

**12-MAVZU: MATEMATIK MODEL JADVAL KO'RINISHIDA  
IFODALANGANDA OPTIMAL YECHIMNI ANIQLASH.**

**LECTURE 12. DETERMINATION OF THE OPTIMAL SOLUTION  
WHEN A MATHEMATICAL MODEL IS REPRESENTED IN A TABULAR  
FORM**

**Reja:**

- 1. To'liq noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish.**
- 2. Tashqi shartlar o'zining ehtimolligi bilan berilgan stoxastik noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish.**
- 3. Tashqi sharoitlar ehtimolligi noma'lum bo'lgan to'liq noaniqlik sharoitlarida qaror qabul qilish.**
- 4. Valdning maksmin metodi (usuli).**
- 5. Sevijning minimaks tavakkal metodi**
- 6. Gurvitsning pessimizm-optimizm metodi.**

**Tayanch iboralar:**

*To'liq noaniqlik sharoiti, optimal strategiya, xususiy mezon, umumlashgan mezon, matematik kutilma, Valdning maksmin metodi, Sevidj usuli, Gurvits usuli.*

**Ma'ruza maqsadi:** Eksperimentlarni o'tkazishda yaratilgan matematik model jadval ko'rinishida ifodalanganda optimal yechimni aniqlash usulini o'rganish.

**1. TO'LIQ NOANIQLIK SHAROITIDA QAROR QABUL QILISH.**

Ba'zi xollarda tadqiqot qilinayotgan xodisa yoki jarayonning matematik modellari jadval ko'rinishida berilgan bo'lishi mumkin. Bunda tizim ishlash samaradorligi xususiy mezonlarining taqqoslanayotgan strategiyalarning har biri uchun berilgan tashqi sharoitlarda hisoblangan qiymatlari jadval elementlari bo'lib hisoblanadi. Ko'rilayotgan sharoitlar uchun quyidagi xolatlar bo'lishi mumkin:

- to'liq noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish:

- a) qarorni baholash bitta mezon bo'yicha amalga oshiriladi;
- b) qarorni baholash bir nechta mezon bo'yicha amalga oshiriladi;
- tashqi sharoitlar o'zining taqsimlanish qonunlari bilan berilgan stoxastik noaniqlik sharoitlarda qaror qabul qilish;
- tashqi sharoitlarning ehtimolliklari noma'lum bo'lgan to'liq noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish.

Ko'rsatilgan holatlarning har birini ko'rib chiqamiz [1].

Ko'rsatilgan holatni namoyish qilish uchun faraz qilamiz, qandaydir bir nechta tayyorlovchi korxonalar ishlab chiqaruvchi mashinaning ishlash samaradorligini xususiy mezon qiymati statistik kuzatish yordamida hisoblangan. Bu uchta zavodda tayyorlanayotgan hildirakli traktorlar bo'la qolsin. (1-jadval)

1-jadval. To'liq noaniqlik sharoitida optimal strategiyani tanlash

Turli ishlab chiqaruvchi zavodlar taklif etayotgan mashina variantlari, ya'ni yechimlar, strategiyalar, alternativlar	Taklif etilgan traktorlarning har biri uchun samaradorlik xususiy va umumlashgan mezonining hisoblangan qiymatlari				
	Unumdorlik	Puxtalik	Bahosi	Energiya sig'imi	Umumlashgan mezon vazni
	Xususiy mezonning vazni				
	$\lambda_1=4$	$\lambda_2=3$	$\lambda_3=3$	$\lambda_4=2$	
Toshkent traktor zavodi TL-100 $X_1 (i=1)$	$a_{11}=3$	$a_{12}=3$	$a_{13}=5$	$a_{14}=4$	$W=44$
Minsk traktor zavodi MTZ-102 $X_2 (i=2)$	$a_{21}=3$	$a_{22}=4$	$a_{23}=3$	$a_{24}=4$	$W=41$
Keys Korporeyshn SX100 traktori $X_3 (i=3)$	$a_{31}=3,5$	$a_{32}=5$	$a_{33}=1$	$a_{34}=4$	$W=40$

Eslatma:

1. Xususiy mezon qiymatlari shartli birliklarda berilgan.
2. Xususiy mezon vazni  $\lambda_j$  ekspertlarning baholari asosida olingan.

