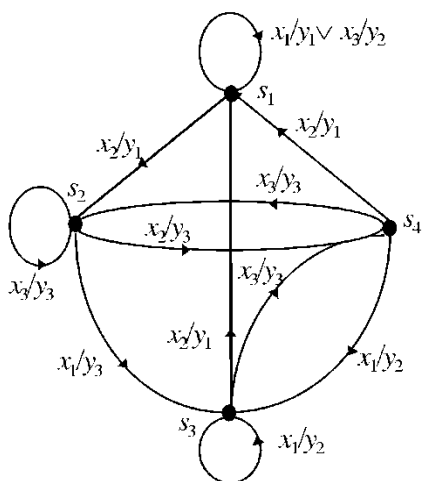
Автоматларни график усулда ифодалаш учун йўналтирилган графлар ишлатилади. Бунда автомат ҳолатлари граф учлари орқали, ҳолатлар ўртасидаги ўзаро ўтишлар мос учларни бирлаштирувчи ёйлар билан тасвирланади. Графнинг ҳар бир ёйига шу ўтишнинг амалга оширилишини таъминловчи кириш йўли сигнали x_i ҳарфи, ҳар бир учига эса автоматнинг ҳолатига мос келувчи s_i ҳарфи ёзилади. Баъзи турдаги автоматларни ифодалашда граф ёйларига кириш йўли сигнали билан бир қаторда чиқиш йўли сигнали y_i ҳам ёзилади. Юқорида баён этилган автомат турларининг граф орқали берилишига мисол сифатида 9.4- ва 9.5-расмларда келтирилган графларни кўрсатиш мумкин.

Абстракт автоматларни аналитик усулда ифодалашда $\{X, S, Y, F\}$ тўртлиги қўлланилади. Бу ерда F автоматнинг ҳар бир $s_i \in S$ ҳолатига тегишли $(X \times S) \rightarrow (S \times Y)$ акслантиришни беради. Бошқача айтганда, автоматларни аналитик усулда ифодалашда автоматнинг ҳар бир s_i ҳолатига тўғри келувчи, автоматнинг x_k кириш йўли сигнали таъсирида s_i ҳолатдан s_j ҳолатга ўтказувчи, шу билан бирга y_p чиқиш йўли сигналани ҳосил қилувчи s_j, x_k, y_p учлик тўпламларидан иборат бўлган F_{s_i} акслантириш кўрсатилади. Абстракт автоматнинг умумий таърифига биноан ушбу акслантириш φ ва λ функцияларининг қуйидаги ифодаларга мос тавсифи билан бир маънога эга:

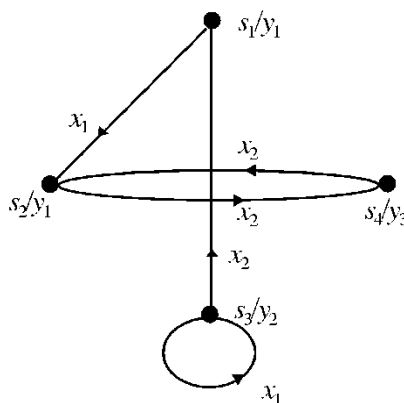
$$s_i = \varphi(s_i, x_k); \quad y_p = \lambda(s_i, x_k).$$

Автоматларнинг берилиш усуллари кўрганимизда келтирилган мисоллар икки турдаги автоматлар учун берилган. Амалда чиқиш йўли функциясини шакллантириш усулига қараб абстракт автоматларни 3 турга ажратиш мумкин: Мили, Мур ва С.

Мили абстракт автоматда λ чиқиш йўли функцияси $(X \times S) \rightarrow Y$ акслантиришни беради. Мур абстракт автоматда эса λ чиқиш йўли функцияси $S \rightarrow Y$ акслантиришни беради. С абстракт автоматда чиқиш йўли функциялари λ_1 ва λ_2 мос равишда $(X \times S) \rightarrow Y_1$ ва $S \rightarrow Y_2$ акслантиришларни беради

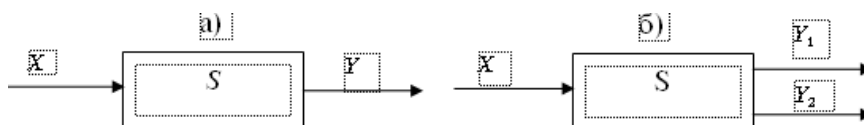


9.4-расм. Мили автоматининг графи.



9.5-расм. Мур автоматининг графи.

Ихтиёрий Мур ёки Мили автомати битта кириш йўли ва битта чиқиш йўлига эга (9.6-расм, а). С автомати битта кириш йўли ва иккита чиқиш йўлига эга (9.6-расм, б).



9.6-расм. Мур, Мили (а) ва С автоматларининг (б) шартли тасвирланиши.

Абстракт автоматлар юқорида берилган таърифларга биноан қуйидаги тенгламалар тизимлари билан характерланади:

Мили автомату

$$\begin{aligned} y(t) &= \lambda[s(t), x(t)], \\ s(t+1) &= \varphi[s(t), x(t)]. \end{aligned} \quad (9.1)$$

Мур автомату

$$\begin{aligned} y(t) &= \lambda[s(t),], \\ s(t+1) &= \varphi[s(t), x(t)]. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Эквивалент автоматларнинг бирини иккинчисига ўзгартириш мумкинлигини ҳисобга олиб, Мур автоматини унга эквивалент бўлган Мили автоматуга график усулда ўзгартиришни кўрайлик. Ўзгартириш Мур автомату s_j ҳолатида шакллантирган чиқиш йўли сигнали y_p ни s_j учга кираётган ёйга кўчиришдан иборатдир. Матрица усули ёрдамида ифодаланган Мили автоматунинг ўтишлар жадвали Мур автоматунинг ўтишлар жадвалига мос. Мили автоматунинг чиқиш йўли жадвали эса ўзининг ўтиш жадвалидаги кириш йўли сигнали x_R билан белгиланган устун ва s_i қатор кесишган катакдаги s_j ҳолатни шу шакллантирилган y_p чиқиш йўли сигналига алмаштириш билан ҳосил қилинади.

Таянч иборалар

Рақамли автомат, абстракт автоматлар назарияси, абстракт алфавит, алфавитли оператор, кириш йўли алфавити, чиқиш йўли алфавити, автомат ҳолатлари алфавити, автоматнинг кириш сигналлари тўплами, автоматнинг чиқиш йўли сигналлари тўплами, автоматнинг ҳолатлари тўплами, , автомат берилишини матрица усули, автоматни графи, ўтиш жадвали, чиқиш йўли жадвали, хотирали автомат, боғланиш матрицаси, Мили автомату, Мур автомату.

Назорат саволлари

1. Абстракт рақамли автомат нима?
2. Автоматларда алфавитни акслантиришни изоҳланг.
3. Абстракт рақамли автомат объектлари мажмуасини санаб ўтинг.
4. Ўтиш ва чиқиш йўли жадваллари нима?
5. Автоматларнинг берилиш усуллари санаб ўтинг