# 11-MAVZU: EKSPERIMENT NATIJALARI ASOSIDA OPTIMAL YECHIMLARNI ANIQLASH.

# LECTURE 11. DETERMINATION OF OPTIMAL SOLUTIONS BASED ON EXPERIMENT RESULTS

**Reja:**

1. **Operatsiyalar tadqiqotining asosiy bosqichlari.**
2. **Matematik modelni tanlash.**
3. **Matematik modelni adekvatlikka tekshirish.**
4. **Matematik model regressiya tenglamasi bilan berilganda optimal yechimni aniqlash**
5. **Regressiya tenglamasi yordamida ifodalangan matematik modellarni diskriminatsiyalash**
6. **Olingan regressiya tenglamalari asosida optimal yechimlarni aniqlash**

**Tayanch iboralar:**

*Operatsiya, matematik model, regressiya tenglamasi, modelni adekvatligi, modellarni diskriminatsiyalash, differentsial tenglamalar, regression taxlil, korrelyatsion taxlil, ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi, ko'rsatkichlar ierarxiyasi, algoritm tuzish, kvadratik model, ko'rsatkichli model, darajali model, giperbolik model, logarifmik model.*

**Ma'ruza maqsadi:** Izlanishlarni olib borish jarayonidaolingan natijalarni optimal yechimlarini topish usullari o`rganiladi.

## 1. OPERATSIYALAR TADQIQOTINING ASOSIY BOSQICHLARI

Har qanday operatsiyaning tadqiqoti ushbu bosqichlardan iborat bo'ladi [1]:

- buyurtmachi nuqtai nazaridan masalaning qo'yilishi;

- matematik modelni tanlash;
- tanlangan matematik model uchun algoritm tuzish;
- matematik modelni adekvatlikka tekshirish;
- yechimni amaliyotda yo'lga qo'yish.

Bu bosqichlarning har birini ketma-ket ko'rib chiqamiz.

***Masalaning qo'yilishi.***

Dastavval masala buyurtmachining nuqtai nazari bo'yicha so'z bilan shakllanadi. Bu bosqichda masalani yechishda hisobga olinishi lozim bo'lgan shartlar va cheklanishlar aniqlanadi, shuningdek tekshirilayotgan xodisa yoki jarayonning sifat taxlili o'tkaziladi. Ba'zi xollarda masalani aniqlashtirish uchun statistik kuzatuvlar o'tkazilishi, ya'ni operatsion tadqiqot qilishi kerak bo'lgan jarayon haqida ma'lumot to'planishi mumkin. Tizim ishlashining o'tgan davrlari va xozirgi vaqtini ifodalovchi ma'lumotlar to'planadi. Masalaning qo'yilishi bosqichida qo'yilgan masalani yechish mumkinligi ham aniqlab olinadi, ya'ni masalani yechishning umuman mumkinligi haqida tadqiqot o'tkaziladi [2].

## 2. MATEMATIK MODELNI TANLASH.

Aniq tizimlar ishlash jarayonining murakkabligi va xilma-xilligi ular uchun mutlaqo adekvat matematik model tuzishga imkon bermaydi. SHuning uchun matematik modellar tuzayotganda barcha ikkinchi darajali omillarni tashlab yuboriladi va faqat asosiy aniqlovchi omillar koldiriladi. Bu matematik model haqiqiy xodisaga o'xshash bo'lib uning faqat asosiy xossalarini qamrab oluvchi ekanligini anglatadi [3].

Matematik modellar oldindan aniqlashning asosi hisoblanadi va demak, shunday ekan, tekshirilayotgan jarayonni optimal boshqarishning ham asosi bo'ladi.

Echilayotgan masalaning sharoitlari va tabiatiga boђliq holda turli ko'rinishdagi matematik modellar va modellashning ko'psonli usullari qo'llanishi mumkin. Quyida operatsiyalar tadqiqotining masalalarini yechishda ishlatilishi mumkin bo'lgan matematik modellarning qisqacha spektri berilgan.

