

## Лекція 7

### Синтез алгоритму цифрового автоматичного керування методом забезпечення заданого значення добротності у сталому динамічному режимі

#### Розділ 7.1. Точність стеження ЦСАК за поліноміальним вхідним сигналом

Режим роботи ЦСАК називають динамічним, якщо вхідний сигнал ЦСАК змінюється в часі. Режим роботи ЦСАК називають сталим динамічним з моменту часу, коли практично повністю відбулося затухання вільних рухів системи і залишився лише вимушений рух, який викликаний дією вхідного сигналу ЦСАК.

У сталому динамічному режимі помилка стеження ЦСАК за вхідним сигналом  $u(n)$  оцінюється за допомогою виразу

$$y(n) = C_0 \cdot u(n) + C_1 \cdot \dot{u}(n) + C_2 \cdot \ddot{u}(n) + \dots, \text{ де}$$

$$u(n) = u(t)|_{t=nT_0}; \quad \dot{u}(n) = \dot{u}(t)|_{t=nT_0}; \quad \ddot{u}(n) = \ddot{u}(t)|_{t=nT_0}; \quad \dots; \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$u(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \dots + a_k \cdot t^k$  - неперервний поліноміальний сигнал, який утворює дискретний поліноміальний сигнал при  $t = n \cdot T_0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

$$C_m = \frac{1}{m!} \cdot \left( \frac{d^m H_y(e^{sT_0})}{ds^m} \right) \Big|_{s=0}; \quad m=0, 1, 2, \dots; \quad - \text{ коефіцієнти розкладання у ряд Маклорена}$$

передавальної функції ЦСАК за помилкою

$$H_y(z) = \frac{1}{1 + W_p(z)}, \quad z = e^{sT_0} \text{ поблизу точки } s = 0.$$

Фізична розмірність коефіцієнтів  $C_m$ , яку будемо позначати  $\dim C_m$ , може бути визначена за виразом  $\dim C_m = \frac{\dim y(n)}{\dim u^{(m)}(n)}$ . З'ясуємо фізичний зміст коефіцієнтів  $C_m$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$

$$\text{Припустимо, що } u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad \text{тобто на вході ЦСАК}$$

діє одиничний східчастий сигнал. Тоді, усі похідні від цього сигналу для  $t > 0$  дорівнюють нулю і помилка стеження ЦСАК обчислюється наступним чином

$$y(n) = C_0 \cdot 1(n) + C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 0 + \dots = C_0.$$

**Висновок:**  $C_0 \cdot \dim u(n)$  - це помилка стеження статичною ЦСАК за вхідним

$$\text{сигналом, який є одиничною східчастою дією } u(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Припустимо, що на вході ЦСАК із астатизмом першого порядку діє

$$\text{сигнал } u(t) = \begin{cases} a_0 + 1(t) \cdot t, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad \text{тобто}$$

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad \text{Астатизм першого порядку ЦСАК означає,}$$

що  $C_0 = 0$ . Східчастий характер зміни в часі  $\dot{u}(t)$  означає, що усі наступні похідні від цього сигналу для  $t > 0$  дорівнюють нулю. Тоді помилка стеження ЦСАК обчислюється наступним чином

$$y(n) = 0 \cdot (a_0 + 1(t) \cdot t) + C_1 \cdot 1(t) + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 0 \dots = C_1, \quad t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \cdot$$

**Висновок:**  $C_1 \cdot \dim \dot{u}(n)$  - це помилка стеження ЦСАК із астатизмом першого порядку за вхідним сигналом із одиничною східчастою дією за швидкістю

$$\dot{u}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Припустимо, що на вході ЦСАК із астатизмом другого порядку діє сигнал

$$u(t) = \begin{cases} a_0 + a_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 1(t) \cdot t^2, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad \text{тобто } \dot{u}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

Астатизм другого порядку ЦСАК означає, що  $C_0 = C_1 = 0$ . Східчастий характер зміни в часі  $\ddot{u}(t)$  означає, що усі наступні похідні від цього сигналу для  $t > 0$  дорівнюють нулю. Тоді помилка стеження ЦСАК обчислюється наступним чином

$$y(n) = 0 \cdot (a_0 + a_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 1(t) \cdot t^2) + 0(a_1 + 1(t) \cdot t) + C_2 \cdot 1(t) + C_3 \cdot 0 + \dots = C_2, \\ t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \cdot$$

