Лекція 8

Стандартні форми перехідних процесів

Розділ 8.1. Оцінка якості ЦСАК за видом перехідного процесу

Перехідний процес є найбільш повною характеристикою динамічних властивостей ЦСАК, математичні моделі яких побудовані у термінах SISO LTI – моделей.

Перехідний процес – це графік зміни в часі вихідного сигналу ЦСАК при умові, що на її вході діє одиничний східчастий сигнал.

За виглядом перехідного процесу ЦСАК класифікують як:

1) коливальні або коливальні із запізненням(див. рис. 8.1);
2) аперіодичні або аперіодичні із запізненням(див. рис. 8.2).

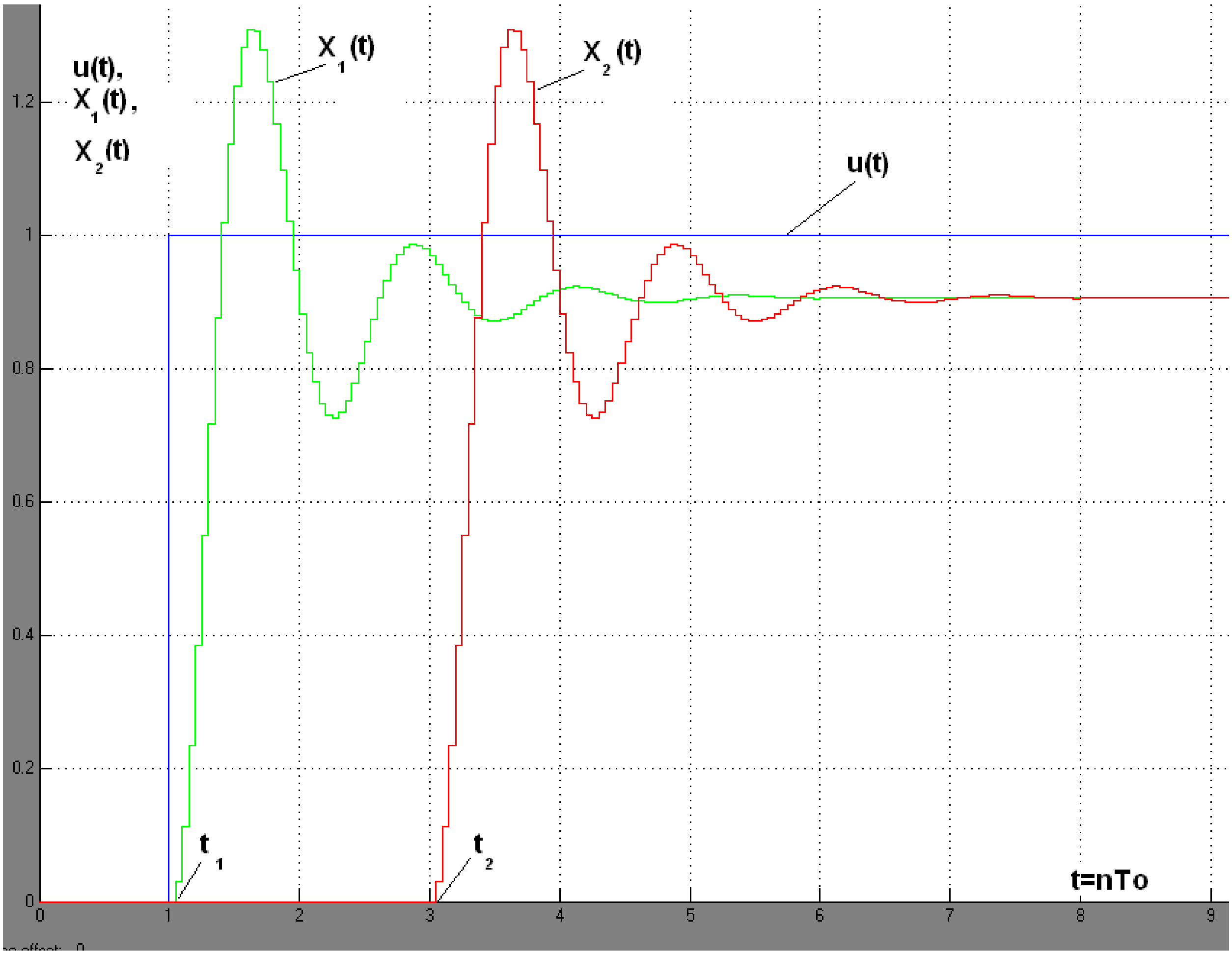

Рис. 8.1. Коливальний перехідний процес на виході ЦСАК без запізнення $X_1(t)$ та із запізненням $X_2(t)$: *($t_2 - t_1$) – тривалість часу запізнення; u(t) – одиничний східчастий вхідний сигнал ЦСАК, який подається на вхід ЦСАК у момент часу t_1; n – дискретний час; То – період дискретизації за часом (для даного прикладу То=0.05 с; в ЦАП використовується екстраполятор нульового порядку)*

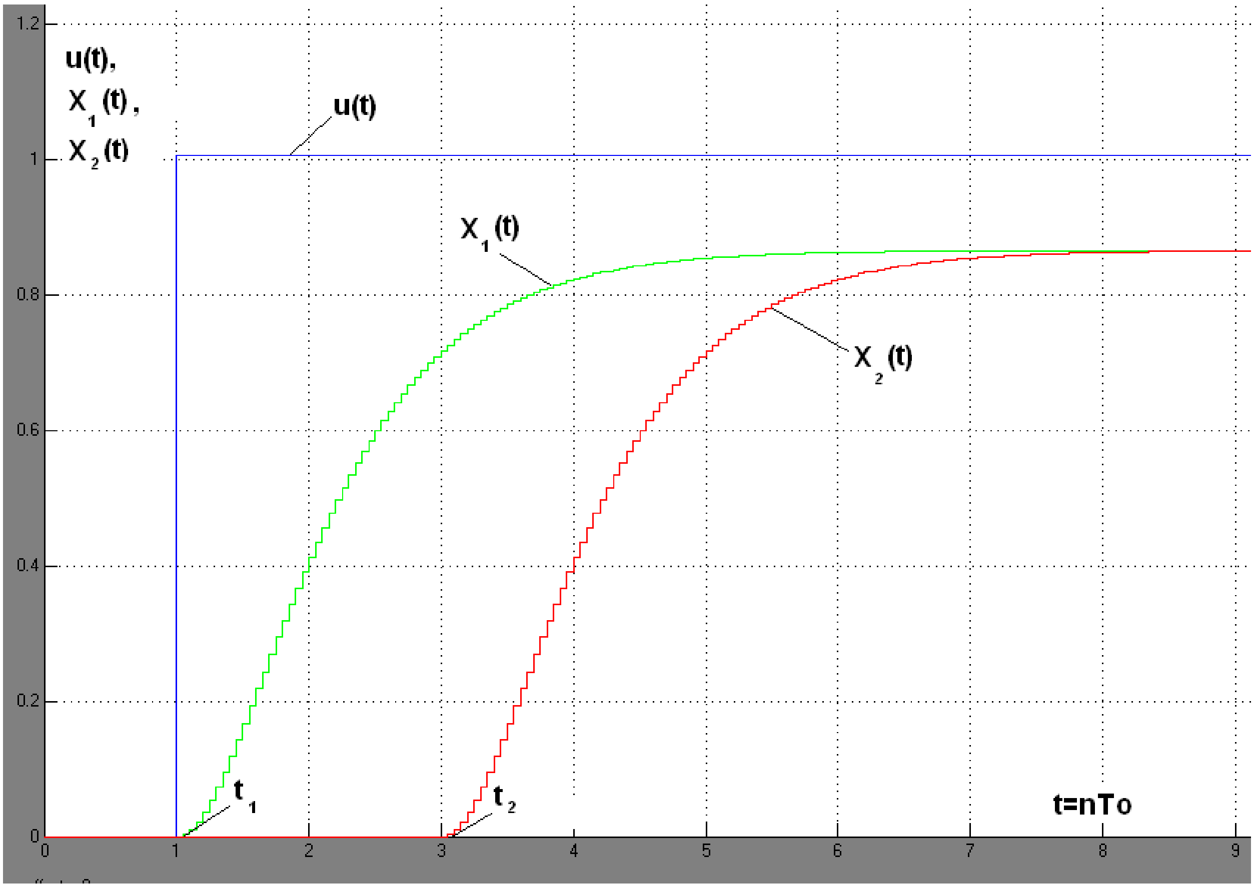

Рис. 8.2. Аперіодичний перехідний процес на виході ЦСАК без запізнення $X_1(t)$ та із запізненням $X_2(t)$: *$(t_2 - t_1)$ – тривалість часу запізнення; u(t) – одиничний східчастий вхідний сигнал ЦСАК, який подається на вхід ЦСАК у момент часу t_1; n – дискретний час; To – період дискретизації за часом (для даного прикладу To=0.05 с; в ЦАП використовується екстраполятор нульового порядку)*

Нагадаємо, що запізнення пов'язано із фізичною природою процесів, які відбуваються в ЦСАК (див. лекцію 4).

