13-MAVZU: OPTIMAL YECHIMLARNI ANIQLASH UCHUN TASODIFIY JARAYONLAR NAZARIYASINI QO'LLANISHI.

LECTURE 13. APPLICATION OF RANDOM PROCESS THEORY FOR DETERMINING OPTIMAL SOLUTIONS

Reja:

1. **Optimal yechimlarni aniqlashda umumiy ma'lumotlar.**
2. **Tasodifiy funktsiyaning taqsimot qonuni. Tasodifiy funktsiyaning tavsiflari.**
3. **Statsionar tasodifiy jarayonlar.**
4. **Tasodifiy funktsiyaning sonli tavsiflarini tajribada aniqlash.**

Tayanch iboralar:

Optimal yechim, tasodifiy jarayon, sonli tavsif, tasodifiy funksiya, taqsimot qonuni, funktsiyaning realizatsiyasi, diskret holatli jarayon, diskret vaqtli jarayon, Puasson hodisalar, Erlang oqimlari, oqibat yo'qligi xossasi, ordinarlik xossasi, funktsiyaning dispersiyasi.

Ma'ruza maqsadi: O`tkazilgan tadqiqotlarda optimal yechimlarni aniqlash uchun tasodifiy jarayonlar nazariyasini qo'llanishi yoritiladi.

1. OPTIMAL YECHIMLARNI ANIQLASHDA UMUMIY MA'LUMOTLAR.

Operatsiyalar tadqiqoti masalalarini yechishda tasodifiy jarayonlar nazariyasi ham ishlatiladi. Uning asosiy nizomlarini ko'rib chiqishga kirishamiz.

Amaliyotda shunday kattaliklar ham uchraydiki, ular vaqtga yoki boshqa bir qandaydir argumentga boђliq holda tajriba jarayonida to'xtovsiz o'zgarib turadi.

Masalan:

- avtomobil yoki traktordan foydalanish jarayonida amaldagi yoqilђi sarfining texnik shartlarda berilgan me'yorlardan chetlanishi;

- ta'mirlash vaqtining rejalashtirilgan ta'mir oraliqlari muddatidan chetlanishi:

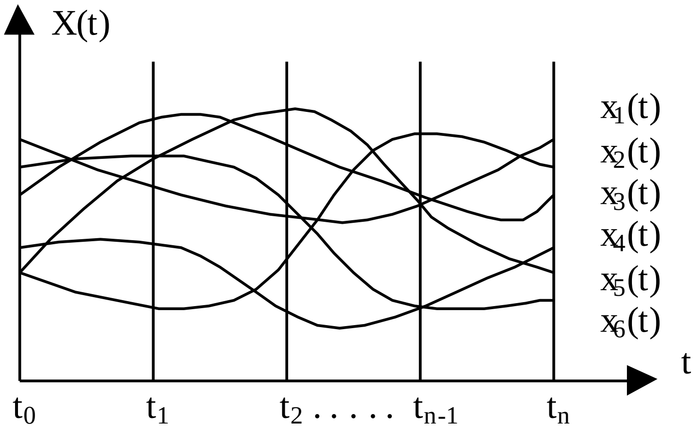
- traktorning tortish kuchini texnik shartlarda belgilangan me'yordan chetlanishi.

Bu sanab o'tilganlarning barchasi argumenti bo'lib vaqt hizmat qiladigan, tasodifiy deb ataladigan funktsiyalarga misollardir.

Tajriba jarayonida qandayligi avvaldan noma'lum bo'lgan u yoki boshqa qiymatni olishi mumkin kattalikka <u>tasodifiy kattalik</u> deb aytiladi. Tasodifiy funktsiyaning shunga o'xshash ta'rifini beramiz. Tajriba natijasida avvaldan qanaqaligi noma'lum u yoki boshqa aniq ko'rinishni olishi mumkin bo'lgan funktsiyani <u>tasodifiy funktsiya</u> deb ataladi [1].

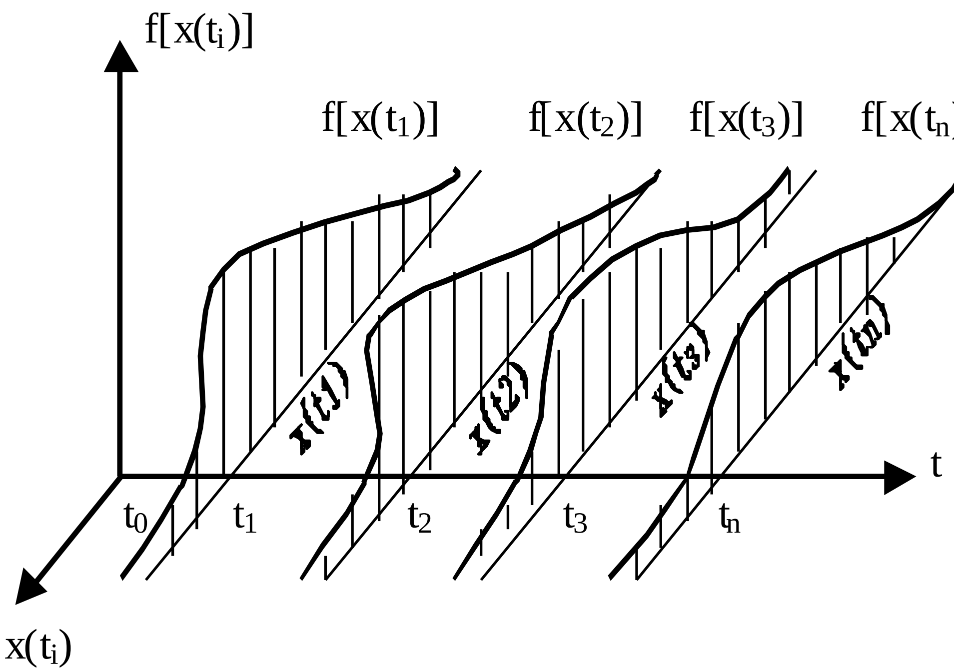
Tajriba jarayonida tasodifiy funktsiya oladigan aniq ko'rinish tasodifiy funktsiyaning <u>realizatsiyasi</u> deb ataladi. Tasodifiy funktsiyani X(t) katta xarflar bilan, unga javob beruvchi realizatsiyani esa x(t) kichik xarflar belgilash qabul qilingan.