Ko'rinib turibdiki, optimal strategiyani bitta mezon bo'yicha tanlash qiyin emas. Masalan, traktorlar unumdorlik bo'yicha baholansa, eng yaxshi traktor SX100 bo'lib chiqadi [2].

Bir nechta mezon majmuasi bo'yicha optimal qarorni topish talab qilinganda xususiy mezonlar turli o'lchov birliklariga ega bo'lganliklari sababli qiyinchiliklar paydo bo'ladi. Ko'rsatilgan masala ko'p mezonli deb ataladi. Bu masalani yechish uchun avval xususiy mezonlarni o'lchovsiz kattaliklarga ushbu formulalar bilan o'zgartirib olish bajariladi.

$$a_{\text{улча.мсиэ}} = \frac{a_{\text{номинал}} - a_{\text{статистик}}}{a_{\text{номинал}}} \quad (\text{A}) \text{ yoki}$$

$$a_{\text{улча.мсиэ}} = \frac{a_{\text{статистик}} - a_{\text{номинал}}}{a_{\text{статистик}}} \quad (\text{V})$$

bu yerda:  $a_{\text{nominal}}$  - mezonning texnik shartlar bilan berilgan nominal qiymati;

$a_{\text{statistik}}$  - xususiy mezonning statistik kuzatuv asosida olingan qiymati;

$a_{\text{o'lchamsiz}}$  - xususiy mezonning o'lchamsiz (me'yorlangan) qiymati.

Agar ko'rilayotgan xususiy mezonning oshishi umumlashgan, ya'ni kompleks mezonni oshishiga olib kelsa (A) formuladan foydalaniladi. Aks xolda (V) formula qo'llaniladi. Bu qoidani shunday ta'riflash mumkin: kattasidan kichigi ayiriladi va kattasiga bo'linadi [3].

Samaradorlikning xususiy mezonlarini o'lchamsiz kattaliklarga o'tkazib bo'lgandan so'ng umumlashgan (yig'ilgan) mezon  $W_{\text{umum}}$  mo'ljallangan o'rtacha arifmetik formulasi bo'yicha hisoblanadi.

$$W_{i \text{ умум}} = \lambda_1 a_{i1} + \lambda_2 a_{i2} + \dots + \lambda_n a_{in} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{ij} \quad (\text{S})$$

yoki mo'ljallangan o'rtacha geometrik

$$W_{i \text{ умум}} = \sqrt{a_{i1}^{\lambda_1} \cdot a_{i2}^{\lambda_2} \cdot \dots \cdot a_{in}^{\lambda_n}} \quad (\text{D})$$

bu yerda:  $W_{i \text{ umum}}$  - i- strategiya uchun hisoblangan umumlashgan (yig'ilgan) mezon.

Har bir strategiya uchun umumlashgan mezonning qiymati (S) va (D) formulalarni qo'llab hisoblanadi. Bunda umumlashgan mezonning eng katta qiymatini olgan strategiya optimal hisoblanadi.

Ko'rilgan misolda eng optimal strategiya  $W_{umum} = 44$  ko'rsatkichga ega Toshkent traktor zavodining TL-100 traktori bo'lib chiqdi [4].

## 2. TASHQI SHARTLAR O'ZINING EHTIMOLLIGI BILAN BERILGAN STOXAСТИK NOANIQLIK SHAROITIDA QAROR QABUL QILISH.

Bunday xolat turli ko'rinishdagi tashqi sharoitlar uchun hisoblangan samaradorlik xususiy mezonlarining qiymatlari ma'lum bo'lganda kelib chiqadi. Bunda ko'rsatilgan tashqi sharoitlarning ehtimolliklari ham shuningdek ma'lumdir. Ko'rilayotgan shartlar uchun eng foydali strategiyani aniqlash tartibini ko'rsatamiz.

Turli zavodlarda tayyorlangan to'rtta turdagi ekskavator taqqoslanmoqda deb olamiz. Tashqi sharoitlar deganda ko'rsatilgan ekskavatorlar ishlatilishi mo'ljallangan tuproq turlari nazarda tutiladi.

Berilgan sharoitlarda taqqoslanayotgan to'rtta strategiyaning har biri uchun foydaning matematik kutilmasini topamiz, masalan, birinchi strategiya uchun ushbuga ega bo'lamiz.

$$M_1[a_{ij}] = \sum_{j=1}^4 a_{1j} P_j = 7 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 = 2,8$$

SHunga o'xshash qolgan boshqa strategiyalar uchun hisoblaymiz (2-jadval, oxirgi ustun). Ko'rinib turibdiki,  $X_4$  optimal yechim bo'lib hisoblanadi [5, 6].