Для кількісної характеристики якості перехідного процесу використовують наступні показники, що пов'язані із графічним образом цього процесу (див. рис. 8.3):

1) Δx_{CT} - стала помилка, яка обчислюється за виразом

$$\Delta x_{CT} = |1 - x_{CT}| = \lim_{n\to\infty} |1(n) - x(n)| = \lim_{n\to\infty} |y(n)|,$$
$$y(n) = 1(n) - x(n),\ x_{CT} = \lim_{n\to\infty} x(n);$$

2) $\eta = \dfrac{\Delta x_{CT}}{x_{CT}}$ - відносна стала помилка;

3) $\sigma = \dfrac{\Delta x_{\max}}{x_{CT}}$ - перегулювання, де $\Delta x_{\max} = |x_{\max}(n) - 1|$;

4) $t_{ПП}$ - час тривалості перехідного процесу. Цей час дорівнює інтервалу

часу між моментом часу початку перехідного процесу та першим моментом часу, коли значення вихідного сигналу ЦСАК попадає у область $x_{CT} \pm e, e>0$ (e - мала задана дослідником величина, яка ,за звичай, обирається рівною $e \approx 0.01 \div 0.05 x_{CT}$) і вже із цієї області не виходить;

5) μ - коливальність, чисельне значення якої оцінюють за кількістю точок перетину перехідним процесом рівня $x = x_{CT}$.

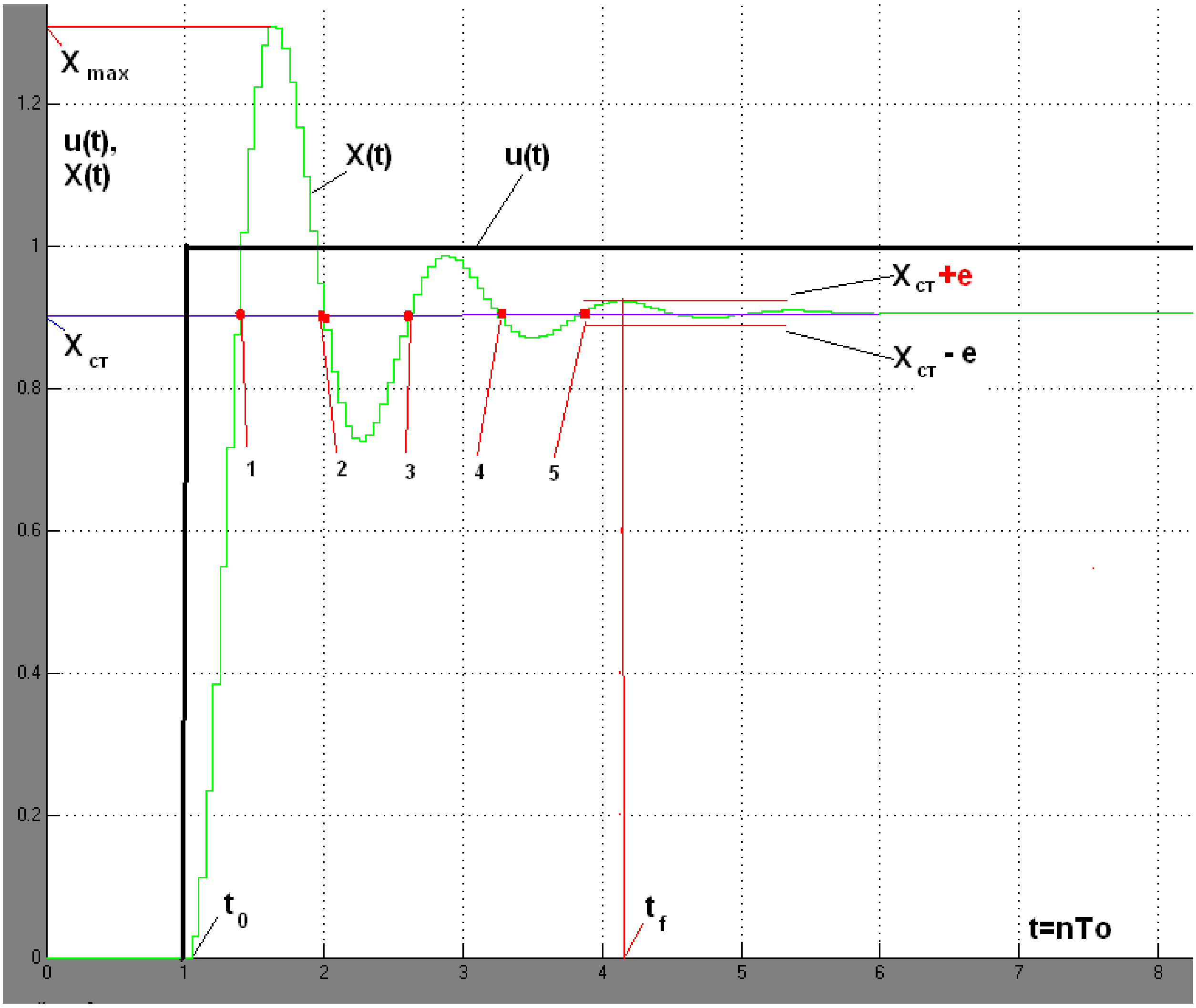

Рис. 8.3. Графічна ілюстрація стосовно визначення кількісних характеристик якості перехідного процесу: $t_{ПП} = t_f - t_0; \quad \mu = 5$

Таким чином якість перехідного процесу може оцінюватись за векторним критерієм вигляду

$$W(A,R) = [\Delta x_{CT}(A,R) \quad \eta(A,R) \quad \sigma(A,R) \quad t_{ПП}(A,R) \quad \mu(A,R)]^T ,$$

де A та R - відповідно вектори параметрів об’єкта керування та цифрового регулятора (якщо структура регулятора уже обрана).

За фізичним змістом показників, що входять до складу векторного критерію, зрозуміла постановка задачі параметричного синтезу регулятора: знайти такі допустимі значення параметрів вектора R, при яких кожен з показників досягає свого глобального мінімуму. Тобто, має місце задача багатокритеріальної оптимізації. Але в загальному випадку досягти глобального мінімуму за кожним із критеріїв при однакових значеннях параметрів, що входять до складу вектора R, не можливо. Для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації необхідно використовувати відповідні методи.

Один із можливих підходів, який частіше за все реалізується на практиці, полягає в тому, що виконується мінімізація часу тривалості перехідного процесу при умові, що усі інші показники знаходяться в допустимих межах.

Наприклад, якщо в якості цифрового регулятора в ЦСАК використовується ЦПІД-регулятор, то $R=[k_{pc} \quad k_{ic} \quad k_{dc}]^T$ - вектор параметрів ЦПІД- регулятора (координати вектора – це відповідно коефіцієнти передачі за пропорційним, інтегральним та диференціальним сигналами). Задача параметричної оптимізації ЦПІД – регулятора формулюється як задача нелінійного програмування на умовний екстремум:

$$t_{ПП}(R) \to \min_{R \in G},$$

де область допустимих розв'язків G задається системою нерівностей

$$\begin{aligned}
&\Delta x_{CT}(R) \in [0; \Delta x_{CT\max}];\\
&\eta(R) \in [0; \eta_{\max}];\\
&\sigma(R) \in [0; \sigma_{\max}];\\
&\mu(R) \in [0; \mu_{\max}].
\end{aligned}$$

Якщо в кожен момент дискретного часу n відоме бажане (еталонне) значення перехідного процесу $x_Б(n)$, то якість функціонування ЦСАК можливо оцінити за допомогою інтегрального критерію якості

$$W(R) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(x(n) - x_Б(n))^2}\ .$$

Розглянемо так звані стандартні (бажані, еталонні) перехідні процеси.

Розділ 8.2. Стандартні форми перехідних процесів

Стандартні перехідні процеси виникають на виході систем, що описуються SISO LTI – математичними моделями, тоді, коли коефіцієнти характеристичних поліномів цих математичних моделей дорівнюють так званим стандартним коефіцієнтам. Характеристичні поліноми із стандартними коефіцієнтами називають - стандартні форми і вказують при цьому специфічну ознаку форми. Кожній стандартній формі характеристичного полінома відповідає специфічний розподіл кренів цього полінома на комплексній площині. Ознака стандартної форми пов'язана із розподілом коренів характеристичного полінома та тією властивістю перехідного процесу, реалізацію якої ця форма забезпечує.