1. Fizikaviy modellashga javob beruvchi modellar.
2. Analog EHM yordamida olinadigan modellar.
3. Regression va korrelyatsion taxlil yordamida EHM da yechib olinadigan modellar.
4. Jadval-matritsa yordamida beriladigan modellar.
5. Differentsial tenglamalar yordamida beriladigan modellar.
6. CHiziqli, dinamik va boshqa turdagi rejalashtirish yordamida olinadigan modellar.
7. Tasodifiy jarayonlar nazariyasining asosiy nizomlarini qo'llash asosida olinadigan modellar.
8. Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi asosida olinadigan modellar.
9. Imitatsion modellashning modellari.
10. Ekspertlarning baholari asosida olinadigan va boshka modellar.

Eng umumiy ko'rinishda matematik model operatsiyalar samaradorlik mezonining $\vec{Y}$ tashqi boshqarilmaydigan omillardan, $\vec{Z}$ tizimning ichki tuzi-lishidan, $\vec{X}$ tekshirilayotgan jarayonni boshqarish bo'yicha $g_i(Y,Z,X)=b_i(i=1,2,3,...n)$ cheklanishlarda qabul qilingan qarordan iborat bo'ladi [4].

$$\vec{W}=f(\vec{Y},\vec{Z},\vec{X})$$

Bu yerda:

$\vec{W}$ - operatsiyaning samaradorlik mezoni, optimallash parametri, maqsad funktsiyasi va shunga o'xshashlar;

$\vec{Y}$ - tizimning tashqi boshqarilmaydigan omillar vektori;

$\vec{Z}$ - tizim tuzilishining ichki parametrlari vektori;

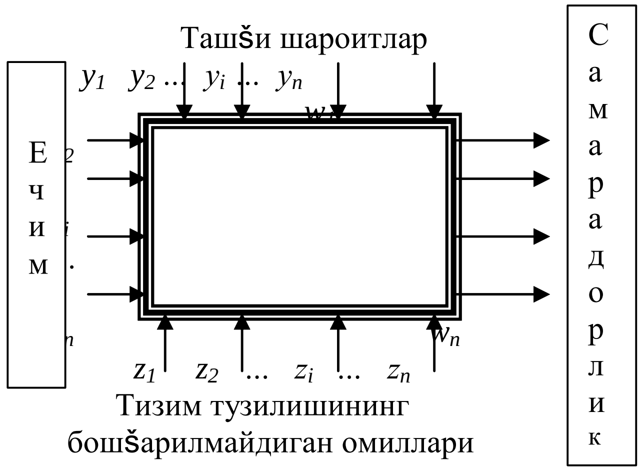
$\vec{X}$ - tizimning boshqariluvchi omillari vektori;

$g_i$- $i$ - o'zgaruvchi bo'yicha cheklanishlar funktsiyasi;

$b_i$- $i$ - o'zgaruvchi bo'yicha cheklanishlar kattaligi.

Tashqi sharoitlar $\vec{Y}$ tizimning ish faoliyati kechadigan ob’ektiv borliq, muhit tabiatidan iborat bo’ladi. Masalan, yil fasli, sutka vaqti, tadqiqot ob’ektining geografik joylashuvi, talab va taklif va xokazo. Tashqi sharoitlarning o’zgarib borishi tizimning dreyfi deb ataladi.

Tizim tuzilishining boshqarilmaydigan qismi $\vec{Z}$, avtomobil yoki traktor detallarini ishlab chiqarishda zamonaviy dastgohlarning sifati (ish unumdorligi, aniqligi, materiallar sifati va boshqalar) shu kunning masalalarini yechish jarayonida o’zgarmas bo’lib qoladi. SHu bilan bir qatorda maxsulot sifatini oshirish, demak-ki, dastgohlar sifatini, materiallar sifatini oshirish o’z dolzarbligini yo’qotmaydi. Bu esa bugungi masalalarni yechishda boshqarilmaydigan omillar kelajakdagi ba’zi masalalarni yechishda boshqariladigan bo’lishini bildiradi.