2-jadval. Foydaning matematik kutilmasini maksimumi bo'yicha optimal strategiyani aniqlash

Mumkin bo'lgan strategiyalar, yechimlar, alternativlar	o'zining ehtimolligi bilan berilgan tashqi sharoitlar	Foyda, matematik kutilma $M_i [x_{ij}]$
--	---	---

	Tuproq	Qum	Supes (Qumloq)	Toshli yer	
	R <sub>1</sub> =0,1	R <sub>2</sub> =0,2	R <sub>3</sub> =0,3	R <sub>4</sub> =0,4	
X <sub>1</sub> - №1 zavod ekskavatori,	A <sub>11</sub> =7	A <sub>12</sub> =5	A <sub>13</sub> =1	A <sub>14</sub> =2	M <sub>1</sub> =2,8
X <sub>2</sub> - №2 zavod ekskavatori,	A <sub>21</sub> =3	A <sub>22</sub> =6	A <sub>23</sub> =3	A <sub>24</sub> =4	M <sub>1</sub> =4,0
X <sub>3</sub> - №3 zavod ekskavatori,	A <sub>31</sub> =4	A <sub>32</sub> =3	A <sub>33</sub> =5	A <sub>34</sub> =1	M <sub>1</sub> =2,9
X <sub>4</sub> - №4 zavod ekskavatori,	A <sub>41</sub> =1	A <sub>42</sub> =2	A <sub>43</sub> =7	A <sub>44</sub> =6	M <sub>1</sub> =5,0

Matematik operatsiyalar tadqiqoti to'liq kursida foydaning matematik kutilmasini maksimumi tavakkalning matematik kutilmasini minimumiga ekvivalent ekanligi haqidagi teorema isbotlangan.

Foydaning kattaligini tavakkalning qiymatiga qayta hisoblash ushbu formula bo'yicha amalga oshiriladi

$$r_{ij} = \max_i(a_j) - a_{ij} \quad (E)$$

Ko'rsatilgan formula yordamida 2-jadvaldagi foyda qiymatlaridan qayta hisoblangan tavakkal qiymatlari 3-jadvalda keltirilgan.

Tavakkalning matematik kutilmasi, masalan, birinchi strategiya uchun ushbudan iborat bo'ladi

$$M_1[r_{ij}] = \sum_{j=1}^n r_{1j} P_j = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,4 = 3$$

Boshqa strategiyalar uchun ham shunga o'xshash (3-jadval, oxirgi ustun) [7].

3-jadval. Tavakkalning matematik kutilmasini minimumi bo'yicha optimal strategiyani aniqlash.

Mumkin bo'lgan strategiya-lar, yechimlar, alternativlar	O'zining etimolligi bilan berilgan tashqi sharoitlar				Foyda, matematik kutilma M <sub>i</sub> [x <sub>ij</sub> ]
	Tuproq	Qum	Supes	Toshli tuproq	
	R <sub>1</sub> =0,1	R <sub>2</sub> =0,2	R <sub>3</sub> =0,3	R <sub>4</sub> =0,4	

X <sub>1</sub>	X <sub>11</sub> =0	X <sub>12</sub> =1	X <sub>13</sub> =4	X <sub>14</sub> =4	M <sub>1</sub> =3,0
X <sub>2</sub>	X <sub>21</sub> =4	X <sub>22</sub> =0	X <sub>23</sub> =2	X <sub>24</sub> =2	M <sub>1</sub> =1,8
X <sub>3</sub>	X <sub>31</sub> =3	X <sub>32</sub> =3	X <sub>33</sub> =0	X <sub>34</sub> =5	M <sub>1</sub> =2,9
X <sub>4</sub>	X <sub>41</sub> =6	X <sub>42</sub> =4	X <sub>43</sub> =-2	X <sub>44</sub> =0	M <sub>1</sub> =1,1

3-jadvaldan ko'rinadiki, tavakkalning matematik kutilmasi bo'yicha hisoblab topilgan X<sub>4</sub> strategiya optimal bo'ladi, ya'ni avvalgi natijani o'zini oldik.