Стандартні перехідні процеси у дискретному часі можливо утворити, якщо виконати дискретизацію за часом неперервного перехідного процесу на виході неперервної системи із SISO LTI – математичною моделлю функціонування. Комп'ютерні математичні моделі (MATLAB+Simulink), що генерують стандартні перехідні процеси у дискретному часі, можливо побудувати із використанням блоків Transfer Fcn (ці блоки моделюють неперервні стандартні перехідні процеси) та Zero-Order Hold (цей блок виконує дискретизацію у часі неперервного перехідного процесу, тобто перетворює його у гратчату функцію). Тому, насамперед, розглянемо SISO LTI – математичні моделі, що генерують неперервні стандартні перехідні процеси.

1. Біноміальні стандартні форми

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає біноміальній стандартній формі має вигляд

$$W_{БСФ}(s) = \frac{1}{P_k(s)} ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 1 до 5 характеристичний поліном має вигляд

$$P_1(s) = s + \nu_0;$$
$$P_2(s) = s^2 + 2 \cdot \nu_0 \cdot s + \nu_0^2;$$
$$P_3(s) = s^3 + 3 \cdot \nu_0 \cdot s^2 + 3 \cdot \nu_0^2 \cdot s + \nu_0^3;$$
$$P_4(s) = s^4 + 4 \cdot \nu_0 \cdot s^3 + 6 \cdot \nu_0^2 \cdot s^2 + 4 \cdot \nu_0^3 \cdot s + \nu_0^4;$$
$$P_5(s) = s^5 + 5 \cdot \nu_0 \cdot s^4 + 10 \cdot \nu_0^2 \cdot s^3 + 10 \cdot \nu_0^3 \cdot s^2 + 5 \cdot \nu_0^4 \cdot s + \nu_0^5,$$

де ν_0 - параметр, який обчислюється наступним чином $\nu_0 = \dfrac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k - час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{БСФ}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $\nu_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп'ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.4, 8.5).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

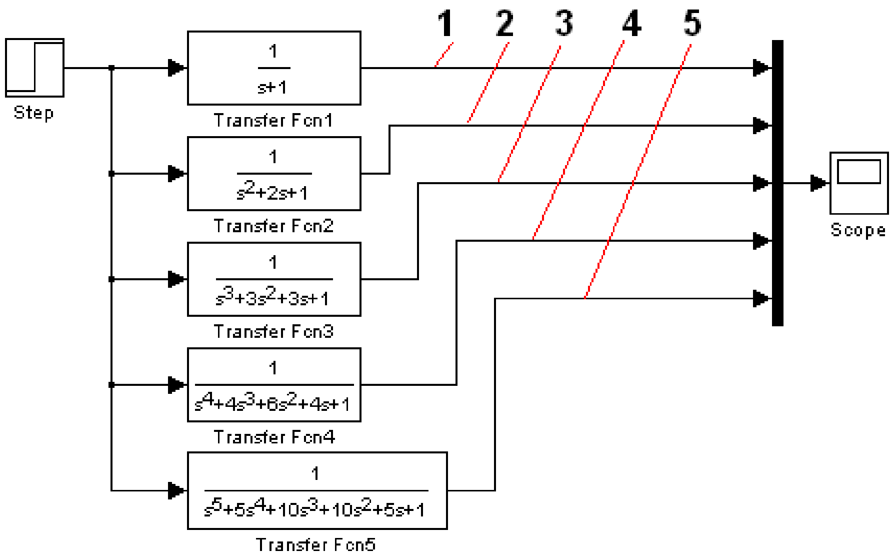

Рис. 8.4. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{БСФ}(s)$***, що дозволяють генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають біноміальній стандартній формі:*** *числа 1, 2, 3, 4, 5 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

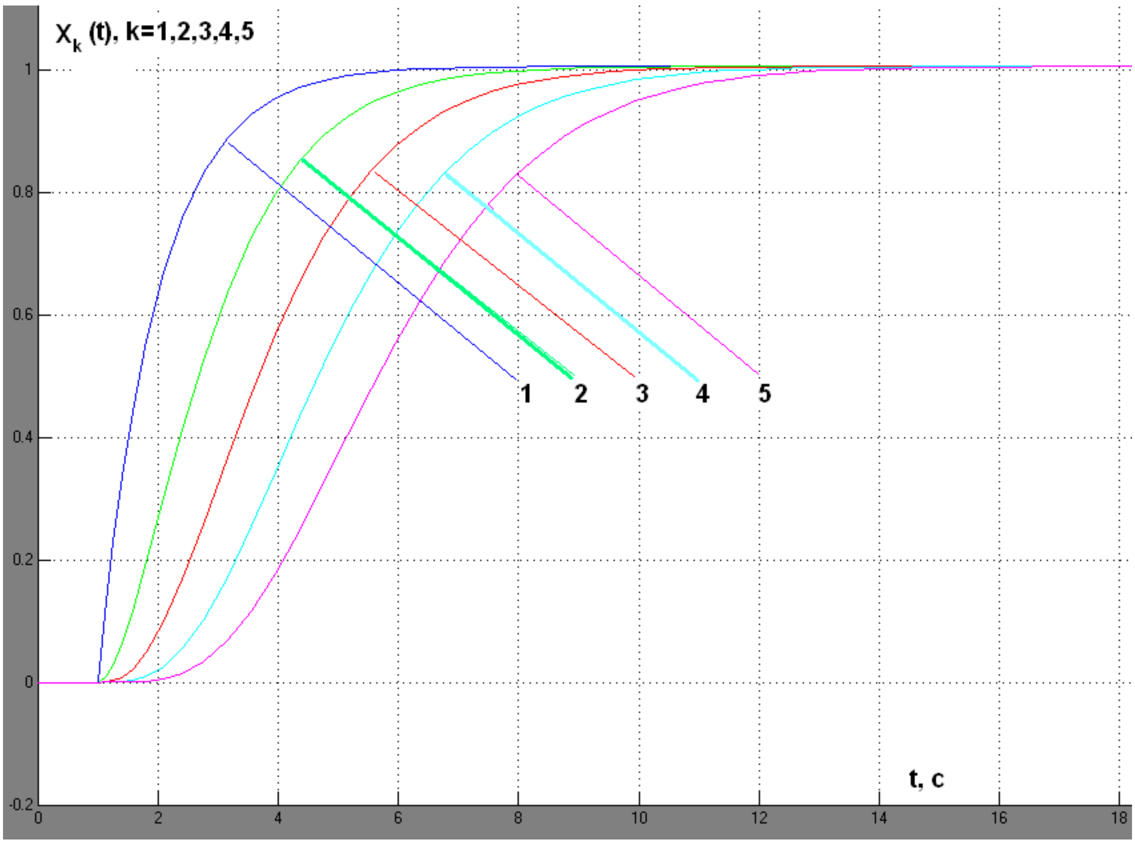

Рис. 8.5. Неперервні перехідні процеси, які відповідають біноміальній стандартній формі і дозволяють визначити нормований час τ_k***:*** *числа 1, 2, 3, 4, 5 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

2. Стандартні форми Баттерворта

Особливість стандартних форм Баттерворта полягає в тому, що в цьому випадку корені характеристичного рівняння будуть розташовані зліва від вісі ординат на колі радіуса ν_0 комплексної площини на однаковій кутовій відстані один від одного.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній формі Баттерворта має вигляд

$$W(s)_{СФБ} = \frac{1}{P_k(s)} \ ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 1 до 5 характеристичний поліном має вигляд

$$P_1(s) = s + \nu_0;$$

$$P_2(s) = s^2 + 1.4 \cdot \nu_0 \cdot s + \nu_0^2;$$

$$P_3(s) = s^3 + 2 \cdot \nu_0 \cdot s^2 + 2 \cdot \nu_0^2 \cdot s + \nu_0^3;$$

$$P_4(s) = s^4 + 2.6 \cdot \nu_0 \cdot s^3 + 3.4 \cdot \nu_0^2 \cdot s^2 + 2.6 \cdot \nu_0^3 \cdot s + \nu_0^4;$$

$$P_5(s) = s^5 + 3.24 \cdot \nu_0 \cdot s^4 + 5.24 \cdot \nu_0^2 \cdot s^3 + 5.24 \cdot \nu_0^3 \cdot s^2 + 3.24 \cdot \nu_0^4 \cdot s + \nu_0^5,$$

де ν_0 - параметр, який обчислюється наступним чином $\nu_0 = \dfrac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k - час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФБ}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $\nu_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп’ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.6, 8.7).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