Yuqorida qayd etilgan birinchi misolga nisbatan qo'llanganda - agar parkdagi har bir avtomobilning ish kunining oxirida masalan bir oy mobaynida yonilђi-moylash materiallari sarfi o'lchab borilsa, u holda n ta realizatsiya olamiz: $x_1(t)$, $x_2(t)$, ... , $x_n(t)$ (1-rasmga qarang) [2,3,4]. Bu tasodifiy funktsiyani yiђindi (to'plam) sifatida yoki amalga oshirishlar oilasi sifatida ko'rish mumkinligini bildiradi.



1-rasm. Tasodifiy funktsiyani amalga oshirishlar "oilasi" sifatida tasvirlash.

Tasodifiy funktsiyani faqat amalga oshirishlar "oilasi" sifatida emas, balki vaqt bo'yicha o'zgaradigan tasodifiy kattalik sifatida ham ko'rish mumkin. ¥aqiqatan ham, agar X(t) tasodifiy funktsiyani o'tkazilgan n mustaqil tajribalar (n - amalga oshirishlar) asosida olingan deb qaralsa va t argumentning qandaydir qiymatlarini qayd etilsa, u holda bu payt uchun tasodifiy funktsiya odatdagi tasodifiy kattalikka aylanishini ko'rish qiyin emas. Ko'rsatilgan tasodifiy kattalikni tasodifiy funktsiyaning kesimi deb atash va $x(t_n)$ belgilash qabul qilingan. SHunday qilib, n kesimlar uchun $x(t_1)$, $x(t_2)$, ... , $x(t_n)$ tasodifiy kattaliklar olamiz. Aytilganlarni 2-rasmda ko'rsatish mumkin [5,6].



2-rasm. X(t) tasodifiy funktsiyani har bir kesimda olinadigan $x(t_n)$ tasodifiy kattaliklarning ketma-ketligi sifatida ko'rsatish.

belgilanishlar: t_1, t_2, ... , t_n - belgilangan paytlar, masalan, parkdagi avtomobillardan foyda-lanish kunlari; $f[x(t_i)]$ - tasodifiy kattalikning har bir kesimdagi taqsimlanish zichligi.

Argumenti vaqt bo'lgan tasodifiy funktsiya tasodifiy jarayon deb ataladi. Tasodifiy jarayonlar quyidagicha farqlanadi:

- uzluksiz va diskret holatli jarayonlar;

- uzluksiz va diskret vaqtli jarayonlar;
- statsionar va statsionar bo'lmagan tasodifiy jarayonlar;
- me'yorida (normal) taqsimlangan tasodifiy jarayonlar (Gauss jarayonlari);
- Markov tasodifiy jarayonlari va xokazo.

Diskret holatli va uzluksiz vaqtli tasodifiy jarayonlarni o'rganishda ko'pincha shunday "oqimlar" deb ataluvchi hodisalar bilan to'qnashishga to'ђri keladi. Ular orasida quyidagilar farqlanadi [7]:

- eng oddiy yoki statsionar Puasson hodisalar oqimi;
- statsionar bo'lmagan Puasson hodisalar oqimi;
- Palma oqimi, turli tartibdagi Erlang oqimlari va xokazo.

Tasodifiy jarayonlarni bundan keyin tadqiqot qilishda "eng oddiy oqim" tushunchasi tez-tez qo'llaniladi. SHuning uchun bu tushunchaga ta'rif beramiz.

Eng oddiy yoki Puasson hodisalar oqimi deb quyidagi uchta xossa: statsionarlik, oqibat yo'qligi, ordinarlikga ega bo'lgan oqimga aytiladi.

1. <u>Statsionarlik xossasi</u> shundan iboratki, u yoki boshqa hodisalar sonining Δt uzunlikdagi vaqt uchastkasiga tushish ehtimoli faqat shu uchastka uzunligiga boђliq va bu uchastka ot o'qining aynan qaerida joylashganiga boђliq emas. Bu xodisalar oqimining jadalligi yoki zichligi statsionar oqim uchun o'zgarmay qolishi kerakligini bildiradi.

2. <u>Oqibat yo'qligi xossasi</u> shundan iboratki, u yoki boshqa hodisalar sonining Δt istalgan vaqt oraliђida paydo bo'lish ehtimolligi ko'rilayotgan oraliqdan avvalgi paytlarda hodisa paydo bo'lgani yoka paydo bo'lmaganiga boђliq emas. Boshqacha aytganda, avvalgi tarix yaqin kelajakda hodisaning paydo bo'lish ehtimolligiga ta'sir qilmaydi. Bu esa oqimni tashkil etuvchi hodisalar ketma ket fursatlarda bir biriga boђliq bo'lmagan holda paydo bo'lishini bildiradi [8].

3. <u>Ordinarlik xossasi</u> shundan iboratki, Δt elementar vaqt uchastkasiga ikki yoki undan ko'p hodisaning tushish ehtimolligi bitta hodisaning tushish

ehtimolligidan nazarga olmaydigan darajada kam. Bu oqimdagi hodisalar bittadan kechishini bildiradi.

Sanab o’tilgan uchta shart bajarilganda oqim eng oddiy yoki statsionar puasson oqimi deb ataladi.