1-rasm. Tadqiqot ob’ektining sxematik tasviri.

Tizim tuzilishining boshqariladigan qismi $\vec{X}$ bo’lib masalani yechish jarayonida bizning istagimiz bo’yicha o’zgartirilishi mumkin bo’lgan parametrlar hisoblanadi. Tizim tuzilishining boshqariluvchi parametrlarini $\vec{X}$ ye***chimlar*** yoki ***strategiyalar*** deb ataladi.

Tekshirilayotgan xodisa yoki jarayonning sxemasi grafik tarzda "qora yashik" ko’rinishida ko’rsatilishi mumkin (1-rasm).

Murakkab texnik va iqtisodiy tizimlar tadqiqotida ushbu holatlar bilan boђliq qator qiyinchiliklar kelib chiqadi:

- tashqi muhitning ba’zi parametrlari axborot to’liq bo’lmagani uchun o’zgarishi mumkin emas. Masalan, yer usti transport tizimlarini ishlashini tahlil qilishda yo’llarning sifatini, zarur ehtiyot qismlar mavjudligini oldindan bashorat qilishga har doim erishib bo’lmaydi. Tashqi muhit holatini hozirgi vaqt uchun baholashdagi noaniqlik uning kelajakdagi holatini baholashda yanada katta noaniqlik keltirib chiqaradi. Bundan tashqari, tizimning ishlash jarayonida tashqi muhit parametrlari oldindan aytib bo’lmaydigan tarzda o’zgarishi mumkin;
- tizim tuzilishining sonli parametrlari odatda o’lchash vositalari va tashqi halaqitlar "shovqini" bilan boђliq hatoliklar bilan baholanadi;
- ko’pincha tizim o’zgaruvchan tuzilishga ega bo’ladi. Masalan, avtomobil konstruktsiyasi to’xtovsiz takomillashtirib boriladi: benzin motori gazogenerator yoki elektr motor bilan almashtirilishi mumkin. Bunga o’xshash o’zgarishlar osmada, kuzov tuzilishida va boshqa agregatlarda ham bo’lishi mumkin;
- nihoyat, texnik va iqtisodiy tizimlarning ishlash samaradorligi odatda ko’rsatkichlar ierarxiyasi bilan tavsiflanadi. Yuqori bosqich ko’rsatkichlari pastroq bosqich ko’rsatkichlariga boђliq bo’ladi, ular esa o’z navbatida ierarxiyaning yanada pastroq bosqichi ko’rsatkichlariga boђliq bo’ladi.

Murakkab tizimlar tadqiqotida masalalar ikki ko’rinishga bo’linishi mumkin [5]:

1) taxlil (analiz) masalalari, bunda berilgan $\vec{Y}, \vec{Z}, \vec{X}$ qiymatlarida tizimning ishlash samaradorligi $\vec{W}$ aniqlanadi;

2) sintez masalalari, bunda berilgan $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ va $\vec{W}$ qiymatlarida optimal strategiya vektori $\vec{X}$ aniqlanadi yoki berilgan $\vec{Y}$, $\vec{X}$ va $\vec{W}$ qiymatlarida tizimning optimal tuzilishi vektori $\vec{Z}$ aniqlanadi

$$\vec{X} = \varphi\left(\vec{Y}, \vec{Z}, \vec{W}\right) \text{ ёки } \vec{Z} = \varphi\left(\vec{Y}, \vec{X}, \vec{W}\right).$$

*Tanlangan matematik model uchun algoritm tuzish.*

Matematik model turini tanlab olgandan va barcha ikkinchi darajali omillarni tashlab yuborib, tadqiq qilinayotgan jarayonni formallashtirish bo'lgandan so'ng model tenglamalar, grafiklar, sxemalar va shunga o'xshash ko'rinishda ifodalanadi. Ko'rsatilgan formallashgan matematik modelni jarayonning algoritmi deb ataladi. Odatda olingan algoritm yordamida masalani yechish E¥M da amalga oshiriladi. Buning uchun olingan algoritmni operatorli blok-sxema ko'rinishiga keltiriladi. Keyin masalani yechish uchun mashina tillaridan birida (BEYSIK, RASKAL va xokazo) kompyuter uchun dastur tuziladi [6].