**Висновок:**  $C_2 \cdot \dim \ddot{u}(n)$  - це помилка стеження ЦСАК із астатизмом другого порядку за вхідним сигналом із одиничною східчастою дією за прискоренням

$$\ddot{u}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Узагальненій висновок полягає в тому, що  $C_m \cdot \dim u^{(m)}(n)$  - це помилка стеження ЦСАК із астатизмом  $m$ -ного порядку за вхідним сигналом із одиничною східчастою дією за  $m$ -ною похідною від  $u^{(m)}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0, & n < 0. \end{cases}$

**Зауваження.** За звичай в ЦСАК астатизм не перевищує другого порядку.

Для більш наглядної характеристики точності стеження ЦСАК за поліноміальним вхідним сигналом використовують кількісні показники якості стеження, що є оберненими числами по відношенню до відповідних помилок:  $K_0 = C_0^{-1}$ ,  $K_1 = C_1^{-1}$ ,  $K_2 = C_2^{-1}$ , ... •

Ці кількісні показники якості стеження ЦСАК за поліноміальним вхідним сигналом отримали назву **добротність**. Як бачимо із визначення добротності: чим добротність вища, тим менша помилка стеження (тим вища точність стеження).

## **Розділ 7.2. Приклад синтезу ЦСАК, яка забезпечує задане значення добротності стеження за поліноміальним вхідним сигналом у сталому динамічному режимі**

Розглянемо приклад синтезу ЦСАК, яка забезпечує задане значення добротності стеження за поліноміальним вхідним сигналом у сталому динамічному режимі.

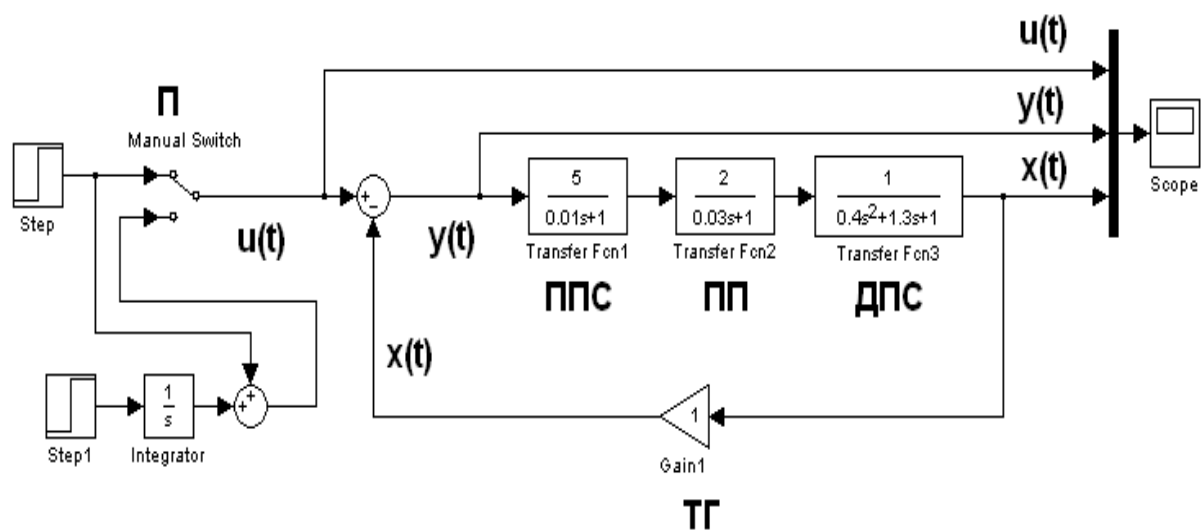
### **Етапи синтезу алгоритму цифрового автоматичного керування методом забезпечення заданого значення добротності у сталому динамічному режимі**

1. Ідентифікація вихідних даних.
2. Побудова математичної моделі приведеного дискретного об'єкта керування.
3. Вибір структури цифрового регулятора.
4. Обчислення передавальної функції замкненої ЦСАК за помилкою.
5. Вибір порядку поліному, що описує вхідний сигнал  $u(n)$  та обчислення коефіцієнтів  $C_0, C_1, C_2, \dots$  у виразі для помилки стеження ЦСАК за  $u(n)$  у сталому динамічному режимі.
6. Обчислення параметрів закону керування для обраної у п.3 структури, що забезпечують задане значення добротності у сталому динамічному режимі.
7. Виконання комп'ютерного імітаційного експерименту.
8. Висновки.