2. TASODIFIY FUNKTSIYANING TAQSIMOT QONUNI. TASODIFIY FUNKTSIYANING TAVSIFLARI.

Yuqorida qayd etilganidek, tasodifiy funktsiya t argumentning tayinlangan qiymatida odatdagi x(t) tasodifiy kattalikdan iborat. Tasodifiy kattalikning n-kesimdagi taqsimlanish zichligini $f[x(t_n)] = f[x,t]$ belgilaymiz, uni tasodifiy funktsiya-ning bir o’lchovli taqsimlanish qonuni deb atash qabul qilingan. Aftidan f[x(t)] bir o’lchamli taqsimot qonuni X(t) tasodifiy funktsiyaning to’liq, mukammal tavsifi emas. Tasodifiy funktsiyaning to’liqroq tavsifi bo’lib ikkita kesim uchun tuzilgan taqsimot qonuni $f[x_1, x_2, t_1, t_2]$ hisoblanadi. Uch o’lchovli taqsimot qonuni $f[x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3]$ yanada to’liq tavsif hisoblanadi. Demak, tasodifiy funktsiyaning taqsimot qonuni n-tasodifiy kattalik tizimining taqsimot qonuni hisoblanadi. Ammo, ko’rsatilgan qonundan amaliy maqsadda foydalanish juda noqulay. SHu sababli, tasodifiy funktsiyalar (tasodifiy jarayonlar)ni tadqiqotida tasodifiy kattaliklarning vaqtincha sonli tavsiflari, o’xshash sonli tavsiflari bilan chegaralanadilar. Ularni ko’rib chiqamiz.

1. ***Tasodifiy funktsiyaning matematik kutilmasi.***

Tasodifiy funktsiyaning matematik kutilmasi deb t argumentning har bir tayinlangan qiymatida tasodifiy funktsiyaning tegishli kesimini matematik kutilmasiga teng tasodifiy bo’lmagan funktsiyaga aytiladi [9].

$$m_x(t)=M[X(t)].$$

2. ***Tasodifiy funktsiyaning dispersiyasi.***

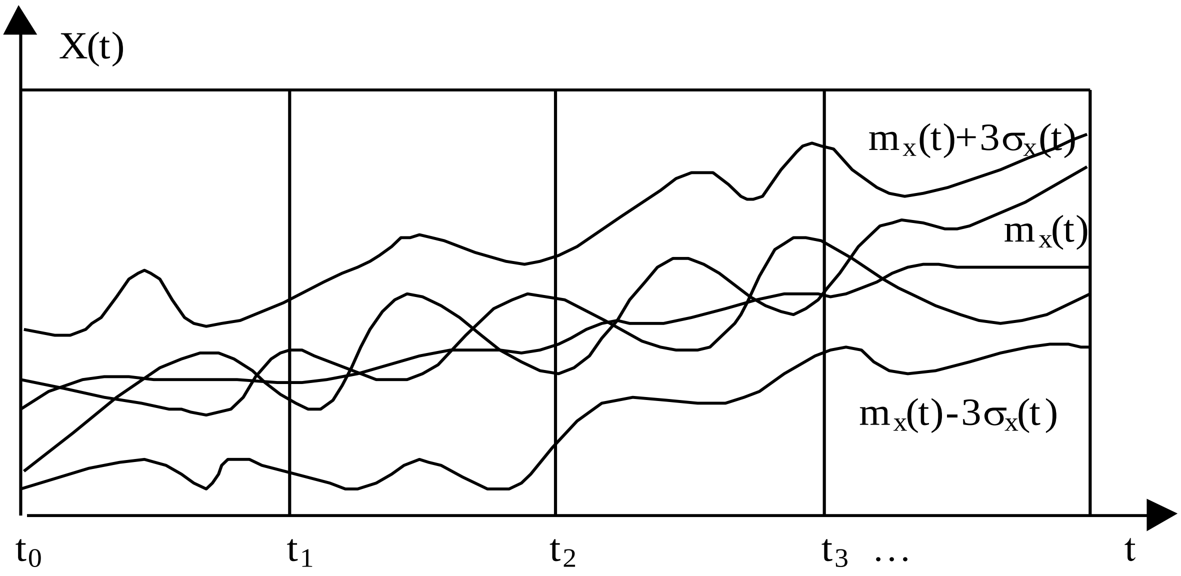
Tasodifiy funktsiyaning dispersiyasi deb argumentning har bir tayinlangan qiymatida tasodifiy funktsiyaning tegishli kesimini dispersiyasiga teng tasodifiy bo'lmagan funktsiyaga aytiladi, ya'ni

$$D_x(t)=D[X(t)]$$

Bunda tasodifiy funktsiyaning o'rtacha kvadratik chetlanishi ushbuga teng

$$\sigma_x(t)=\sqrt{D_x(t)}.$$

¤rtacha kvadratik chetlanish tasodifiy funktsiyani uning matematik kutilmasiga nisbatan sochilganligi (yoyilganligi) ni tavsiflaydi. Masalan, me'yorida (normal) taqsimlangan tasodifiy funktsiya uchun $\pm 3\sigma_x(t)$ ga teng oraliq, yo'lak tashkil etib, tasodifiy funktsiyaning barcha amalga oshishlarini 99,7% uning ichida bo'ladi (3-rasmga qarang).



3-rasm. Me'yorida taqsimlangan tasodifiy funktsiyaning amalga oshishlari yo'lagini ko'rinishi.

