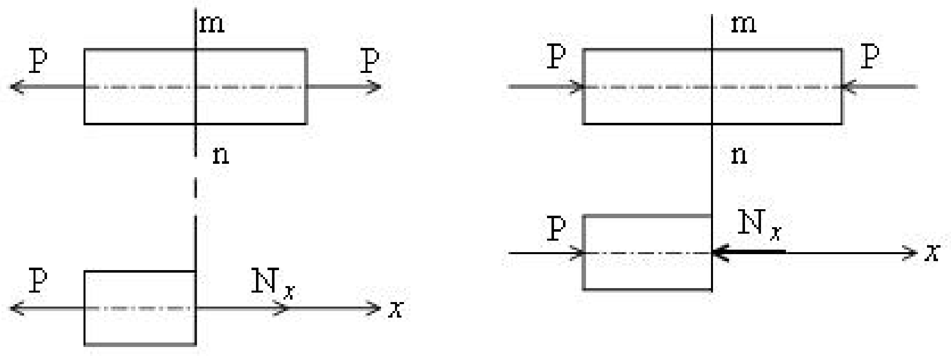
CHO’ZILISH VA SIQILISH STATIK NOANIQ SISTEMALAR.

REJA:

1. G‘o‘lalarning ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlari
2. Sterjenning ko‘ndalang kesimidagi kuchlanishlar
3. Cho‘zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik shartlari
4. Cho’zilish (siqilish)da kuchlanish, deformatsiya va ko’chishlar.
5. Cho‘zilish diagrammasi
6. Cho’zilishda (siqilishda) potentsial energiya.
7. Cho‘zilish va siqilishdagi statik aniqmas masalalar

G‘o‘lalarning ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlari

Cho‘zilgan yoki siqilgan to‘g‘ri g‘o‘laning ko‘ndalang kesimida faqat bo‘ylama zo‘riqish kuchi (N_X) hosil bo‘ladi. Sterjenda ***cho‘zilish deformatsiyasi*** hosil qilgan bo‘ylama kuchlarni musbat siqilish deformatsiyasi hosil qilgan bo‘ylama kuchlarni esa manfiy deb olamiz. Bo‘ylama kuch ***cho‘zilgan*** g‘o‘lada ko‘ndalang kesimlardan ***tashqariga siqilgan*** g‘o‘lada esa ko‘ndalang kesimga **qarab** yo‘nalgan bo‘ladi deb qabul qilamiz (2.1-shakl).



2.1-shakl

Bu ko‘rilgan masalalarda zo‘riqish kuchlarini topishda kesish usulidan foydalaniladi.

Bu usulga ko‘ra, zo‘riqish kuchlarini aniqlash uchun g‘o‘lani fikran kesamiz va qoldirilgan qism muvozanatini yozamiz.

$$\sum_{q \cdot q} X_k = N_x + \sum_{q \cdot q} \cdot pr \ P_i = 0$$

bundan

$$N_x = -\sum_{q \cdot q} prP_i \quad (2.1)$$

bo‘ladi. $\sum\limits_{q \cdot q}$ belgisining tagidagi ($q \cdot q$) harflari qoldirilgan qismga qo‘yilgan kuchlarning x o‘qidagi proeksiyalari algebraik yig‘indisini anglatadi.

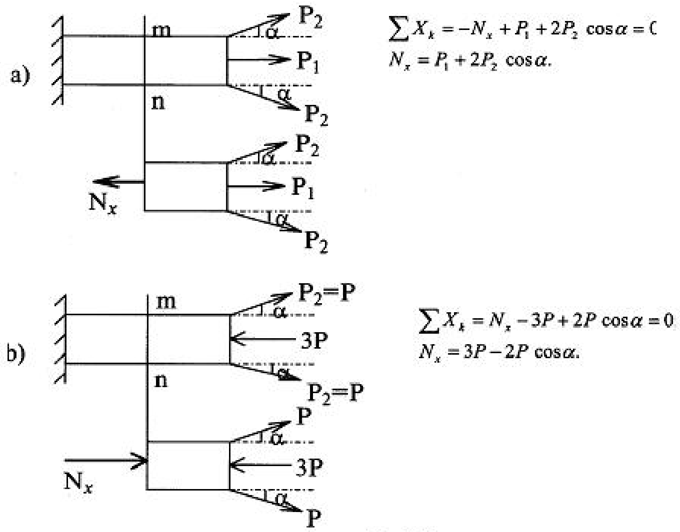
Shunday qilib, g‘o‘laning ixtiyoriy ko‘ndalang kesimidagi bo‘ylama kuch g‘o‘laning qoldirilgan qismiga ta’sir qilgan barcha tashqi kuchlarning g‘o‘la o‘qiga tushirilgan proeksiyalari algebraik yig‘indisiga teng.