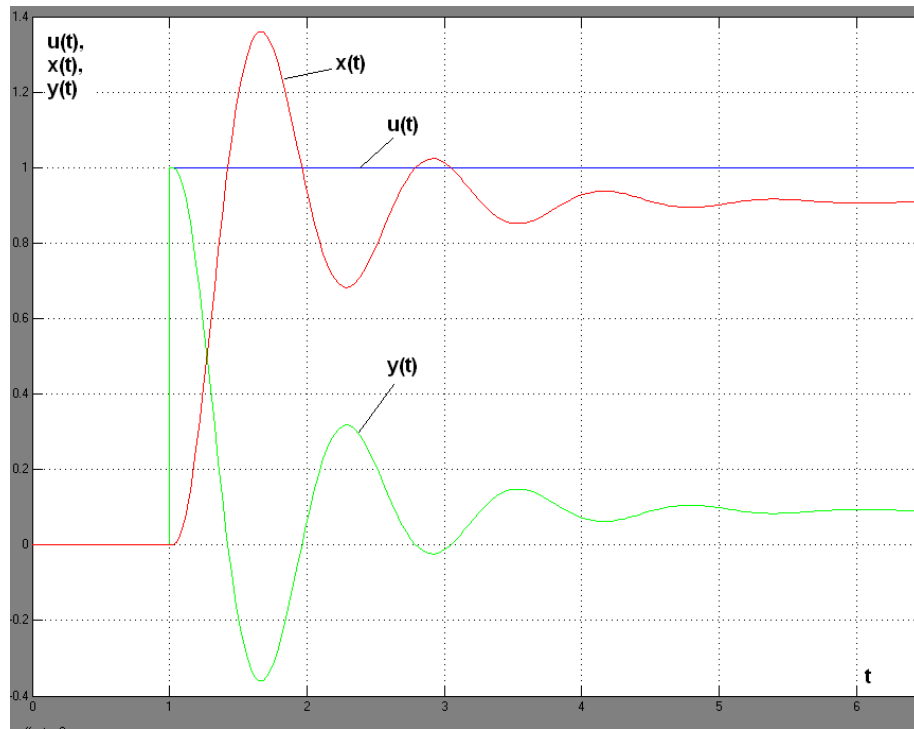
Перейдемо до реалізації етапів методу.

## Етап 1.

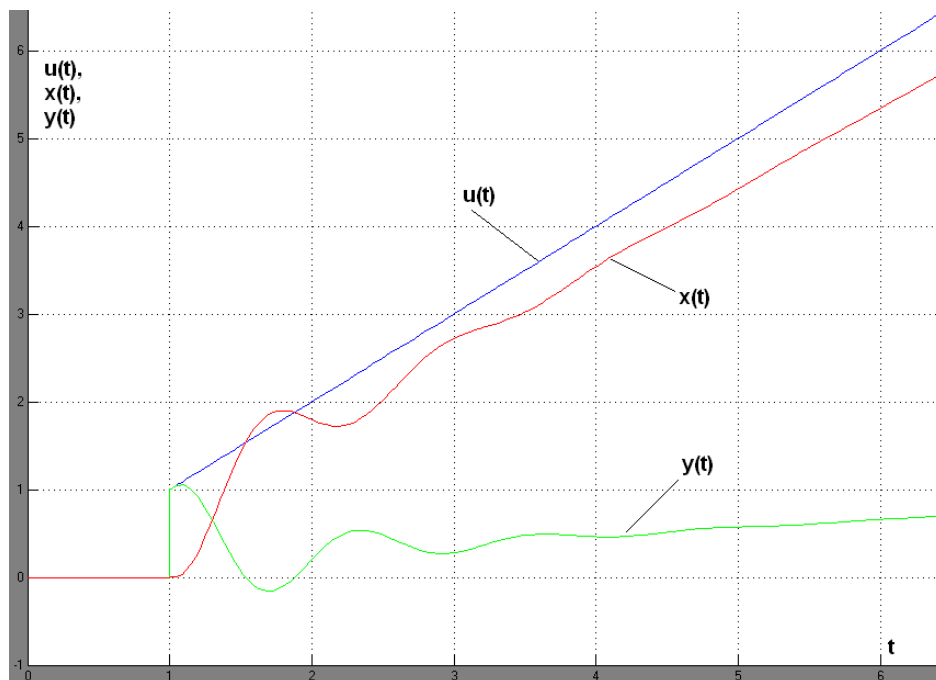
Розглянемо внутрішній контур аналогової системи автоматичного керування температурою повітря в салоні (приміщенні) мобільного центру обробки інформації літаючої (повітряної) сенсорної мережі (див. лекція 1, рис.1.5). Комп'ютерна математична модель аналогової системи автоматичного керування, яка обрана в якості прототипу для побудови ЦСАК внутрішнім контуром, представлена на рис. 7.1. Аналоговий регулятор у системі прототипі складається із двох підсилювачів: підсилювачі постійного струму та підсилювачі потужності. Як бачимо (див. рис. 7.2), перехідний процес на виході аналогової системи прототипу має коливальний характер, а також існує стала помилка. Якщо вхідний сигнал аналогової системи прототипу лінійно зростає в часі, то помилка стеження теж лінійно зростає у сталому динамічному режимі (див. рис. 7.3). Поставимо за мету покращити якість процесу регулювання у системі прототипі завдяки синтезу алгоритму цифрового автоматичного керування, який дозволить отримати аперіодичний перехідний процес із зменшеним часом його тривалості та забезпечити задану добротність стеження за лінійно зростаючим вхідним сигналом.