3. Korrelyatsiyaviy funktsiya.

Tasodifiy X(t) funktsiyaning korrelyatsiyaviy funktsiyasi deb ikki argumentning $K_x(t,t')$ tasodifiy bo'lmagan funktsiyasiga aytiladi. Bu funktsiya argumentlar t, t' ning har bir juft qiymatlarida tasodifiy funktsiyaning tegishli kesimini korrelyatsiyaviy momentiga teng

$$K_x(t,t') = M\{[X(t) - m_x(t)]\cdot[X(t') - m_x(t')]\}.$$

Tasodifiy funktsiyaning argumentlari to’ђri kelganda t=t' korrelyatsiyaviy funktsiya tasodifiy kattalikning dispersiyasiga aylanadi.

$$K_x(t,t') = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = D_x(t).$$

4. Me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya.

Korrelyatsiyaviy funktsiyaning o’rtacha kvadratik chetlanishlarlar ko’paytmasiga nisbati me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya deb ataladi.

$$r_x(t,t') = \frac{K_x(t,t')}{\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t')} = \frac{K_x(t,t')}{\sqrt{D(t)\cdot D(t')}}.$$

Aftidan, kesimlar to’ђri kelganda me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya birga teng bo’ladi.

SHunday qilib, tasodifiy funktsiya n - matematik kutilmalar, n - dispersiyalar va n(n-1)/2 - korrelyatsiyaviy funktsiyalar bilan tavsiflanadi.

Tasodifiy funktsiyaning barcha korrelyatsiyaviy funktsiyalarini to’ђri burchakli jadval ko’rinishida, ya’ni matritsa deb ataluvchi ko’rinishda joylashtirish qulay.

$$K_x(t_i,t_j) = \begin{Vmatrix} K_x(t_1,t_1) & K_x(t_1,t_2) \ldots K_x(t_1,t_n) \\ K_x(t_2,t_1) & K_x(t_2,t_2) \ldots K_x(t_2,t_n) \\ \vdots & \vdots \qquad \vdots \\ K_x(t_n,t_1) & K_x(t_n,t_2) \ldots K_x(t_n,t_n) \end{Vmatrix}$$

Korrelyatsiyaviy funktsiyaning ta’rifidan ma’lumki, $K_x(ij)=K_x(ji)$, ya’ni korrelyatsiyaviy matritsaning asosiy diagonalga nisbatan simmetrik joylashgan elementlari teng. SHu munosabat bilan ko’pincha korrelyatsiyaviy jadvalning hammasi emas, faqat uning asosiy diagonaldan yuqoridagi yarmi to’ldiriladi.

Bundan tashqari $K_x(t,t') = r_x(t,t')\cdot\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t')$ ekanini hisobga olib, ushbuga ega bo’lamiz $K_{ij} =$

$$\begin{Vmatrix} r_x(t_1,t_2)\cdot\sigma_x(t_1)\cdot\sigma_x(t_1) & r_x(t,t_2)\cdot\sigma_x(t_1)\cdot\sigma_x(t') & r_x(t,t')\cdot\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t') \\ & r_x(t,t')\cdot\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t') & r_x(t,t')\cdot\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t') \\ & & r_x(t,t')\cdot\sigma_x(t)\cdot\sigma_x(t') \end{Vmatrix}$$

5. *Spektral zichlik.*

Tasodifiy jarayonlar nazariyasida shuningdek korrelyatsion funktsiya bilan Fur’e aylantirishlari orqali boђlangan spektral zichlik tushunchasi qo’llaniladi.

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty K_x(\tau)\cos\omega\tau d\tau ,$$

bu yerda: S(ω) - spektral zichlik; ω - tebranish chastotasi.

6. *O`zaro korrelyatsiyaviy funktsiya.*

Ko’plab amaliy masalalarni yechishda bir nechta tasodifiy fukntsiyalarni birgalikda ko’rib chiqishga to’ђri keladi. Ularning birgalikdagi tavsiflari uchun o’zaro korrelyatsiyaviy funktsiya deb ataluvchi, ushbu formula bilan hisoblanadigan funktsiya qo’llaniladi.

$$K_{xy}(t,t') = M\{[X(t) - m_x(t)]\cdot[Y(t') - m_y(t')]\}.$$

3. STATSIONAR TASODIFIY JARAYONLAR.

Tasodifiy jarayonlar statsionar va statsionar bo’lmagan jarayonlarga bo’linadi. Statsionar tasodifiy jarayonlar uchun matematik kutilma doimiy (o’zgarmas) bo’lishi kerak, ya’ni $m_x(t)=m_x(t')=const$.

Statsionar tasodifiy jarayon qanoatlantirishi kerak bo’lgan ikkinchi shart chamasi dispersiyaning doimiylik shartidir $D_x(t)=D_x(t')=const$.

SHuningdek ravshanki, statsionar tasodifiy jarayonlar uchun $r_x(t,t')$ me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya, $\tau=t'-t$ uchastka ot o’qining qaysi joyidan olinganligiga boђliq emas, faqat bu uchastkaning uzunligiga boђliq bo’ladi.

Agar tasodifiy jarayon faqat o’zgaruvchan matematik kutilma hisobiga statsionar bo’lmasa, bu uni statsionar tasodifiy jarayon sifatida o’rganishga halaqit bermasligini ko’ramiz. CHunki, tasodifiy funktsiya doimo markazlashgan tasodifiy funktsiya deb ataladigan, matematik kutilmasi aynan nolga teng ko’rinishda berilishi mumkin, ya’ni [8, 9]:

$$\mathring{X}(t) = X(t) - m_x(t).$$

Statsionar tasodifiy jarayonlar uchun korrelyatsiyaviy funktsiya masalan, quyidagi analitik boђlanishlar yordamida berilishi (approksimatsiya qilinishi) mumkin ekanligini ham ko'ramiz.