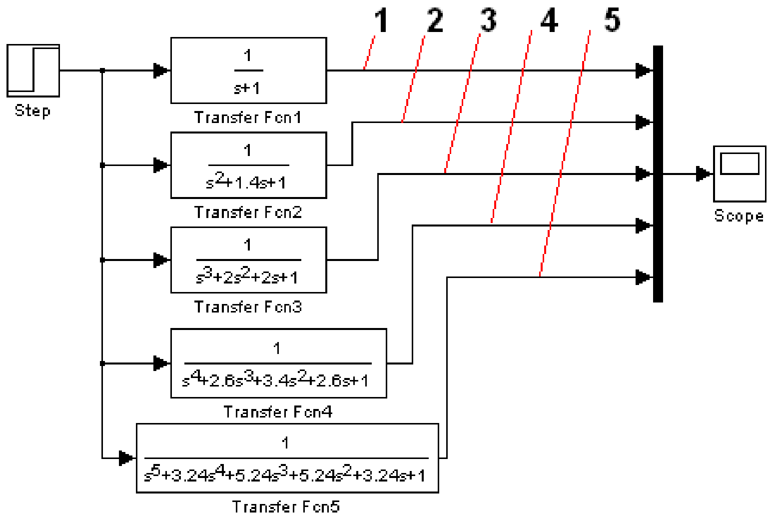

Рис. 8.6. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФБ}(s)$***, що дозволяють генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі Баттерворта:*** *числа 1, 2, 3, 4, 5 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

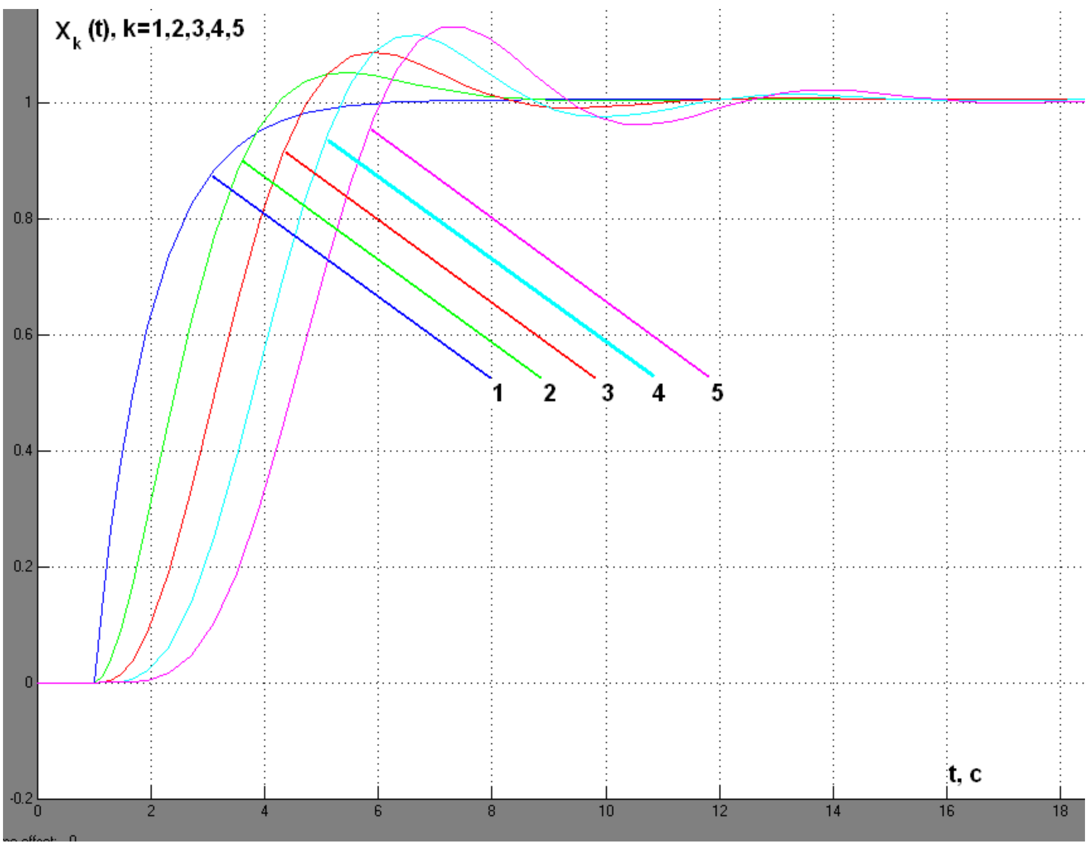

Рис. 8.7. Неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі Баттерворта і дозволяють визначити нормований час τ_k***:*** *числа 1, 2, 3, 4, 5 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

3. Стандартні форми характеристичного рівняння із розподілом коренів за арифметичною прогресією

Особливість стандартних форм характеристичного рівняння із розподілом коренів за арифметичною прогресією (a_1 - перший член прогресії, d - знаменник прогресії) полягає в тому, що в цьому випадку забезпечується значення перерегулювання $\sigma \leq 0.1$.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній форми характеристичного рівняння із розподілом коренів за арифметичною прогресією має вигляд

$$W(s)_{СФАП} = \frac{b_1 \cdot s + 1}{P_k(s)} \ ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 2 до 6 характеристичний поліном має вигляд

$$P_2(s) = s^2 + 2.5 \cdot \nu_0 \cdot s + \nu_0^2, \, де \; a_1 = 0.5, \, d = 2 \; при \; \nu_0 = 1;$$

$$P_3(s) = s^3 + 5.1 \cdot \nu_0 \cdot s^2 + 6.3 \cdot \nu_0^2 \cdot s + \nu_0^3, \, де \; a_1 = 0.183, \, d = 1.517 \; при \; \nu_0 = 1;$$

$$P_4(s) = s^4 + 7.2 \cdot \nu_0 \cdot s^3 + 16 \cdot \nu_0^2 \cdot s^2 + 12 \cdot \nu_0^3 \cdot s + \nu_0^4, \, де \; a_1 = 0.098, \, d = 1.138 \; при \; \nu_0 = 1;$$

$$P_5(s) = s^5 + 9 \cdot \nu_0 \cdot s^4 + 29 \cdot \nu_0^2 \cdot s^3 + 38 \cdot \nu_0^3 \cdot s^2 + 18 \cdot \nu_0^4 \cdot s + \nu_0^5,$$

$$де \; a_1 = 0.063, \, d = 0.867 \; при \; \nu_0 = 1;$$

$$P_6(s) = s^6 + 11 \cdot \nu_0 \cdot s^5 + 43 \cdot \nu_0^2 \cdot s^4 + 83 \cdot \nu_0^3 \cdot s^3 + 73 \cdot \nu_0^4 \cdot s^2 + 25 \nu_0^5 \cdot s + \nu_0^6,$$

$$де \; a_1 = 0.039, \, d = 0.717 \; при \; \nu_0 = 1;$$

ν_0 - параметр, який обчислюється наступним чином $\nu_0 = \dfrac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k - час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФАП}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $\nu_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп’ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.8, 8.9).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

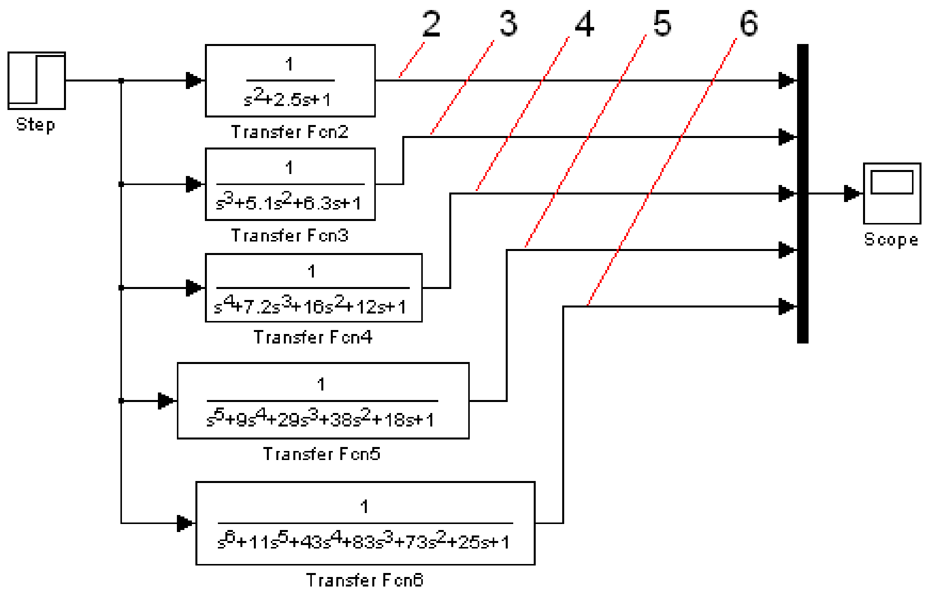

Рис. 8.8. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФАП}(s)$***, що дозволяє генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із розподілом коренів за арифметичною прогресією:*** *числа 2, 3, 4, 5, 6 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