N_x ning yo‘nalishi g‘o‘laning qoldirilgan qismiga qo‘yilgan barcha kuchlarning g‘o‘la o‘qiga tushirilgan proeksiyalari yig‘indisining yo‘nalishiga teskari bo‘ladi.

Bu qoidaga asoslanib, quyidagi 2.2-shakl a) va b) chizmalarda berilgan misollarni yechamiz.

G‘o‘laning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan normal kuchlanishlarning teng ta’sir etuvchisi shu ko‘ndalang kesimda hosil bo‘ladigan kuch deb ataladi. Bu ta’rifning matematik ifodasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$N_x = \int_A \pm \cdot dA \quad (2.2)$$



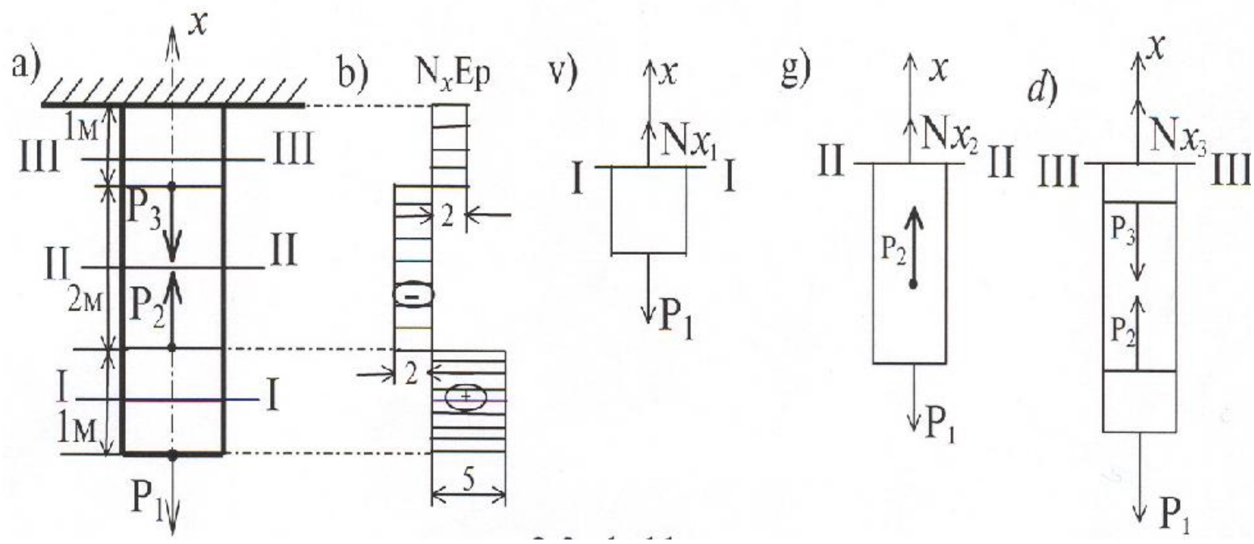
2.2-shakl

a) chizmada N_X – cho‘zuvchi, b) chizmada esa siquvchi bo‘ladi.

Agar g‘o‘laning har qaysi ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan bo‘ylama kuchlarning qiymatlari turlicha bo‘lsa, ularning g‘o‘la o‘qi bo‘yicha o‘zgarishini ko‘rsatuvchi grafik bo‘ylama kuch *epyurasi* deyiladi. Bu epyura $N_X = f(x)$ tenglama yordamida chiziladi.

1-masala. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan g‘o‘laning o‘qi bo‘ylab $P_1=5\cdot10^4$ N, $P_2=7\cdot10^4$ N va $P_3=4\cdot10^4$ N kuchlar ta’sir etadi, shu sterjen uchun bo‘ylama kuchning epyurasi chizilsin.