## 3. MATEMATIK MODELNI ADEKVATLIKKA TEKSHIRISH.

Matematik modelni adekvatligini baholash nihoyatda muhim masala hisoblanadi. Bu muammo yetarlicha murakkab, chunki u ko'plab mantiqiy, amaliy va statistik masalalar bilan boђlangan. SHaroitdan kelib chiqib modelni adekvatlikka tekshirish masalan, quyidagi usullar yordamida bajarilishi mumkin:

- model yordamida olingan chiqish natijalarini o'tgan vaqt oraliђida amaliyotda olingan, agar ular mavjud bo'lsa, o'xshash natijalar bilan taqqoslab (amaliyot-haqiqat mezoni);
- adekvatlikni statistik usullar bilan tekshirish, masalan, Fisher, Stьyudent va hokazo mezonlari yordamida.

Natijalar mos kelmagan taqdirda model taxrir qilinib, tuzatish kiritiladi.

***Echimni amaliyotda yo'lga qo'yish.***

Matematik model tuzilib, uni adekvatlikka tekshirish va taxrir qilingandan so'ng qo'yilgan masalani yechishga kirishiladi. Yechim natijalari haqida buyurtmachiga habar beriladi. Tajriba ko'rsatishicha, operatsion masalani yaxshi tanlangan matematik model asosida yechishda tadqiqot qilinayotgan tizimni ishlash samaradorligi bo'yicha ancha yutuq olinadi.

## 4. MATEMATIK MODEL REGRESSIYA TENGLAMASI BILAN BERILGANDA OPTIMAL YECHIMNI ANIQLASH.

***Regressiya tenglamalari bilan yozilgan matematik modellarning turlari***

Statistik usullar ishlatilganda matematik modellar ko'pincha regressiya tenglamalari deb ataluvchi quyidagi boђlanishlar ko'rinishida tasvirlanadi [7].

Ko'p omilli chiziqli model

$$\widehat{Y} = B_0 x_0 + B_1 x_1 + \cdots + B_n x_n = \sum_{i=1}^{n} B_i x_i \quad ,$$

bu yerda: $\widehat{Y}$ - otklik funktsiyasi, optimallash parametri (tajriba ma'lumotlariga ishlov berish asosida olinadigan hisoblangan qiymat);

$x_i$ - otklik funktsiyasiga ta'sir ko'rsatuvchi omillar;

$B_i$ - omillardagi koeffitsientlar.

Ko'p omilli kvadratik model

$$\widehat{Y} = \sum_{i=1}^{n} B_i x_i + \sum_{i=1}^{n} B_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j} B_{ij} x_i x_j \ .$$

Ko'p omilli ko'rsatkichli model

$$\widehat{Y} = B_0 B_1^{x_1} \cdot B_2^{x_2} \cdots B_n^{x_n} \, .$$

Ko'p omilli darajali model

$$\widehat{Y} = B_0 (x_1)^{B_1} \cdot (x_2)^{B_2} \cdots (x_n)^{B_n}$$

Giperbolik model

$$\widehat{Y} = \frac{1}{B_0 + \sum_{i=1}^{n} B_i x_i}$$

Logarifmik model

$$\widehat{Y} = B_0 x_0 + \sum_{i=1}^{n} B_i \lg x_i \,.$$

Tsikllik model

$$\widehat{Y} = \frac{B_0}{2} + \sum_{i=1}^{n} A_i \cos(\omega x) + B_i \sin(\omega x)$$

¥aqiqiy jarayonda doimo boshqarilmaydigan va nazorat qilinmaydigan o’zgaruvchilar mavjud bo’lgani sababli $\widehat{Y}$ kattalikning o’zgarishi tasodifiy bo’ladi. Bu tajriba ma’lumotlariga ishlov berish natijasida olingan tanlanmaning $B_1$, $B_2$, ... , $B_n$ koeffitsientlari regressiya tenglamasining haqiqiy koeffitsientlarini baholash uchun xizmat qilishini bildiradi.