**Рис. 7.1. Комп'ютерна математична модель аналогової системи прототипу: ППС – підсилювач постійного струму; ПП – підсилювач потужності; ТГ - тахогенератор**



**Рис. 7.2.** Процеси на виході аналогової системи автоматичного керування (див. рис. 7.1, перемикач П розташований у верхньому положенні), яка обрана в якості прототипу для побудови ЦСАК:  $u(t)$  - східчастий вхідний сигнал;  $x(t)$  - перехідний процес;  $y(t)$  - зміна в часі помилки стеження



**Рис. 7.3.** Процеси на виході аналогової системи автоматичного керування (див. рис. 7.1, перемикач П розташований у нижньому положенні), яка обрана в якості прототипу для побудови ЦСАК:  $u(t) = 1(t) + 1(t) \cdot t$  - лінійно зростаючий вхідний сигнал;  $x(t)$  - сигнал на виході системи прототипу;  $y(t)$  - зміна в часі помилки стеження

## Етап 2.

Побудову математичної моделі приведенного дискретного об'єкта керування виконаємо у відповідності із теоретичними положеннями, що викладені у лекції 4 та прикладом, що наведено у лекції 5. Основні дії, які необхідно виконати для побудови математичної моделі приведенного дискретного об'єкта керування полягають у наступному.

1). Виконаємо редукцію математичної моделі узагальненого неперервного об'єкта керування нехтуючи динамічними властивостями підсилювачів.

2). Вважаємо, що на вході АЦП цифрового тахогенератора, що розташований у зворотному зв'язку діє збурення із верхньою граничною частотою 62.8 рад/с.

Тоді за теоремою квантування знаходимо  $T_0 = \pi / 62.8 = 0.0500$  с.

3). Припускаємо, що в ЦАП використовується екстраполятор нульового порядку. Тоді, застосовуючи функції системи комп'ютерної математики MATLAB+Simulink обчислюємо передавальну функцію приведенного дискретного об'єкта керування:

```
>> WHs=tf([10],[0.4 1.3 1])
```

Transfer function:

10

-----

0.4 s<sup>2</sup> + 1.3 s + 1

```
>> WPDz=c2d(WHs,0.05)
```

Transfer function:

0.02961 z + 0.02805

-----

z<sup>2</sup> - 1.844 z + 0.85

Sampling time: 0.05

Остаточно маємо  $W_{III}(z) = \frac{0.02961 \cdot z + 0.02805}{z^2 - 1.844 \cdot z + 0.85}$ , що і треба було отримати на цьому етапі.