$K_x(\tau) = D_x \cdot e^{-\alpha|\tau|}$, (4 a rasm - korrelyatsiyaviy funktsiyaning eng sodda turi),

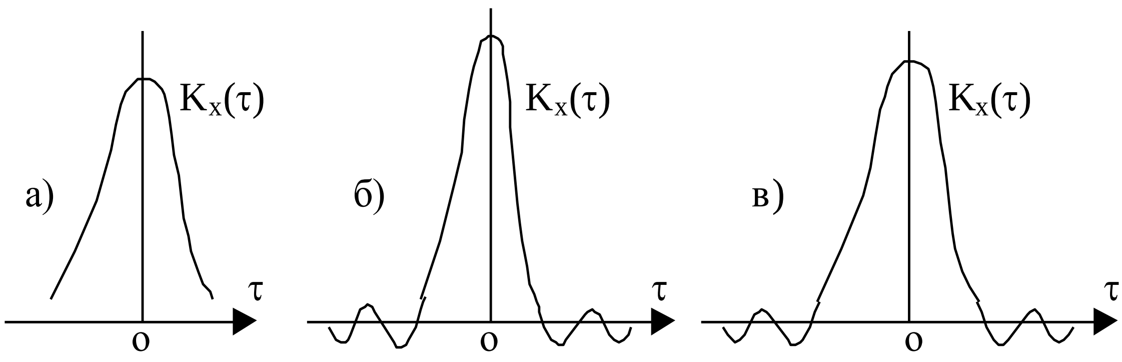
$K_x(\tau) = D_x \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cos\omega\,\tau$ (4 b - rasm),

$K_x(\tau) = D_x \cdot e^{-\alpha|\tau|} (\cos\omega\,\tau + \beta \sin\omega\,\tau)$ (4 v - rasm),

bu yerda: τ - kesimlar orasidagi vaqt kesmasi;

ω - tebranishlar chastotasi;

α va β - eng kichik kvadratlar usuli yordamida aniqlanadigan sonli koeffitsientlar.



4 - rasm. Statsionar tasodifiy jarayon korrelyatsiya funktsiyasining grafigi.

Statsionar tasodifiy jarayonlar uchun spektral zichlik quyidagi boђlanish yordamida ifodalanadi

$$S_x^*(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega+\beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega-\beta)^2}\right].$$

Agar β=0 bo'lsa, u holda

$$S_x^*(\omega) = \frac{\alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)} \; .$$

Ehtimolliklar nazariyasining to'liq kursida statsionar tasodifiy jarayonlarning sonli tavsiflari yetarlicha davomli bitta amalga oshirishga ishlov berish asosida olinishi mumkin ekanligi haqidagi teorema isbotlanadi. Ko'rsatilgan xossa statsionar tasodifiy jarayonlarning ergodik xossasi deb ataladi.

4. TASODIFIY FUNKTSIYANING SONLI TAVSIFLARINI TAJRIBADA ANIQLASH.

Tasodifiy funktsiyaning sonli tavsiflarini tajribada aniqlash uchun kuzatuvlar o’tkaziladi va har bir kesim uchun amalga oshish qiymatlari qayd etiladi.

Olingan qiymatlarni jadvalga yoziladi. Jadvalning qatorlari soni amalga oshishlar soniga, ustunlari soni esa kesimlar soniga teng bo’ladi.

1 - jadval. Paxta terish mashinasi unumdorligining besh xafta ishlatish mobaynidagi qayd etilgan qiymatlari.

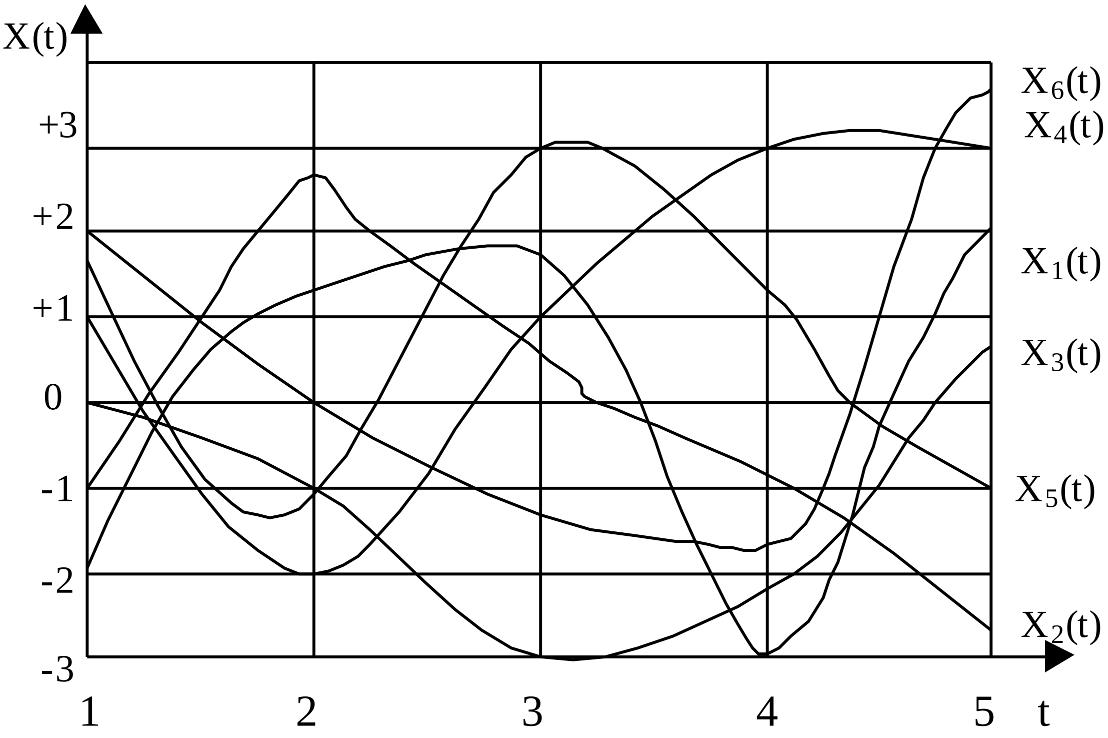
Amalga oshish nomeri	Tasodifiy funktsiyadagi kesim nomeri					¤rtacha qiymat
	1	2	3	4	5	
1-mashina, $x_1(t)$	-2	+1,5	+1,5	-3	+2	
2-mashina, $x_2(t)$	-1	+2,5	+0,5	-1	-3	
3-mashina, $x_3(t)$	0	-1	-3	-2,5	+0,5	
4-mashina, $x_4(t)$	+1	-2	+1	+3	+3	
5-mashina, $x_5(t)$	+1,5	-1,5	+3	+1,5	-1	
6-mashina, $x_6(t)$	+2	0	-1,5	-2	+3,5	
$m_x(t)=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t)}{n}$	0,25	-0,084	0,25	-0,67	0,83	+0,115
$D_x(t)=\frac{n}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2(t)}{n}-m_x^2(t)\right]$	2,375	3,14	4,674	5,76	6,27	4,44
$\sigma_x(t)=\sqrt{D_x(t)}$	1,541	1,772	2,16	2,4	2,5	2,1