Odatda regressiya tenglamasining tanlanma koeffitsientlarini hisoblashda eng kichik kvadratlar usuli qo’llaniladi.

## 5. REGRESSIYA TENGLAMASI YORDAMIDA IFODALANGAN MATEMATIK MODELLARNI DISKRIMINATSIYALASH

Regressiya tenglamalari yordamida ifodalangan matematik modellar ichidan eng to’ђri keladiganini tanlab olish muhim vazifa hisoblanadi. Bu masala diskriminatsiya, ya’ni yomonlarini tashlab yuborib, yaxshi modellarni tanlash yo’li bilan yechiladi. Matematik modellarni diskriminatsiyalash masalasini yechishga ushbu tarzda kirishiladi. Avvalo regressiya tenglamalarining har biri uchun approksimatsiya hatoligi ushbu formula bilan hisoblanadi [8]

$$S\{Y\}_{\text{аппр}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{i\ \text{тажриба}} - Y_{i\ \text{хисоб}}\right)^2}{n-d-1}} \,,$$

bu yerda: $S\{Y\}_{appr}$ - approksimatsiya xatoligi (otklik funktsiyasining hisoblangan qiymatini tajriba qiymatidan o’rtacha kvadratik chetlanishi);

$Y_{i\ tajriba}$ - otklik funktsiyasining tajriba qiymati;

$Y_{i\ xisob}$ - regressiya tenglamasining berilgan turiga javob beruvchi otklik funktsiyasining hisoblangan qiymati;

n - sinovlar soni;

d - matematik modelning e'tiborli koeffitsient-lari soni.

Baholash aralash bo'lmasligi uchun mahrajdan bir ayirib tashlanadi. SHundan keyin olingan approksimatsiya hatoliklari asosida ko'rilayotgan modellarni ketma-ket taqqoslash va diskriminatsiyalash bajariladi.

Bu ish quyidagi alternativ nisbat yordamida o'tkaziladi.

$$F_{тажр} = \frac{S^2\{Y\}_{аппркатта}}{S^2\{Y\}_{аппркичик}} = \begin{cases} \le F_{хисоб}\begin{pmatrix}\alpha \\ k_1 \\ k_2\end{pmatrix} - \textit{фарк эътиборли эмас} \\ \rangle F_{хисоб}\begin{pmatrix}\alpha \\ k_1 \\ k_2\end{pmatrix} - \textit{фарк эътиборли} \end{cases}$$

bu yerda: $F_{xisob}$ - berilgan $\alpha$ e'tiborlilik darajasi va $k_1$ katta dispersiya, hamda $k_2$ kichik dispersiya erkinlik darajasi sonlarida Fisher mezonining kritik qiymati.

***Matematik modelni adekvatlikka tekshirish***

Modellarni dikriminatsiyalash va ulardan eng yaxshisini tanlab olgandan so'ng tanlangan modelni adekvatlikka tekshirish bajariladi.

Bu ish ushbu alternativ nisbat yordamida bajariladi [9]:

$$F_{тажр} = \frac{S^2\{Y\}_{аппр}}{S^2\{Y\}_{умумий}} = \begin{cases} \le F_{крит}\begin{pmatrix}\alpha \\ k_1 = n-d \\ k_2 = N'-1\end{pmatrix} - \textit{модел адекват,} \\ \rangle F_{крит}\begin{pmatrix}\alpha \\ k_1 = n-d \\ k_2 = N'-1\end{pmatrix} - \textit{модел адекват эмас} \end{cases}$$

bu yerda: $N'$ - parallel tajribalarni hisobga olgan holda umumiy tajribalar soni.