### Етап 3

В якості цифрового регулятора використаємо цифровий пропорційно-інтегрально-диференціальний регулятор (ЦПД-регулятор) із передавальною функцією

$$D(z) = k_{pc} + k_{ic} \cdot \frac{z+1}{z-1} + k_{dc} \cdot \frac{z-1}{z} = \frac{A \cdot z^2 + B \cdot z + C}{z \cdot (z-1)},$$

$$\text{де } \begin{cases} A = k_{pc} + k_{ic} + k_{dc}; \\ B = -k_{pc} + k_{ic} - 2 \cdot k_{dc}; \\ C = k_{dc}. \end{cases}$$

### Етап 4

Обчислимо передавальну функцію ЦСАК за помилкою

$$H_y(z) = \frac{1}{1 + W_P(z)} \Big|_{z=e^{sT_0}} = \frac{z \cdot (z-1)}{z \cdot (z-1) + P_2(z) \cdot W_{ПД}(z)},$$

де

$$W_P(z) = D(z) \cdot W_{ПД}(z) = \frac{P_2(z)}{z \cdot (z-1)} \cdot W_{ПД}(z),$$

$$P_2(z) = A \cdot z^2 + B \cdot z + C.$$

### Етап 5

Припустимо, що у сталому динамічному режимі потрібно забезпечити задане значення добротності стеження за вхідним сигналом, що лінійно змінюється в часі. Тобто  $u(t) = \begin{cases} a_0 + 1(t) \cdot t, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0, t = n \cdot T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases}$

Використання ЦПД-регулятора призводить до того, що ЦСАК стає астатичною системою із астатизмом першого порядку. Це означає, що  $C_0 = 0$ .

Обчислимо  $C_1$ . Згідно формули, що наведена у розділі 7.1, маємо:

$$C_1 = \frac{T_0}{2 \cdot k_{ic} \cdot W_{ПД}(1)}.$$

## Етап 6

Обчислимо параметри ЦПД-регулятора, що забезпечують задане значення добротності у сталому динамічному режимі.

1). Скористаємося виразом для  $C_1$ . Із врахуванням визначення добротності можемо обчислити коефіцієнт передачі ЦПД – регулятора за інтегральним сигналом

$$k_{ic} = \frac{K_1 \cdot T_0}{2 \cdot W_{пд}(1)}.$$

2). Коефіцієнти передачі ЦПД – регулятора за пропорційним та диференціальним сигналами обчислимо на основі наступних міркувань. Передавальна функція розімкненої системи має вигляд

$$W_p(z) = D(z) \cdot W_{пд}(z) = \frac{P_2(z)}{z \cdot (z-1)} \cdot W_{пд}(z) = \frac{A \cdot (z^2 + \frac{B}{A} \cdot z + \frac{C}{A})}{z \cdot (z-1)} \cdot \frac{0.02961 \cdot z + 0.02805}{z^2 - 1.844 \cdot z + 0.85}.$$

$$\text{Припустимо, що } \begin{cases} \frac{B}{A} = \frac{-k_{pc} + k_{ic} - 2 \cdot k_{dc}}{k_{pc} + k_{ic} + k_{dc}} = b; \\ \frac{C}{A} = \frac{k_{dc}}{k_{pc} + k_{ic} + k_{dc}} = c. \end{cases}$$

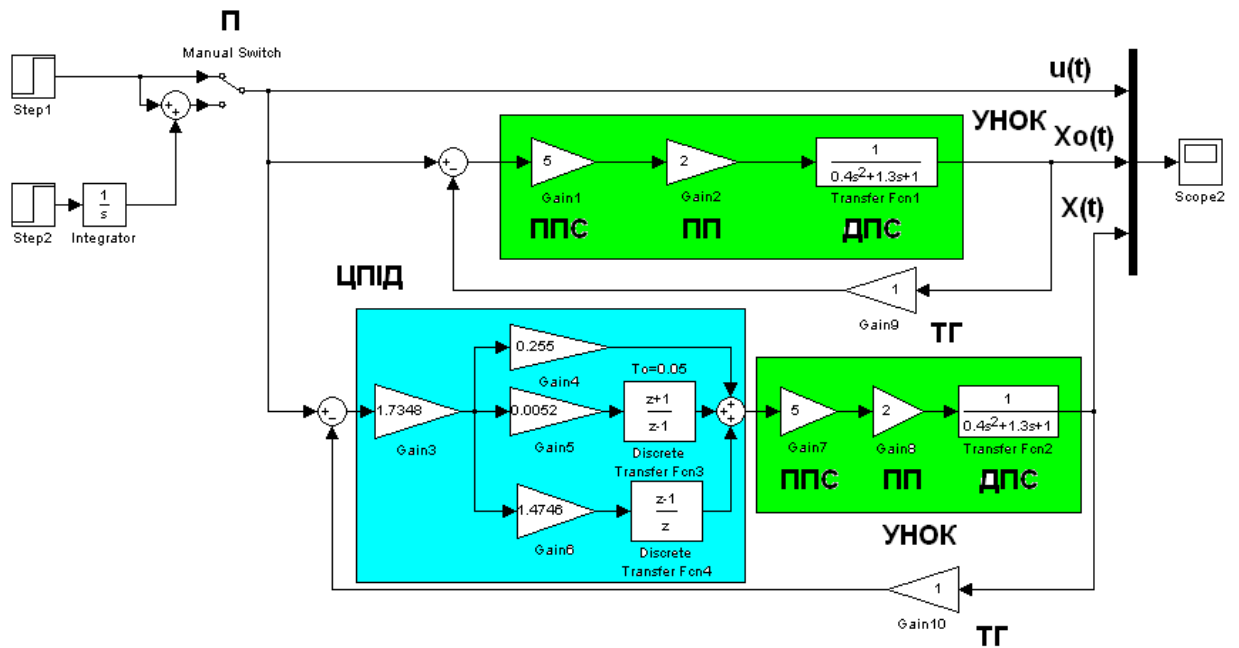
$$\text{Тоді } \begin{cases} k_{pc} = \frac{2 \cdot k_{ic} \cdot c}{1 + b + c}; \\ k_{dc} = k_{ic} - \left(2 + \left(\frac{b}{c}\right)\right) \cdot \frac{2 \cdot k_{ic} \cdot c}{1 + b + c}. \end{cases}$$