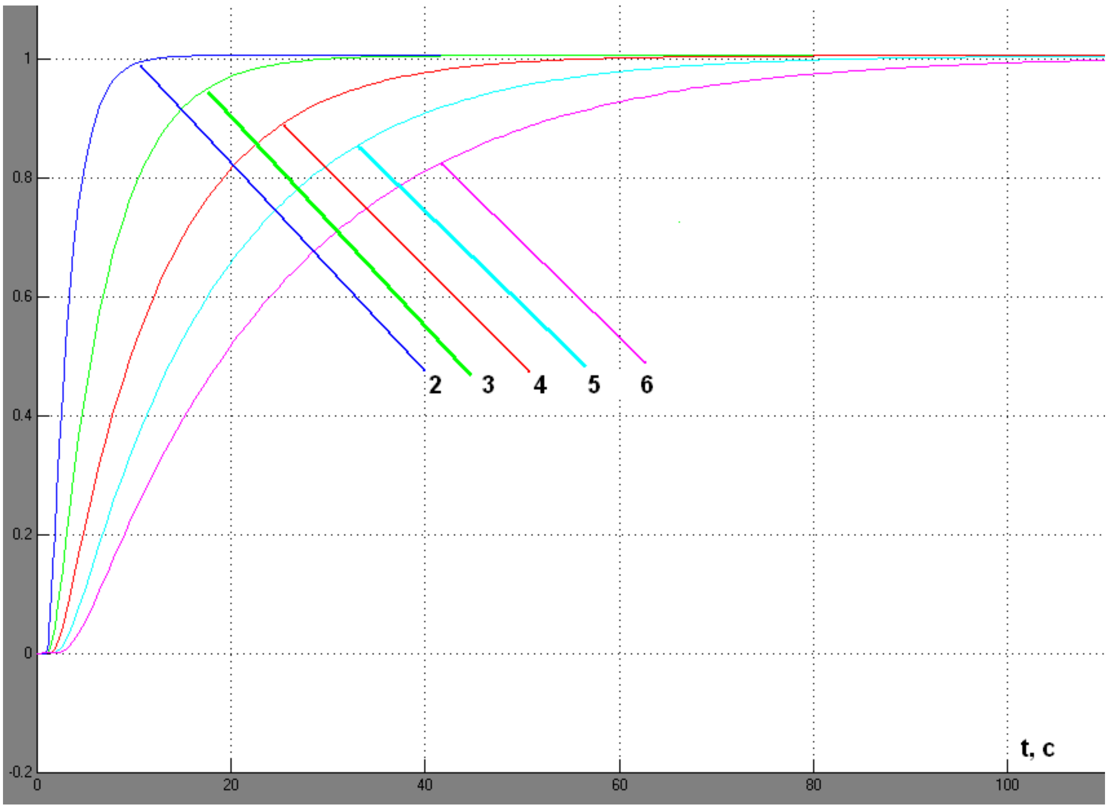

Рис. 8.9. Неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із розподілом коренів за

арифметичною прогресією і дозволяють визначити нормований час τ_k :

числа 2, 3, 4, 5, 6 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами $P_k(s)$ відповідного порядку при умові $v_0 = 1$

4. Стандартні форми характеристичного рівняння із розподілом коренів за геометричною прогресією

Особливість стандартних форм характеристичного рівняння із розподілом коренів за геометричною прогресією (a_1 - перший член прогресії, q - знаменник прогресії) полягає в тому, що в цьому випадку забезпечується мінімальне значення перерегулювання.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній форми характеристичного рівняння із розподілом коренів за геометричною прогресією має вигляд

$$W(s)_{СФГП} = \frac{b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + 1}{P_k(s)} \ ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 3 до 6 характеристичний поліном має вигляд

$$P_3(s) = s^3 + 6.7 \cdot v_0 \cdot s^2 + 6.7 \cdot v_0^2 \cdot s + v_0^3, де\ a_1 = 0.182,\ q = 5.5\ при\ v_0 = 1;$$

$$P_4(s) = s^4 + 7.9 \cdot v_0 \cdot s^3 + 15 \cdot v_0^2 \cdot s^2 + 7.9 \cdot v_0^3 \cdot s + v_0^4, де\ a_1 = 0.185,\ q = 3.08\ при\ v_0 = 1;$$

$$P_5(s) = s^5 + 18 \cdot v_0 \cdot s^4 + 69 \cdot v_0^2 \cdot s^3 + 69 \cdot v_0^3 \cdot s^2 + 18 \cdot v_0^4 \cdot s + v_0^5,$$

$$де\ a_1 = 0.075,\ q = 3.63\ при\ v_0 = 1;$$

$$P_6(s) = s^6 + 36 \cdot v_0 \cdot s^5 + 251 \cdot v_0^2 \cdot s^4 + 485 \cdot v_0^3 \cdot s^3 + 251 \cdot v_0^4 \cdot s^2 + 36 v_0^5 \cdot s + v_0^6,$$

$$де\ a_1 = 0.038,\ q = 3.7\ при\ v_0 = 1;$$

v_0 - параметр, який обчислюється наступним чином $v_0 = \dfrac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k - час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФГП}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $v_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп'ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.10, 8.11).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

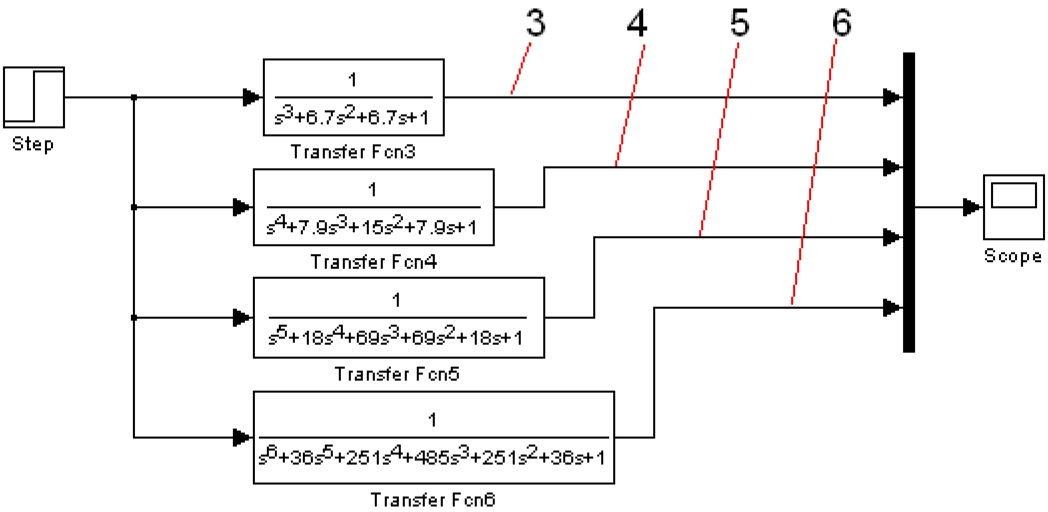

Рис. 8.10. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФГП}(s)$***, що дозволяє генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із розподілом коренів за геометричною прогресією:*** *числа 2, 3, 4, 5, 6 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

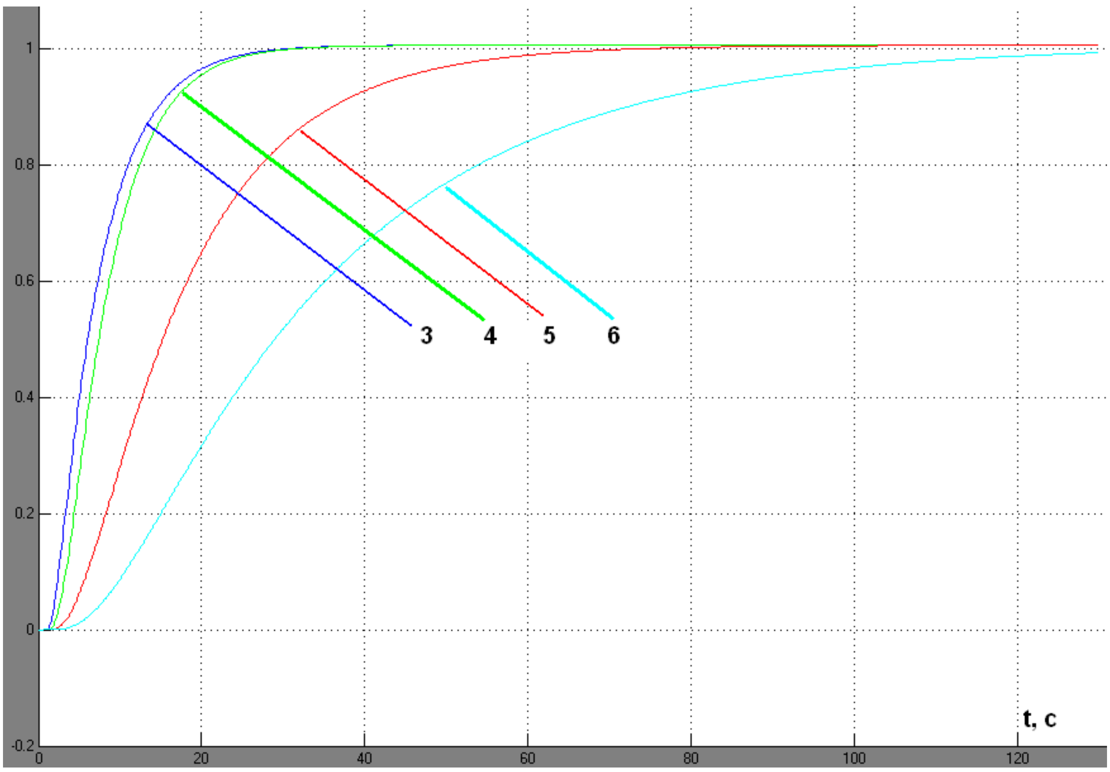

Рис. 8.11. Неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із розподілом коренів за арифметичною прогресією і дозволяють визначити нормований час τ_k***:*** *числа 2, 3, 4, 5, 6 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