Umumiy dispersiya ushbu formula bilan hisoblanadi:

$$S^2\{Y\}_{умумий} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{i\ тажриба} - M^*[Y]\right)^2}{n-1} \ .$$

## 6. OLINGAN REGRESSIYA TENGLAMALARI ASOSIDA OPTIMAL YECHIMLARNI ANIQLASH

Matematik modelni diskriminatsiyalash va adekvatlikka tekshirgandan so'ng, ya'ni tekshirilayotgan jarayon yoki xodisani adekvat ifodalovchi matematik model olingandan so'ng asosiy masalani yechishga, ya'ni omillarning shunday qiymatlarini aniqlashga kirishiladi-ki, bunday qiymatlarda otklik funktsiyasi eng katta (yoki eng kichik) qiymatga ega bo'ladi. Ko'rsatilgan masalani yechish tartibini bir misolda ko'rib chiqamiz. Diskriminatsiyalash va adekvatlikka tekshirishdan so'ng quyidagi turdagi matematik model olindi deb faraz qilamiz.

$$Y_{хисоб} = 10 + 8x_1 + 18x_2 - 2x_1^2 - 3x_2^2 .$$

Otklik funktsiyasi eng katta qiymatga ega bo'lgandagi $x_1$ va $x_2$ omillarning qiymatlarini aniqlash talab etiladi.

Echish. $Y_{xisob}$ funktsiyani $x_1$, $x_2$ o'zgaruvchilar bo'yicha differentsiallab va hosilani nolga tenglab ushbuni olamiz:

$$\partial y / \partial x_1 = 8 - 4x_1 = 0; \quad \partial y / \partial x_2 = 18 - 6x_2 = 0,$$

Bundan: $x_{1krit}=2$; $x_{2krit}=3$.

Bu vaqtda: $\partial^2 y / \partial x_1^2 = -4 < 0$; $\partial^2 y / \partial x_2^2 = -6 < 0$

Demak, kritik nuqtada otklik funktsiyasi maksimumga ega:

$$\widehat{Y}_{\binom{x_1=2}{x_2=3}} = 10 + 16 + 54 - 8 - 27 = 45.$$

Regressiya tenglamalari yordamida nafaqat otklik funktsiyasi maksimal yoki minimal qiymatlarga ega bo'lgan argumentlarning ekstremal qiymatlarini aniqlash imkoniyati yaratiladi, balki quyidagi masalalarni ham yechish mumkin bo'ladi:

- omillarni otklik funktsiyasiga ta'siri bo'yicha ranjirlash (mavqesini belgilash);

- hodisa yoki jarayonning vaqt bo'yicha rivojlanishini oldindan aniqlash, demak optimal boshqarish haqidagi masalani yechish.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

## REFERENCES:


1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. -Москва: 1980. - 536 с.

2. Теория прогнозирования и принятия решений. Под. ред. С.А.Саркисяна - Москва: Высшая школа, 1977. – 351 с.

3. Klaus Hinkelmann, Ockar Kempthorne. Design and Analysis of Experiments. Volume 1. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2008.

4. Klaus Hinkelmann, Ockar Kempthorne. Advanced Experimental Design. Volume 2. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2005.

5. Рашидов Н.Р., Закин Х.Я. Основы научного исследования. - Ташкент: Ўқитувчи, 1979. -184 с.

6. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. - Москва: Наука, 1982. 286 с.

7. Основы научных исследований. Под. ред. Крутикова В.И. и Попова В.В. -Москва: "Высшая школа", 1989.

8. Бородин В.Л., Вощинин П.А., Иванов А.З. и др. Статистические методы в инженерных исследованиях. -Москва: Высшая школа, 1983.

9. Венцель С.С. Теория вероятностей. - Москва: Наука, 1969.