Eslatma. Jadvalda keltirilgan unumdorlik qiymatlari shartli birliklarda berilgan.

Ko’rsatilgan jadvaldagi ma’lumotlar asosida kesimlarning har biri uchun tanlanma matematik kutilma, dispersiya, o’rtacha kvadratik chetlanish va korrelyatsiyaviy funktsiyalar topiladi. Bular o’rganilayotgan tasodifiy jarayonning tavsiflari bo’lib xizmat qiladi.

Misol. Oltita bir xil paxta terish mashinasining ishlashi tekshirilmoqda. Besh xafta mobaynida o’tkazilgan statistik kuzatuvlarda xar bir paxta terish mashinasining xar bir xafta mobaynidagi unumdorligi yozib olindi. Bu bilan beshta kesim uchun oltita amalga oshish qayd etildi (1-jadval). ¤rganilayotgan jarayonning sonli tavsiflarini topish talab etiladi [9, 10].

1-jadval ma’lumotlari asosida o’rganilayotgan jarayonning amalga oshish grafigi qurilgan (5-rasm).

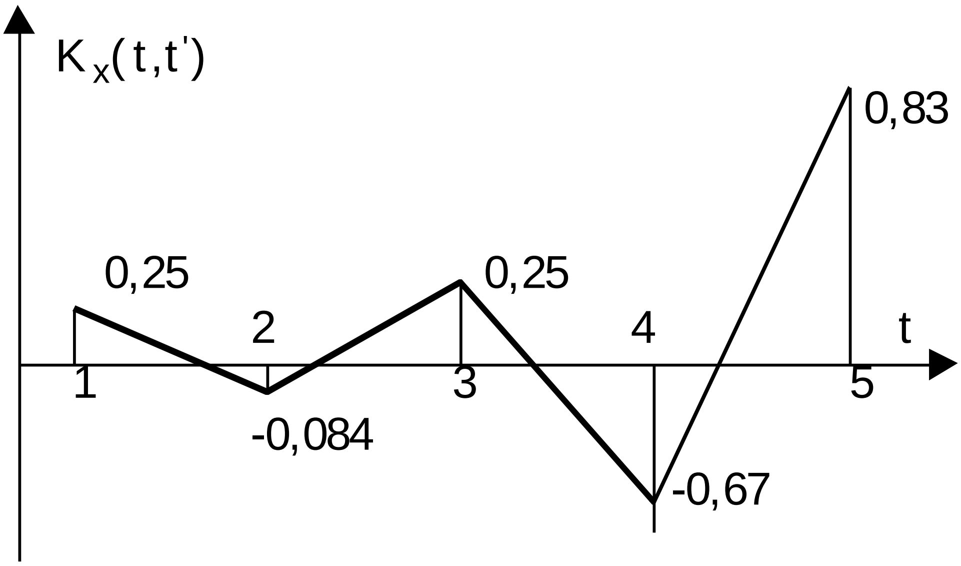


5 - rasm. Jarayonning amalga oshishi.

Echish. 1. ¤rganilayotgan tasodifiy jarayon kesimlarining har biri uchun tanlanma matematik kutilmani hisoblaymiz.

$$m_x(t) = \frac{\sum_{i=1}^{i=6} x_i(t)}{n} = \frac{-2-1+1+1{,}5+2}{6} = 0{,}25.$$

Qolgan hamma kesimlar uchun shunga o’xshash hisoblanadi. Olingan natijalarni 14-jadvalning 7-qatoriga yozamiz va shu ma’lumotlar asosida matematik kutilmaning kesimlar bo’yicha o’zgarish grafigini quramiz (18-rasm).



6-rasm. Tasodifiy jarayonning kesimlar bo’yicha matematik kutilmalari.

2. Dispersiyaning aralashmagan tanlanma qiymat-larini kesimlar bo’yicha hisoblaymiz.

$$D_x(t)=\frac{n}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i(t)}{n}-m_x(t)\right]=$$

$$\frac{6}{5}\left[\frac{2^2+1^2+1^2+1{,}5^2+2^2}{6}-(0{,}25)^2\right]=2{,}375$$

Qolgan hamma kesimlar uchun shunga o’xshash hisoblanadi. Olingan natijalarni 1-jadvalning 8-qatoriga yozamiz. Jadvalning 9-qatorida o’rtacha kvadrat chetlanishlar joylashtirilgan.