Yechish. Birinchi uchastkadagi bo‘ylama kuchni aniqlash uchun sterjenni I-I tekisligi bo‘yicha fikran kesamiz *(*v*)* va sterjenning pastda qolgan qismi uchun statikaning muvozanat shartini yozamiz. Bunda sterjenning qolgan qismiga ta’sir etuvchi bo‘ylama N_X kuchni kesimdan yuqoriga yo‘nalgan deb faraz qilamiz.



2.3-shakl.

Agar N_X ning ishorasi musbat chiqsa, uning yo‘nalishi to‘g‘ri qo‘yilgan bo‘lib, bu bo‘ylama kuch sterjenning qolgan qismini cho‘zadi, aks holda siqadi. Cho‘zuvchi bo‘ylama kuchni «+» siquvchi bo‘ylama kuchni «-» deb hisoblaymiz.

I-I kesim uchun

$$\sum_{q \cdot q} X_k = N_{x_1} - P_1 = 0; \ N_{x_1} = P_1 = 5 \cdot 10^4 \, N \quad \text{(cho‘zuvchi)}$$

II-II kesim uchun

$$\sum_{q \cdot q} X_k = N_{x_1} + P_2 - P_1 = 0; \ N_{x_1} = P_1 - P_2 = 5 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4 = -2 \cdot 10^4 \, N \quad \text{(siquvchi)}$$

III-III kesi uchun

$$\sum_{q \cdot q} X_k = N_{x_1} + P_2 - P_1 - P_3 = 0; \ N_{x_1} = P_1 + P_3 - P_2 = 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^4 \, N$$

(cho‘zuvchi)

Endi turli uchastkalarda hosil bo‘lgan bo‘ylama kuchlarning qiymatlari asosida epyura chizamiz.

Bu masalada bo‘ylama kuchlarning qiymati har qaysi uchastka oralig‘ida o‘zgarmas miqdordir.

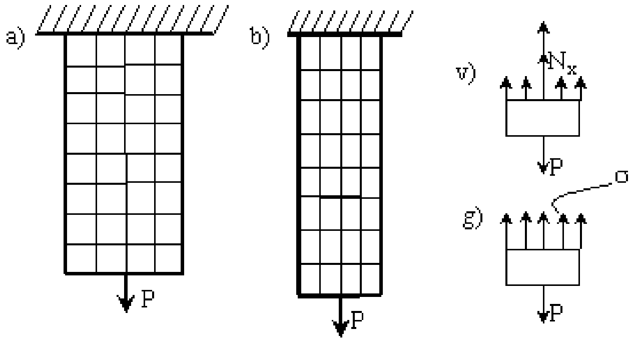
STERJENNING KO‘NDALANG KESIMIDAGI KUCHLANISHLAR

Cho‘zilgan yoki siqilgan to‘g‘ri sterjenlarning ko‘ndalang kesimlarida faqat normal kuchlanishlar hosil bo‘ladi. Normal kuchlanishlarni aniqlash uchun ularning sterjen ko‘ndalang kesimi bo‘yicha taqsimlanish qonunini bilish lozim. Bu masala Ya. Bernuli gipotezasiga asoslanadi: ya’ni sterjenning deformatsiyagacha bo‘lgan tekis va sterjen o‘qiga tik bo‘lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham shundayligicha qoladi.

Agar to‘g‘ri sterjen sirtida uning o‘qiga parallel va unga perpendikulyar yo‘nalgan to‘g‘ri chiziqlar yordamida to‘r chizib, sterjenning erkin uchiga cho‘zuvchi statik kuch ta’sir ettirsak, deformatsiyadan keyin bu to‘r chiziqlarining bir-biriga tikligicha qolganligini va faqat ularning oraliqlari o‘zgarganligini ko‘ramiz.

Sterjenning bu xilda deformatsiyalanishi uning ko‘ndalang kesimidagi normal kuchlanishlarning tekis taqsimlanganligidan dalolat beradi.

Endi bu kuchlanishlarning qiymatlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanishimiz. Ya’ni sterjenni kuchlanish aniqlanadigan nuqtadan sterjen o‘qiga tik tekislik bilan kesib, pastki qismini qoldiramiz, qolgan qismi uchun muvozanat



2.4 shakl

tenglamasini yozamiz:

$$\sum_{q.q} X_{\kappa} = 0; \qquad N_x - P = 0; \qquad N_x = P$$

bu tenglamadagi N_X qiymatini (2.2) formuladan aniqlaymiz:

$$N_x = \int_A \pm\, dA = \pm \int_A dA = \pm \cdot A$$

Biz ko‘rayotgan hol uchun σ o‘zgarmas miqdor bo‘lgani sababli u integral belgisining tashqarisiga chiqariladi:

σ·A-P=0, bundan $\pm = \dfrac{P}{A}$ (2.3) bo‘ladi.