5. Стандартні форми характеристичного рівняння із розподілом коренів, що забезпечують максимальну швидкодію

Особливість стандартних форм характеристичного рівняння із розподілом коренів, що забезпечують максимальну швидкодію полягає в тому, що в цьому випадку забезпечується мінімальне значення часу тривалості перехідного процесу.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній формі характеристичного рівняння, що забезпечує максимальну швидкодію має вигляд

$$W(s)_{СФМШ} = \frac{1}{P_k(s)} ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 2 до 4 характеристичний поліном має вигляд

$$P_2(s) = s^2 + 1.4 \cdot v_0 \cdot s + v_0^2;$$

$$P_3(s) = s^3 + 2 \cdot v_0 \cdot s^2 + 2 \cdot v_0^2 \cdot s + v_0^3;$$

$$P_4(s) = s^4 + 2.8 \cdot v_0 \cdot s^3 + 4 \cdot v_0^2 \cdot s^2 + 2.8 \cdot v_0^3 \cdot s \ + v_0^4,$$

де v_0 **-** параметр, який обчислюється наступним чином $v_0 = \frac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k **-** час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФМШ}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $v_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу. Для значень $k \geq 5$ характеристичний поліном $P_k(s)$ має той самий вигляд, що и характеристичний поліном для біноміальної стандартної форми.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп'ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.12, 8.13).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

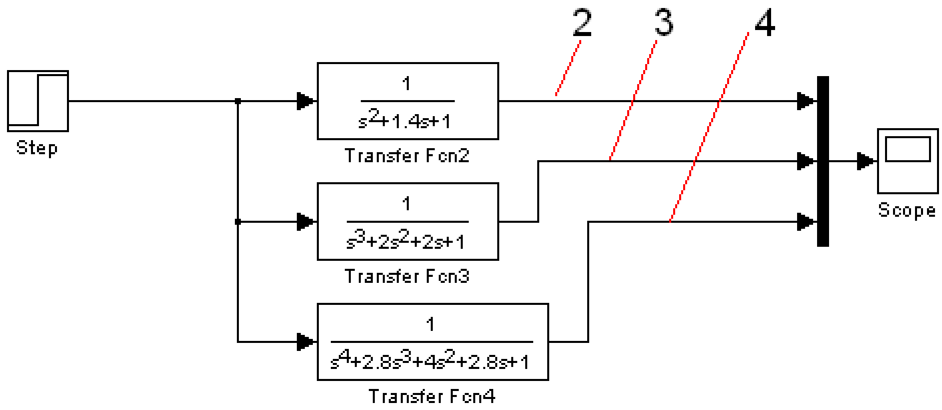

Рис. 8.12. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФМШ}(s)$***, що дозволяє генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння, що забезпечує максимальну швидкодію:*** *числа 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

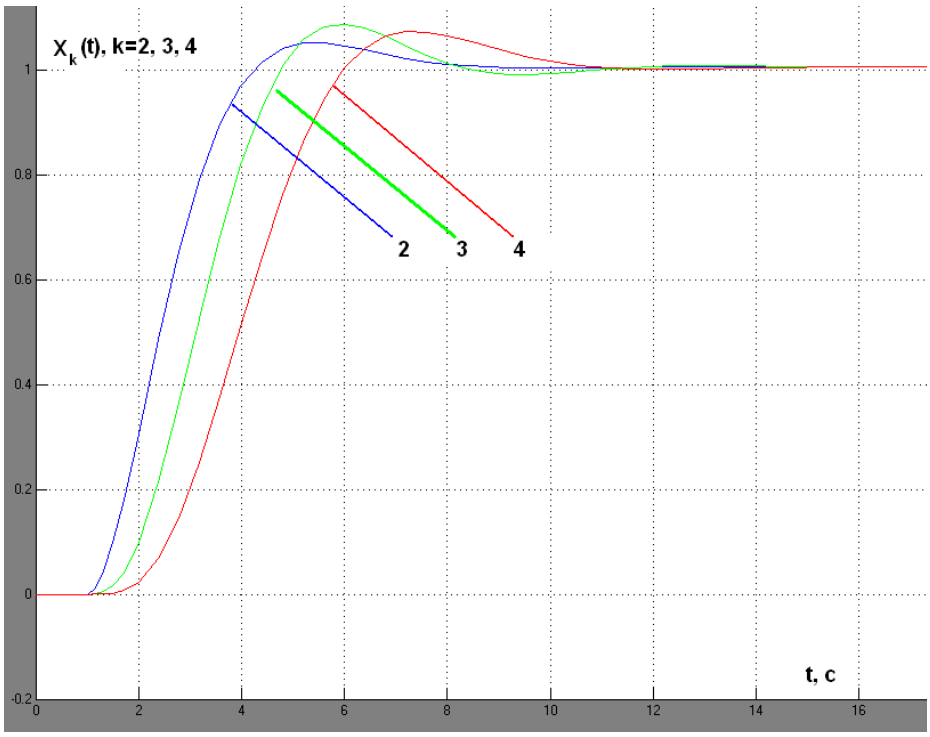

Рис. 8.13. Неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння, що забезпечує максимальну швидкодію і дозволяють визначити нормований час τ_k***:*** *числа 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

6. Стандартні форми характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_1 = \int\limits_0^{+\infty} (1 - x(t))^2 dt$

Особливість стандартних форм характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм W_1 полягає в тому, що інтеграл від квадрата відхилення перехідного процесу від одиничного східчастого сигналу , що обчислюється в межах від 0 до $+\infty$, приймає мінімальне значення, тобто $W_1 = \int\limits_0^{+\infty} (1 - x(t))^2 dt \to \min$.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_1 = \int\limits_0^{+\infty} (1 - x(t))^2 dt$, має вигляд

$$W(s)_{СФК1} = \frac{1}{P_k(s)} ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 1 до 4 характеристичний поліном має вигляд

$$P_1(s) = s + \nu_0;$$
$$P_2(s) = s^2 + \nu_0 \cdot s + \nu_0^2;$$
$$P_3(s) = s^3 + \nu_0 \cdot s^2 + 2 \cdot \nu_0^2 \cdot s + \nu_0^3;$$
$$P_4(s) = s^4 + \nu_0 \cdot s^3 + 3 \cdot \nu_0^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \nu_0^3 \cdot s + \nu_0^4,$$

де ν_0 - параметр, який обчислюється наступним чином $\nu_0 = \frac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k - час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФК1}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $\nu_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп'ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.14, 8.15).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

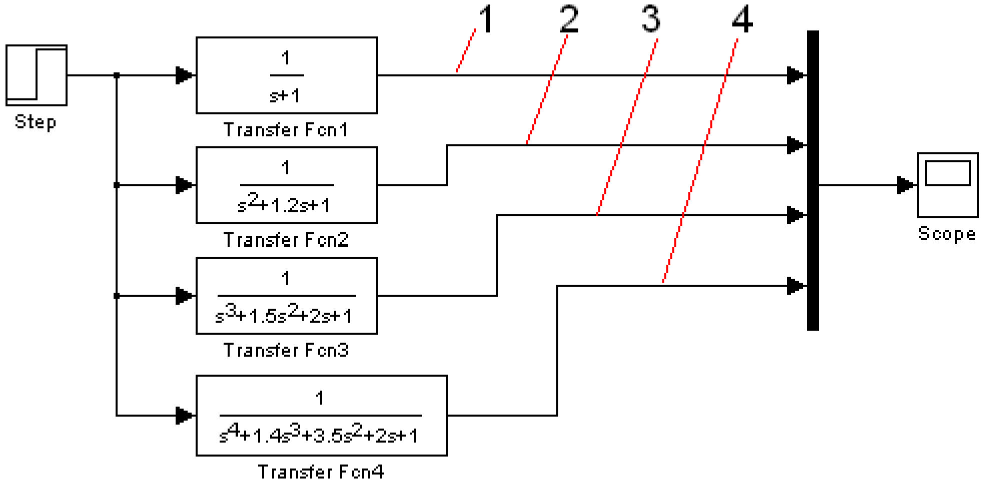

Рис. 8.14. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФК1}(s)$, що дозволяє генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_1 = \int_0^{+\infty}(1-x(t))^2\,dt$ ***:*** *числа 1, 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