3. Ko’rilayotgan tasodifiy jarayonning korrelyatsiyaviy funktsiyalarini topamiz.

$$K_x(t_1,t_2)=\frac{n}{n-1}\left\{\frac{\sum_{i=1}^{6}[x_1(t)\cdot x_2(t)]_i}{n}-[m_x(t_1)\cdot m_x(t_2)]\right\}=$$

$$=\frac{6}{5}\left[\frac{-2(1{,}5)-1(2{,}5)+1(-2)+1{,}5(-1{,}5)}{6}-(0{,}25)\cdot(-0{,}084)\right]=-1{,}974$$

Qolgan korrelyatsiyaviy funktsiyalar ham shunga o’xshash hisoblanadi. Olingan natijalarni 2- jadvalga yozamiz.

2-jadval. Ko’rilayotgan tasodifiy jarayonning $K_x(t,t')$ korrelyatsiyaviy funktsiyasi

Kesim nomeri	1	2	3	4	5
1	1	-1,974	-0,274	1,851	1,251
2		3,14	0,024	-2,616	-1,815
3			4,674	2,8	-1,299
4				5,76	-0,082
5					6,27

1- jadval ma’lumotlari asosida me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya qiymatlarini olamiz (2-jadval).

Matematik kutilmalarning o’zgarish grafigiga qarab ko’ramizki, qandaydir o’rtachaga nisbatan tebranish kuzatiladi. Bunda ko’rsatilgan o’rtacha doimiy (o’zgarmas) qiymatini saqlaydi. Bunday jarayonlar taxminan statsionar deb ataladi.

3-jadval. Ko’rilayotgan misol uchun $r_x(t,t')$ me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya

Kesim nomeri	1	2	3	4	5
1	1	-0,722	-0,0823	0,5	0,326
2		1	0,0062	-0,615	-0,409
3			1	0,35	-0,24
4				1	-0,0136
5					1

$m_x^*(t)$ va $D_x^*(t)$ ning kesimlar bo’yicha o’rtachasini olib taxminan statsionar jarayonning sonli tavsiflari olamiz.

$$m_x^*(t)_{ypma} = \frac{\sum\limits_{i=1} m_x^*(t)_i}{n} = \frac{0,25-0,084+0,25-0,67+0,83}{5} = 0,1154;$$

$$D_x^*(t)_{ypma} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} D_x^*(t)_i}{n} = \frac{2,375+3,14+4,674+5,76+6,27}{5} = 4,44;$$

$$\sigma_x^*(t)_{ypma} = \sqrt{D_x^*(t)_{ypma}} = \sqrt{4,44} = 2,1.$$

Statsionar tasodifiy jarayonlar uchun me'yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiya doimiy bo'lishi kerak, ya'ni

$r_x(t,t') = r_x(t_1,t_2) = r_x(t_2,t_3) = r_x(t_3,t_4) \cdots$ va xokazo.

Ko'rilayotgan masala uchun korrelyatsiyaviy funktsiya me'yorlangan qiymatlarining o'rtachasini olib, ushbuga ega bo'lamiz va olingan qiymatlarni 17-jadvalga yozamiz.

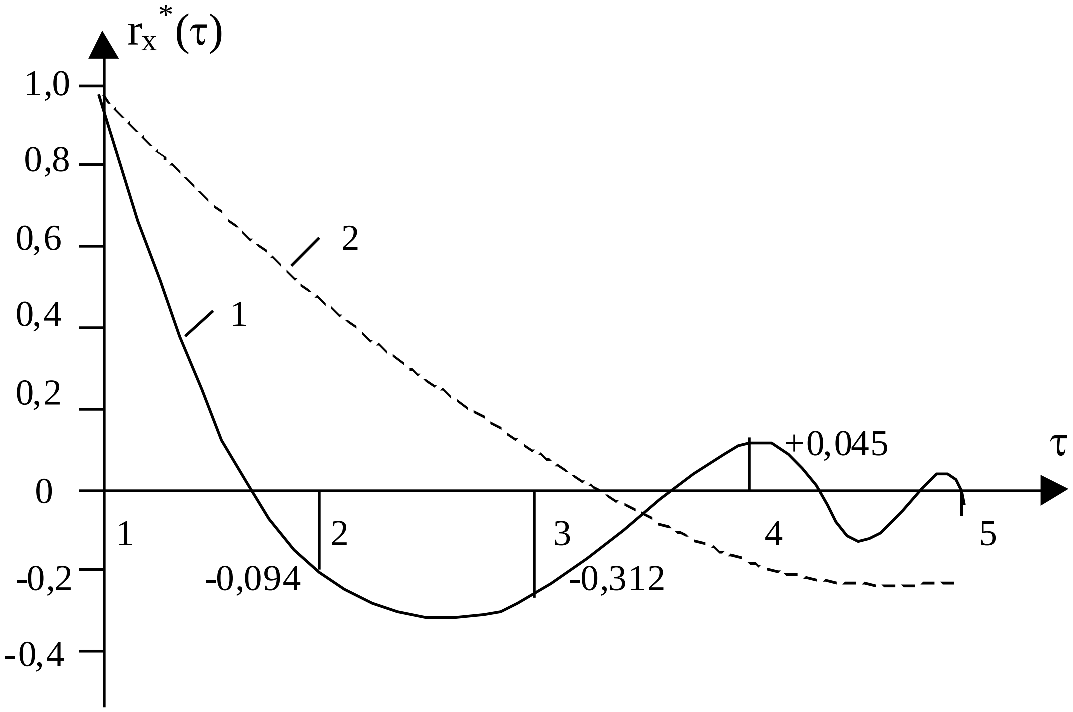
$$r_x(t_1,t_2) = \frac{-0,722+0,0062+0,35-0,0136}{4} = -0,09485;$$

$$r_x(t_1,t_3) = \frac{-0,0823-0,615-0,24}{3} = -0,312;$$

$$r_x(t_1,t_4) = \frac{0,5-0,409}{2} = 0,0455.$$

4-jadval. Ko'rilayotgan taxminan statsionar tasodifiy jarayon uchun me'yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiyaning qiymatlari.