Agar sterjenning o‘qi bo‘ylab, bir necha tashqi kuch ta’sir ettirilsa, u holda (2.3) formulaning suratidagi P kuch o‘rniga sterjenning qoldirilgan qismiga ta’sir qilgan tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi bo‘ylama N_X kuchni qo‘yish kerak, ya’ni;

$$\pm = \frac{N_x}{A} \quad (2.4)$$

Kuchlanishlarning ishorasi ham bo‘ylama kuchlar ishorasi kabi aniqlanadi.

CHO‘ZILGAN YOKI SIQILGAN STERJENLARNING MUSTAHKAMLIK SHARTLARI

Konstruksiya qismlari mustahkam bo‘lishi uchun uning ko‘ndalang kesim yuzalarida hosil bo‘ladigan maksimal normal kuchlanish shu qismning materiali uchun ruxsat etilgan normal kuchlanishdan katta bo‘lmasligi kerak. Ruxsat etilgan normal kuchlanish *[σ]* bilan belgilanadi. Agar material cho‘zilish yoki siqishga turlicha qarshilik ko‘rsatsa, ruxsat etilgan kuchlanishlar ham tegishlicha $[\sigma]_{ch}$ va $[\sigma]_s$ bilan belgilanadi.

Turli materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanishlarning qiymatlari tegishli jadvaldan olinadi.

Masalan: 1-navli po‘lat uchun *ST.1* $[\sigma]_{ch} = 1{,}2 \cdot 10^{8}$ $[\sigma]_s = 1{,}2 \cdot 10^{8}$. Shunday qilib, cho‘zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\pm_{\max} = \frac{N}{A} \le [\pm] \qquad (2.4a)$$

Bu formula asosida quyidagi uch xil masalani hal qilish mumkin.

$$\sigma_{max} \le [\sigma]$$

I.Mustahkamligini tekshirish.

Agar sterjenga ta’sir ettirilgan cho‘zuvchi yoki siquvchi kuchlar va sterjenning kesim o‘lchamlari ma’lum bo‘lsa, shu ko‘ndalang kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlash va uni ruxsat etilgan kuchlanish bilan solishtirib ko‘rish mumkin. Ular orasidagi farq *5%* bo‘lishi kerak.

$$\pm_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \qquad (2.5)$$

II. Ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini tanlash.

Agar sterjenga ta’sir ettirilgan kuchlar va uning materiali ma’lum bo‘lsa, sterjen ko‘ndalang kesimining xavfsiz o‘lchamlarini aniqlash mumkin

$$A \ge \frac{N_{\max}}{[\pm]} \qquad (2.6)$$

III.Sterjen ko‘tara oladigan kuchni aniqlash.

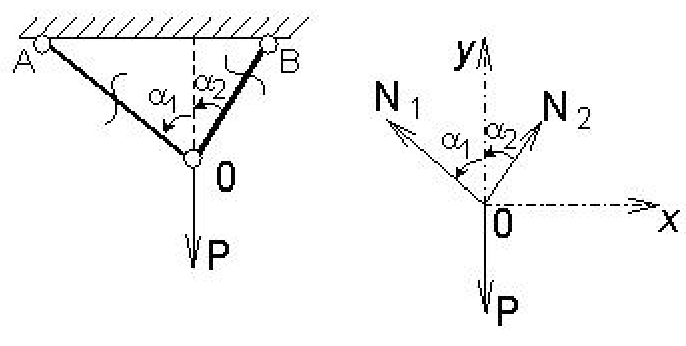
Agar sterjenning ko‘ndalang kesim o‘lchamlari va uning materiali ma’lum bo‘lsa, uning ko‘tarishi mumkin bo‘lgan kuchni aniqlash mumkin.

$$N_{\max} \le A \cdot [\pm] \quad (2.7)$$

1-masala. Sharnirlar vositasida bog‘langan sterjenlar sistemasining mustahkamligi tekshirilsin. OA sterjen po‘latdan bo‘lib, uning kesimi doiraviy ya’ni $d=2 \cdot 10^{-2}$ m., OB sterjen misdan bo‘lib, uning kesimi kvadrat ya’ni $a=2 \cdot 10^{-2}$ m.

$$\alpha_1=45^0,\ \alpha_2=30^0,\ P=5 \cdot 10^4\ N=0{,}05\ MN$$

Yechish: sterjenni fikran kesib, ularni cho‘zuvchi bo‘ylama N_1 va N_2 kuchlar bilan almashtiramiz. So‘ngra kesilgan bo‘lakning pastki qismi muvozanatini tekshiramiz.