Припустимо, що  $K_1 = 2$ ,  $b = -1.844$ ,  $c = 0.85$ .

Тоді  $k_{pc} = 0.255$ ,  $k_{ic} = 0.0052$ ,  $k_{dc} = 1.4746$ ;  $A = 1.7348$ .

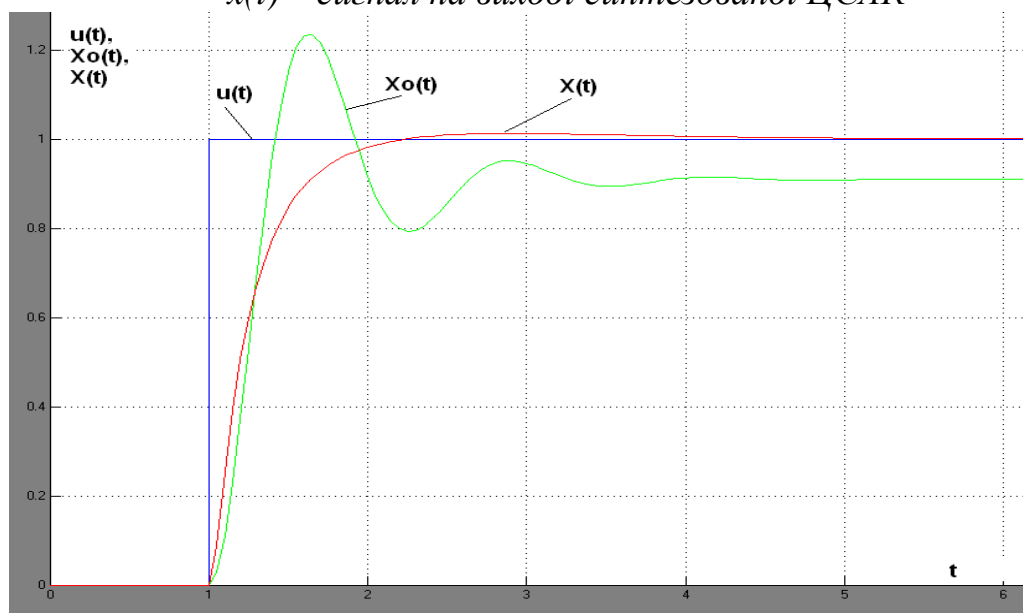
## Етап 7

Виконаємо комп'ютерний імітаційний експеримент із використанням комп'ютерної математичної моделі (рис. 7.4). Результати моделювання представлені на рис. 7.5 и 7.6.