Kesim nomeri	1	2	3	4	5
$r_x(t,t')$	1	-0,09485	-0,312	0,0455	0



7-rasm. Ko’rilayotgan taxminan statsionar jarayon-ning me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiyasi grafigi.

1-tajriba qiymatlari; 2-hisoblangan qiymatlar.

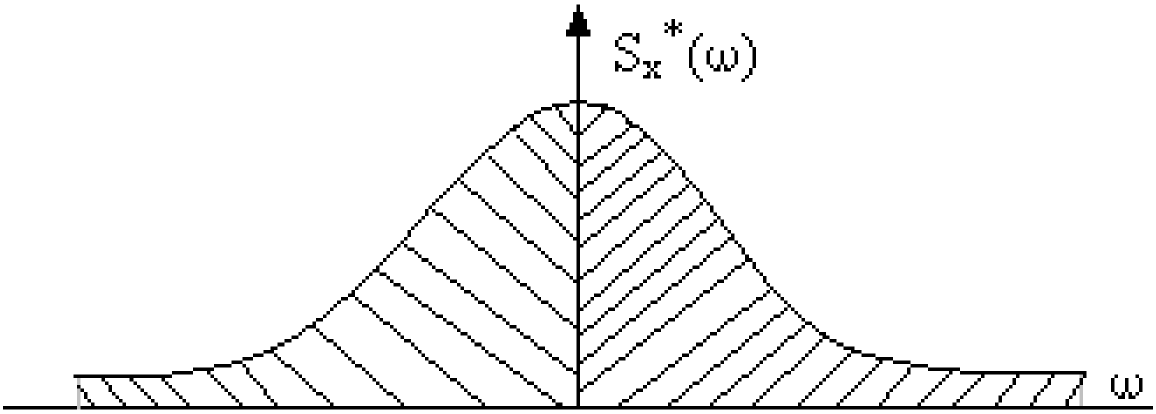
4-jadval ma’lumotlari asosida me’yorlangan korrelyatsiyaviy funktsiyaning grafigini quramiz (7-rasm). Grafikdan τ vaqt oraligi oshishi bilan kesimlar o’rtasidagi boђlanish tezda yo’qolib borishini ko’ramiz [11].

$r_x^*(\tau)$ funktsiya grafigi 7-rasmda uzluksiz chiziq ko’rinishida tasvirlangan. Korrelyatsiyaviy funktsiya-ning unchalik tekis emasligini tajribada topilgan $r_x^*(\tau)$ funktsiyani yetarli bo’lmagan hajmi bilan tushuntirish mumkin. Uni quyidagi ko’rinishdagi taxminiy funktsiya bilan almashtiramiz.

Bunda α parametrni eng kichik kvadratlar usuli bilan tanlaymiz.

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} \left[r_x(\tau)_i - r_x^*(\tau)_i \right]^2 \to \min$$

Ko’rilayotgan masala uchun eng kichik kvadratlar usulini qo’llab $\alpha = 0,48$ ni topamiz. $\alpha = 0,48$ va $\tau = 1,2,3,4,5$ bo’lganda $r_x(t)$ qiymatlarni hisoblab tekislangan $r_x(t)$ funktsiyaning grafigini quramiz (7-rasm, 2-chiziq).



8-rasm. Me'yorlangan spektral zichlik grafigi.

Korrelyatsion funktsiyaning taxminiy ifodasidan foydalanib, ko'rilayotgan jarayonning me'yorlangan spektral zichligini olamiz (20-rasm).

SHunday qilib masala yechildi. Ko'rilayotgan taxminan statsionar jarayonning kechishini to'liq tavsiflovchi $m_x^*(t); D_x^*(t); K_x^*(\tau); S_x^*(\omega)$ sonli tavsiflar topildi. Bular jarayonning vaqt bo'yicha rivojlanishini oldindan aniqlash, demak optimal boshqarishning yechimini topish imkoniyatini beradi.

Boshqa mazmundagi masalani yechishda, masalan loyihalanayotgan yangi turdagi traktor yoki avtomobilning tebranishlarini tadqiqot qilishda, korrelyatsiyaviy funktsiya va spektral zichlikni hisoblab topish, osmaning optimal konstruktsiyasini tanlash va shunga o'xshash masalalarni yechishga imkon yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

REFERENCES:

1. Рашидов Н.Р., Закин Х.Я. Основы научного исследования. -Ташкент: Ўқитувчи, 1979. -184 с.

2. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. -Москва: Наука, 1982. 286 с.

3. Махкамов К.Х. Машиналар пухталиги. Ўкув қўлланма. Тошкент, ТошДТУ, 1999. 96 б.

4. Основы научных исследований. Под. ред. Крутикова В.И. и Попова В.В. -Москва: "Высшая школа", 1989.

5. Klaus Hinkelmann, Ockar Kempthorne. Design and Analysis of Experiments. Volume 1. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2008.

6. Klaus Hinkelmann, Ockar Kempthorne. Advanced Experimental Design. Volume 2. Introduction to Experimental Design. Wiley, 2005.

7. Авдонькин F.Н. Теоретические основы технической эксплуатации автомобилей. Москва: Транспорт, 1985. -215 с.

8. Бородин В.Л., Вощинин П.А., Иванов А.З. и др. Статистические методы в инженерных исследованиях. -Москва: Высшая школа, 1983.

9. Волков Е.А. Численные методы. -Москва, 1987. – 248 с.

10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. -Москва: 1980. - 536 с.

11. Теория прогнозирования и принятия решений. Под. ред. С.А.Саркисяна - Москва: Высшая школа, 1977. – 351 с.