2.5-shakl

$$\sum_{q.q} X_k = -N_1 \cos 45^0 + N_2 \cos 60^0 = 0 \qquad (1)$$

$$\sum_{q.q} Y_k = N_1 \cos 45^0 + N_2 \cos 30^0 - P = 0 \qquad (2)$$

Hosil bo‘lgan tenglamalarni birgalikda yechsak, quyidagi tenglama hosil bo‘ladi:

$$N_2 + \sqrt{3} \cdot N_2 = 2P$$

bundan

$$N_2 = \frac{2P}{1+\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^4}{1+1{,}71} = 367 \cdot 10^2 \ N$$

N_2 ning qiymatini (1) ga qo‘yib, N_1 topiladi:

$$N_1 = \frac{N_2 \cos 60^0}{\cos 45^0} = \frac{367 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 26 \cdot 10^3 \ N$$

Endi sterjenlarning mustahkamligini quyidagi formula yordamida tekshiramiz:

$$\pm_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\pm]$$

Po‘lat sterjenning ko‘ndalang kesim yuzini topamiz:

$$A_1 = \frac{®d^2}{4} = \frac{3.14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 3.14 \cdot 10^{-4} \, m^2$$

Endi kuchlanishni topib, mustahkamlik shartini tekshiramiz:

$$\pm_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{26 \cdot 10^3}{3.14 \cdot 10^{-4}} = 8.25 \cdot 10^7 \ \frac{N}{m^2} = 82.5 \, MPa < 160 \, MPa \quad \textit{(zahira)}$$

Mis sterjenning mustahkamlik shartini yozamiz:

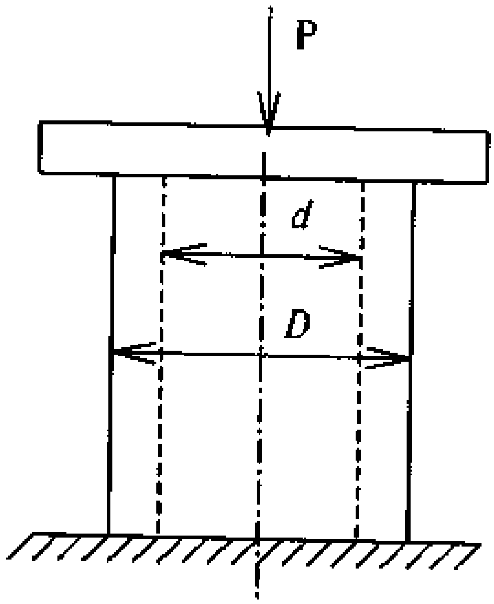
$$\pm_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{367 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-4}} = 9.18 \cdot 10^7 \ \frac{N}{m^2} = 91.8 \, MPa < 100 \, MPa$$

(bu natija biroz qanoatlantiradi)

Bunda A_1 ni kamaytirish lozim bo‘ladi.

2-masala. Cho‘yan quvurdan yasalgan kalta ustun P=140*10^{4}N yukni ko‘tarib turadi, quvur ko‘ndalang kesimining tashqi diametri D=2*10^{-1} m, quvur devorining qalinligi aniqlansin. Cho‘yanning siqilish uchun ruxsat etilgan kuchlanishi

$$[\sigma] = 1000 \cdot 10^5 \ \frac{N}{m^2}$$



Yechish: bu masalada ko‘ndalang kesimning o‘lchamlarini, topish kerak. Ustunning har qaysi kesimida *N=P* bo‘lgan siquvchi bo‘ylama kuch vujudga keladi. Endi ustun uchun zarur bo‘lgan ko‘ndalang kesim yuzini aniqlaymiz:

$$A = \frac{N}{[\pm]} = \frac{140 \cdot 10^4}{1000 \cdot 10^5} = 140 \cdot 10^{-4} m^2$$