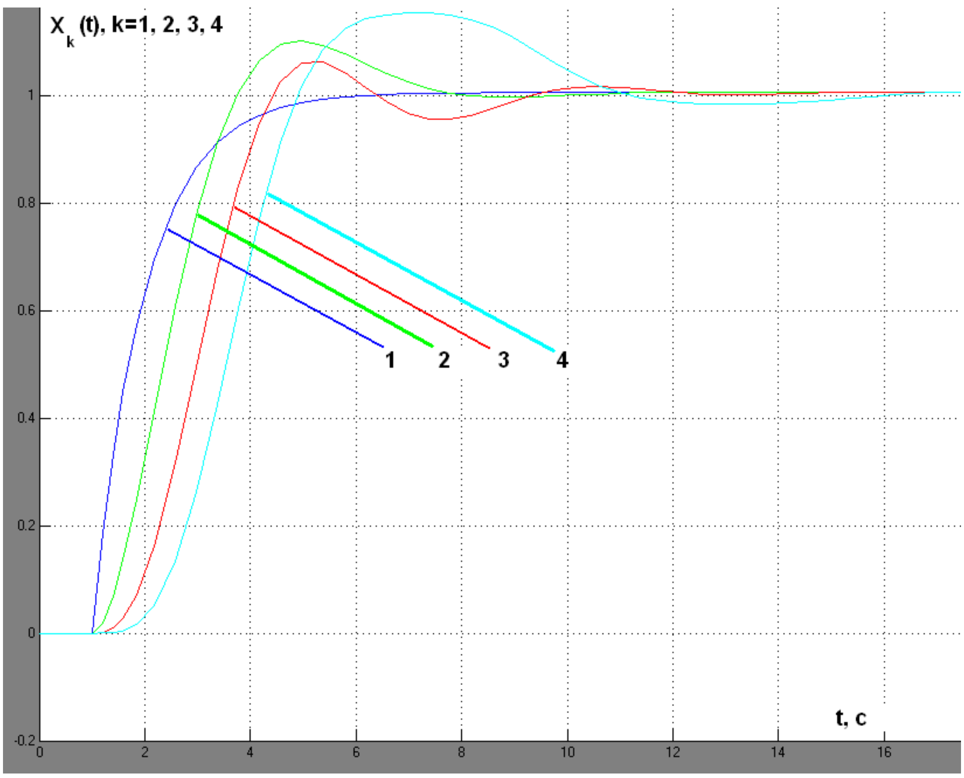

Рис. 8.15. Неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_1 = \int_0^{+\infty}(1-x(t))^2\,dt$

і дозволяють визначити нормований час τ_k ***:*** *числа 1, 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $\nu_0 = 1$

7. Стандартні форми характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_2 = \int_0^{+\infty} t \cdot |1 - x(t)|\, dt$

Особливість стандартних форм характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм W_2 полягає в тому, що інтеграл від добутку поточного часу на модуль відхилення перехідного процесу від одиничного східчастого сигналу, що обчислюється в межах від 0 до $+\infty$, приймає мінімальне значення, тобто $W_2 = \int_0^{+\infty} t \cdot |1 - x(t)|\, dt \rightarrow \min$.

Неперервна передавальна функція системи, що дозволяє генерувати неперервний перехідний процес, який відповідає стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_2 = \int_0^{+\infty} t \cdot |1 - x(t)|\, dt$, має вигляд

$$W(s)_{СФК2} = \frac{1}{P_k(s)} ,$$

де $P_k(s)$ - характеристичний поліном.

Для значень k від 1 до 4 характеристичний поліном має вигляд

$$P_1(s) = s + \nu_0;$$
$$P_2(s) = s^2 + 1.4 \cdot \nu_0 \cdot s + \nu_0^2;$$
$$P_3(s) = s^3 + 1.75 \cdot \nu_0 \cdot s^2 + 2.15 \cdot \nu_0^2 \cdot s + \nu_0^3;$$
$$P_4(s) = s^4 + 2.1 \cdot \nu_0 \cdot s^3 + 3.4 \cdot \nu_0^2 \cdot s^2 + 2.7 \cdot \nu_0^3 \cdot s + \nu_0^4,$$

де ν_0 **-** параметр, який обчислюється наступним чином $\nu_0 = \dfrac{\tau_k}{t_{ПП}}$,

де τ_k **-** час тривалості перехідного процесу у системі із передавальною функцією $W_{СФК2}(s)$ із характеристичним поліномом k - того порядку при $\nu_0 = 1$(нормований час); $t_{ПП}$ - бажаний час тривалості перехідного процесу.

Нормований час τ_k зручно знаходити на основі комп'ютерного обчислювального експерименту (див. рис. 8.16, 8.17).

Бажаний час тривалості перехідного процесу $t_{ПП}$ задає дослідник на основі аналізу фізичних процесів, які відбуваються в ЦСАК, тобто базуючись на фізичному змісті задачі.

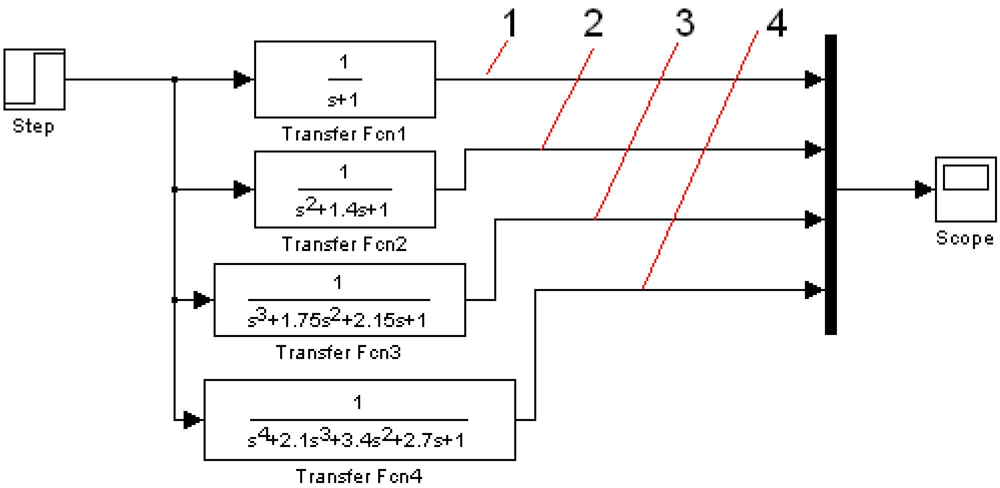

Рис. 8.16. Комп'ютерні математичні моделі систем із передавальною функцією $W_{СФК2}(s)$***, що дозволяє генерувати неперервні перехідні процеси, які відповідають стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм*** $W_2 = \int_0^{+\infty} t \cdot |1 - x(t)| dt$ ***:*** *числа 1, 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