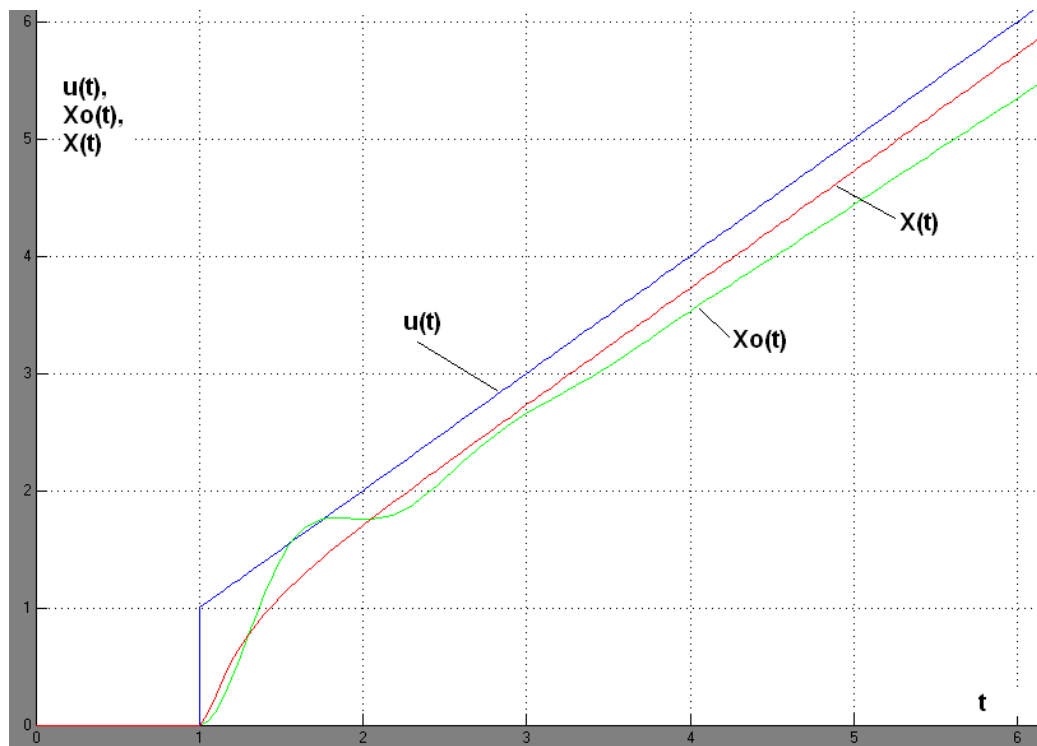
**Рис. 7.4.** Комп'ютерна математична модель перевірки якості функціонування алгоритму цифрового автоматичного керування, який забезпечує задане значення добротності у сталому динамічному режимі:

$УНОК$  - узагальнений неперервний об'єкт керування ;  
 $u(t)$  – вхідний сигнал;  $x_0(t)$  – сигнал на виході системи прототипу;  
 $x(t)$  – сигнал на виході синтезованої ЦСАК



**Рис. 7.5.** Результат комп'ютерного імітаційного моделювання процесу функціонування аналогової системи прототипу та ЦСАК, яка забезпечує задане значення добротності у сталому динамічному режимі:

$u(t)$  – вхідний сигнал, який є східчастою дією (перемикач П перебуває у верхньому положенні);  $x_0(t)$  – сигнал (перехідний процес) на виході системи прототипу;  $x(t)$  – сигнал (перехідний процес) на виході ЦСАК із синтезованим алгоритмом



**Рис. 7.6.** Результат комп'ютерного імітаційного моделювання процесу функціонування аналогової системи прототипу та ЦСАК, яка забезпечує задане значення добротності у сталому динамічному режимі:  $u(t)$  – вхідний сигнал, який лінійно зростає в часі (перемикач П перебуває у нижньому положенні);  $x_0(t)$  – сигнал на виході системи прототипу;  $x(t)$  – сигнал на виході ЦСАК із синтезованим алгоритмом

## Етап 8

### Висновок

1. Результати комп'ютерного імітаційного експерименту повністю підтвердили теоретичні положення щодо можливості синтезу алгоритму цифрового автоматичного керування методом забезпечення заданого значення добротності у сталому динамічному режимі .
2. Перехідний процес у системі прототипі має коливальний характер. Перехідний процес у ЦСАК із синтезованим алгоритмом є аперіодичним із часом тривалості май же у тричі меншим ніж у системі прототипі.
3. У ЦСАК із синтезованим алгоритмом вдалося досягти сталості помилки стеження за вхідним сигналом, що лінійно змінюється в часі. Цього вдалося досягти завдяки наявності операції інтегрування у ЦПД – регуляторі, із використанням якого була побудована ЦСАК.
4. Параметри ЦПД – регулятора були обчислені із використанням методу, який дозволяє забезпечити задане значення добротності у сталому динамічному режимі.