### **3. TASHQI SHAROITLAR EHTIMOLLIGI NOMA'LUM BO'LGAN TO'LIQ NOANIQLIK SHAROITLARIDA QAROR QABUL QILISH.**

Yuqorida ko'rilganlardan tashqari masala yechish amaliyotida shunday holatlar bo'lishi mumkinki, bunda turli tashqi sharoitlar uchun foyda qiymatlari ma'lum, biroq ko'rsatilgan tashqi sharoitlarning ehtimolliklari noma'lum bo'ladi. Bu holda optimal qarorlarni aniqlash uchun Vald, Sevidj va Gurvits taklif qilgan quyida ko'riladigan usul va yondoshishlar qo'llaniladi. Ko'rsatilgan usullarni ko'rib chiqamiz.

### **4. VALDNING MAKSMIN METODI (USULI).**

Vald usuli bo'yicha optimal strategiyani aniqlash uchun 4-jadvalning har bir qatorida minimal foyda hisoblanadi va olingan minimal foydalardan eng kattasi tanlanadi [8]. Bu qiymatga javob beruvchi yechim optimal bo'ladi, ya'ni

$$X_{onm} = \max_i \left[ \min_j a_{ij} \right]$$

bu yerda: X<sub>opt</sub> - optimal yechim (strategiya);

a<sub>ij</sub> - turli strategiyalarga javob beruvchi, turli tashqi sharoitlar uchun hisoblangan foydalar;

Ko'rsatilgan usulning qo'llanishini misolda namoyish qilamiz. To'rtta mumkin bo'lgan strategiya uchun turli tashqi sharoitlarda foyda qiymatlari

hisoblandi deb olamiz (5-jadvalga qarang). Vald usulini qo'llab optimal strategiya aniqlash talab qilinadi.

5-jadval. Vald usuli bo'yicha optimal strategiyani aniqlash.

Strategiyalar, yechimlar, alternativlar, maxsulot turlari	Tashqi sharoitlar va har bir strategiya uchun ularga javob beruvchi foyda qiymatlari			$M_i[a_{ij}]$
	Tuproq	Qum	Supes	
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	
$X_1$	$A_{11}=0,20$	$A_{12}=0,30$	$A_{13}=0,15$	$A_1=0,15$
$X_2$	$A_{21}=0,75$	$A_{22}=0,20$	$A_{23}=0,35$	$A_2=0,20$
$X_3$	$A_{31}=0,25$	$A_{32}=0,80$	$A_{33}=0,75$	$A_3=0,25$
$X_4$	$A_{41}=0,85$	$A_{42}=0,05$	$A_{43}=0,45$	$A_4=0,05$

5-jadvalning oxirgi ustunida joylashgan qiymatlarga qarab ko'ramizki, minimal foydalarning eng katta qiymati 0,25  $X_3$  strategiyaga to'g'ri keladi. Bu esa ko'rilayotgan masala uchun, Vald usuliga muvofiq,  $X_3$  strategiya optimal ekanligini bildiradi. Vald usulini o'ta umidsizlik usuli deb atashadi, chunki bu usulga muvofiq "Doimo eng yomon xolga mo'ljallash kerak" [9].

## 5. SEVIJNING MINIMAKS TAVAKKAL METODI.

Sevijning usuli Valdning usuliga o'xshash, farqi shundaki statistik jadvalda samaradorlik mezonining qiymati tavakkallik kattaligida ifodalanadi. Foydaning kattaligini tavakkallik qiymatiga qayta hisoblash yuqorida keltirilgan (E) formula yordamida amalga oshiriladi. Masalan 5-jadvalda ko'rsatilgan sharoitlar uchun ushbuga ega bo'lamiz

$$X_{11}=a_{\max}-a_{11}=0,85-0,20=0,65;$$

$$X_{12}=a_{\max}-a_{12}=0,85-0,30=0,50 \text{ va xokazo}$$

6-jadval. Foydani qayta hisoblash [10].