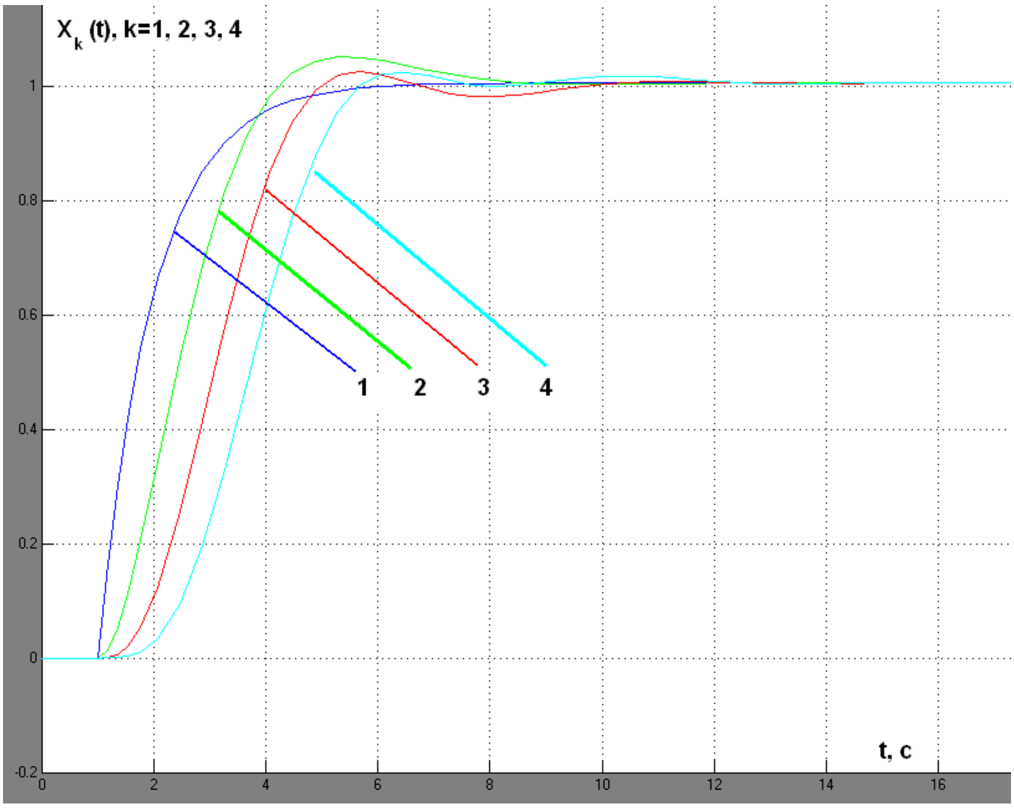

Рис. 8.17. Неперервні перехідні процеси, які відповідають

стандартній формі характеристичного рівняння із коефіцієнтами, що забезпечують оптимальність за критерієм $W_2 = \int_0^{+\infty} t \cdot \left|1 - x(t)\right| dt$

і дозволяють визначити нормований час τ_k ***:*** *числа 1, 2, 3, 4 позначають виходи моделей із характеристичними поліномами* $P_k(s)$ *відповідного порядку при умові* $v_0 = 1$

Зауваження стосовно методики використання стандартних форм

В залежності від фізичного змісту задачі бажаний перехідний процес можливо генерувати із використанням системи, передавальна функція якої є лінійною комбінацією розглянутих вище передавальних функцій, що відповідають різним або одній і тій самій стандартній формі і взяті із спеціально підібраними коефіцієнтами.

Розділ 8.3. Приклад побудови бажаного (еталонного) перехідного процесу із використанням стандартних форм перехідних процесів

Методика побудови бажаного (еталонного) перехідного процесу із використанням стандартних форм перехідних процесів

Етапи методики

1. Формулювання якісних вимог до бажаного перехідного процесу.
2. Формулювання вимоги до кількісного значення часу тривалості перехідного процесу.
3. Виконання комп'ютерного експерименту щодо обчислення нормованого часу тривалості перехідного процесу.
4. Обчислення параметра v_0 та комп'ютерне моделювання бажаного неперервного та дискретного перехідних процесів.
5. Висновки

Виконаємо реалізую етапів методики

Етап 1.

За фізичним змістом задачі обираємо якісний характер зміни в часі бажаного перехідного процесу. Припустимо, що нас цікавить процес із максимальною швидкодією при умові, що $k = 3$.

Етап 2

Час тривалості бажаного процесу не повинен перевищувати 4 с, тобто $t_{ПП} \le 4$.

Етап 3

Використовуючи результат моделювання, який представлено на рис. 8.13, знаходимо, $\tau_3 = 9$с.

Етап 4

Обчислюємо значення параметра $v_0 = \frac{\tau_З}{t_{ПП}} = \frac{9}{4} = 2.25$. Схема комп'ютерного моделювання бажаних неперервного та дискретного перехідних процесів та результат цього моделювання представлені на рис. 8.18 та рис. 8.19.

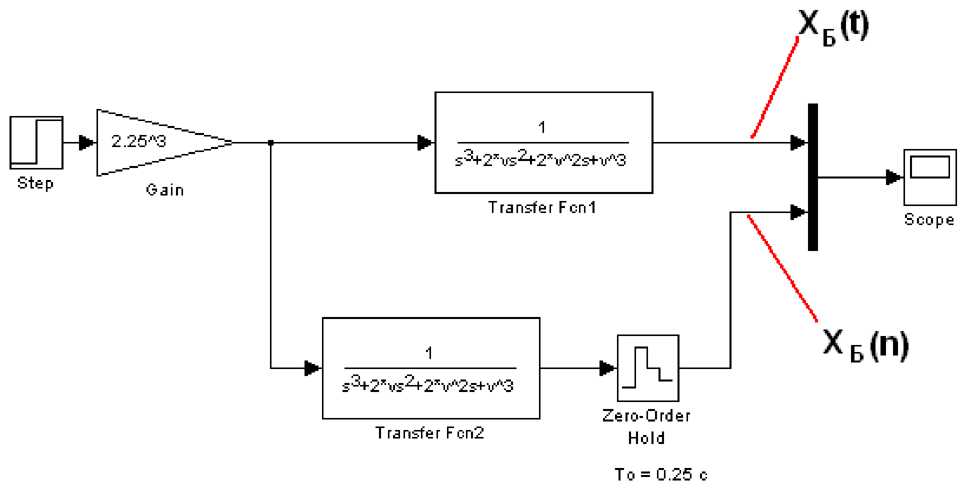

Рис. 8.18. Схема комп'ютерного моделювання бажаного неперервного $X_Б(t)$ ***та бажаного дискретного в часі*** $X_Б(n)$ ***перехідних процесів при умові, що*** $T_o = 0.25\,c,\ v_0 = v = 2.25$

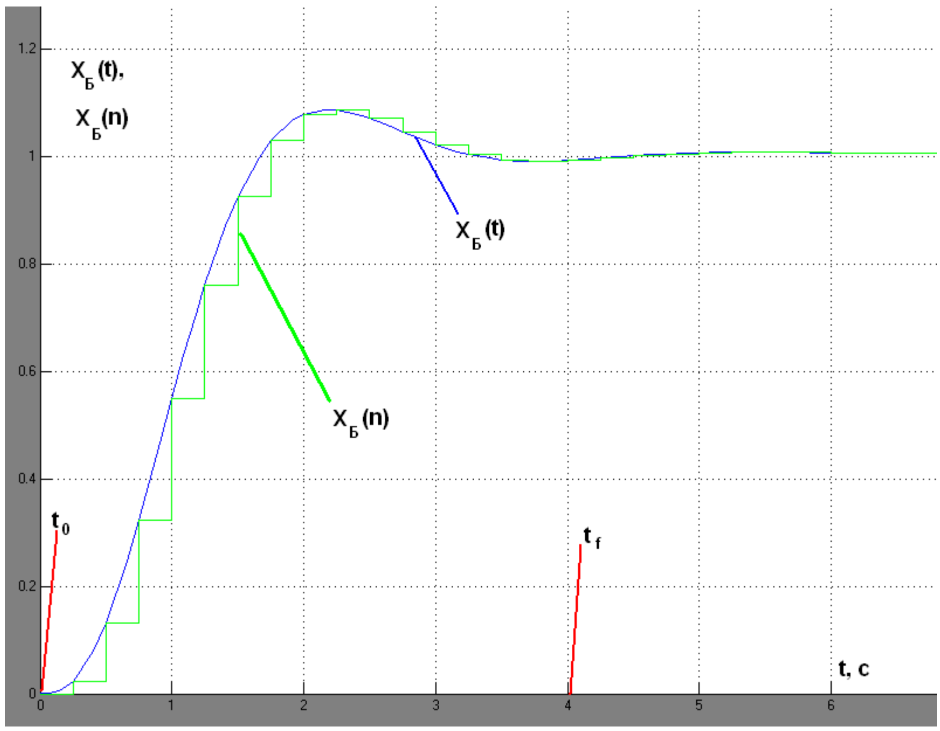

Рис. 8.19. Бажані неперервний $X_Б(t)$ ***та дискретний*** $X_Б(n)$ ***перехідні процеси:***

$t_{ПП} = t_f - t_0 = 4c$ - *час тривалості перехідного процесу*

Етап 5

1. Результати комп’ютерного експерименту (рис. 8.18, 8.19) повністю підтвердили теоретичні положення, які було наведено у теоретичній частині лекції.

2. Подальші дослідження потрібно спрямувати на аналіз та розвиток методів чисельної оптимізації параметрів цифрових регуляторів за будь яким критерієм, що наведені у розділі 8.1 лекції. При цьому слід врахувати, що для обчислення чисельного значення критерію при кожному значенні вектора параметрів регулятора необхідно виконувати комп’ютерне моделювання перехідного процесу на комп’ютерній математичній моделі ЦСАК і порівнювати цей результат із процесом на виході математичної моделі бажаного перехідного процесу. Тобто враховувати , що критерій задано алгоритмічно.