Strategiya-lar, yechim -lar, alter-nativlar, maxsulot turlari	Tashqi sharoitlar va har bir strategiya uchun ularga javob beruvchi tavakkal qiymatlari			$M_i[a_{ij}]$
	Tuproq	Qum	Supes	
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	
$X_1$	$X_{11}=0,65$	$X_{12}=0,50$	$X_{13}=0,60$	$X_1=0,65$
$X_2$	$X_{21}=0,10$	$X_{22}=0,60$	$X_{23}=0,40$	$X_2=0,60$
$X_3$	$X_{31}=0,60$	$X_{32}=0,00$	$X_{33}=0,00$	$X_3=0,60$
$X_4$	$X_{41}=0,00$	$X_{42}=0,75$	$X_{43}=0,30$	$X_4=0,75$

Sevij usuliga muvofiq statistik jadvalning har bir qatorida tavakkalning maksimal qiymati hisoblanadi va olingan qiymatlar ichidan minimal tavakkal tavakkal tanlanadi. Bu qiymatga javob beruvchi yechim optimal bo'ladi, ya'ni

$$x_{onm} = \min_i \left( \max_j r_{ij} \right).$$

Ko'ramizki, qaralayotgan misol uchun Sevij usuliga muvofiq hisoblangan optimal strategiya  $X_3$  yoki  $X_2$  bo'ladi, ya'ni Vald usuli va Sevij usuli yordamida olingan yechimlar mos keladi.

Sevij usuli, xuddi Vald usuli kabi, o'ta umidsizlik usuli ekanligini ta'kidlab o'tish lozim. Biroq Sevij usulini qo'llaganda umidsizlik tavakkalning maksimal qiymatlari ichidan minimalini tanlab olishda namoyon bo'ladi.

## 6. GURVITSNING PESSIMIZM-OPTIMIZM METODI.

Tashqi sharoitlar o'zining ehtimolligi bilan berilmagan (to'liq noaniqlik xolati) sharoitlar uchun optimal strategiya nafaqat Vald va Sevidj usullari yordamida, balki Gurvits usuli yordamida ham aniqlanishi mumkin. Gurvits metodi qandaydir o'ta pessimizmdan o'ta optimizmgacha bo'lgan diapazonda optimal strategiyani aniqlashga imkon beradi.

Bu usulga muvofiq optimal strategiya ushbu formula bo'yicha hisoblanadi

$$X_{onm} = \max_i \left[ K \cdot \min_j a_{ij} + (1 - K) \max_j a_{ij} \right],$$

bu yerda:  $K$  - koeffitsient,  $0 \leq K \leq 1$  oralihida joylashgan.  $K=1$  bo'lganda Gurvits usuli Vald usuliga aylanishini ko'rish qiyin emas.  $K=0$  bo'lganda esa Gurvits usuli o'ta optimizm metodiga aylanadi.  $K$  ning o'rtacha qiymatida, masalan,  $0,4 \leq K \leq 0,6$  bo'lganda Gurvits usuli o'ta pessimizm va o'ta optimizm usullari orasidagi o'rtacha hisoblanadi.

4- jadvalda ko'rsatilgan sharoitlar uchun Gurvits usuliga muvofiq  $K=0,6$  bo'lganda optimal strategiyani aniqlashning tartibini namoyish qilamiz.

1- strategiya uchun  $X_1=0,6 \cdot 0,15 + 0,4 \cdot 0,30=0,21$ ;

2- strategiya uchun  $X_2=0,6 \cdot 0,20 + 0,4 \cdot 0,75=0,42$ ;

3- strategiya uchun  $X_3=0,6 \cdot 0,25 + 0,4 \cdot 0,80=0,47$  (max);

4- strategiya uchun  $X_4=0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,85=0,37$ .

Gurvich usuliga muvofiq  $X_3$  strategiya optimal ekanligi ko'rinib turibdi.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

### **REFERENCES:**

1. Теория прогнозирования и принятия решений. Под. ред. С.А.Саркисяна - Москва: Высшая школа, 1977. – 351 с.

2. Основы научных исследований. Под. ред. Крутикова В.И. и Попова В.В. -Москва: "Высшая школа", 1989.

3. Рашидов Н.Р., Закин Х.Я. Основы научного исследования. - Ташкент: Ўқитувчи, 1979. -184 с.

4. Klaus Hinkelmann, Oskar Kempthorne. Design and Analysis of Experiments. Volume 1. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2008.

5. Klaus Hinkelmann, Oskar Kempthorne. Advanced Experimental Design. Volume 2. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2005.

6. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. - Москва: Наука, 1982. 286 с.
7. Бородин В.Л., Воцинин П.А., Иванов А.З. и др. Статистические методы в инженерных исследованиях. -Москва: Высшая школа, 1983.
8. Венцель С.С. Теория вероятностей. - Москва: Наука, 1969.
9. Волков Е.А. Численные методы. -Москва, 1987. – 248 с.
10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. -Москва: 1980. - 536 с.