Ustunning ko‘ndalang kesimi halqa shaklida bo‘lgani uchun uning yuzi quyidagicha hisoblanadi:

$$A = \frac{®}{4}(D^2 - d^2)$$

Bu munosabatdan quvur ichki diametri d ni topamiz:

$$d^2 = D^2 - \frac{4A}{®} = 20^2 - \frac{4 \cdot 140 \cdot 10^{-4}}{3.14} = 225 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$d = \sqrt{225 \cdot 10^{-4}} = 15 \cdot 10^{-2} m = 0.15 m$$

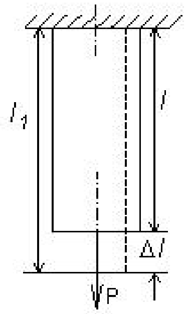
Demak, quvur devorining qalinligi

$$¢ = \frac{D - d}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-2} - 15 \cdot 10^{-2}}{2} = \frac{5}{2} \cdot 10^{-2} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\text{ m..}$$

Bo‘ylama deformatsiya. Guk qonuni

Endi sterjenning deformatsiyasi va turli kesimlarining ko‘chishlarini hisoblashga o‘tamiz. Bu hol konstruksiya qismlarining bikirligini tekshirishga va statik aniqmas masalalarni hal qilishga imkon beradi.

Sterjenning deformatsiyagacha bo‘lgan uzunligini *l* bilan, deformatsiyadan keyingi uzunligini l_1 bilan belgilaymiz. Sterjen uzunligining ortishi ***absolyut cho‘zilish,*** kamayishi esa ***absolyut qisqarish*** deb ataladi. Umuman olganda ularning har ikkalasi ***absolyut deformatsiya*** deyiladi.



2.7- shakl

Absolyut cho‘zilishning qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta l = l_1 - l$$

Absolyut deformatsiyalar uzunlik o‘lchovi (sm yoki m) bilan, sterjenning uzunlik birligiga to‘g‘ri kelgan absolyut bo‘ylama deformatsiya ***nisbiy bo‘ylama deformatsiya*** deyiladi va ε bilan belgilanadi.

$$\text{£} = \frac{\Delta l}{l} \qquad (2.8)$$

ε - ismsiz son bo‘ladi.

Ingliz fizigi Robert Guk tomonidan tajribalar asosida

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{EA} \qquad (2.9)$$

munosabat aniqlangan bo‘lib, ***Guk qonuni*** deb yuritiladi. Ya’ni elastiklik chegarasida absolyut cho‘zilish cho‘zuvchi kuchga to‘g‘ri proporsional va uning bikirligiga teskari proporsional bo‘ladi. *EA* - sterjenning cho‘zilish yoki siqilishdagi bikirligi, *A*-sterjen ko‘ndalang kesimining yuzi, *E*- elastiklik moduli deyiladi. Uning o‘lchov birliklari quyidagi ko‘rinishlarda bo‘ladi:

$$\left[\frac{N}{m^2}, \frac{MN}{m^2}, MPa\right]$$

Amaldа sterjenning bikirligi *(EF)* ***bikirlik koeffitsienti*** orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$C = \frac{EA}{l} \qquad (2.10)$$

Bu erda *C* **–** bikirlik koeffitsienti.

Sterjenni *1sm* yoki *1mm* ga cho‘zish uchun zarur bo‘lgan kuch bikirlik koeffitsenti deb ataladi. Bu koeffitsientning teskari qiymatiga ***moyillik koeffitsenti*** deyiladi va β bilan belgilanadi

$$= \frac{1}{C} = \frac{l}{EA} \qquad (2.11)$$

Moyillik koeffitsenti sterjenning 10N kuch ta’siridan 10^{-2} m uzayish yoki qisqarish miqdoridir.

Bu tushunchalarni e’tiborga olib, (2.9) formulani quyidagicha o‘zgartirib yozamiz:

$$\Delta l = \frac{P}{C} \qquad (2.12)$$

$$\Delta l = \quad \cdot P \qquad (2.13)$$

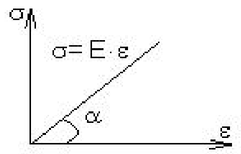
Agar (2.2) va (2.8) formulalarni e’tiborga olsak, (2.9) formula quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad (2.14)$$

Bu formula Guk qonunining ikkinchi ko‘rinishi bo‘lib, u amalda juda ko‘p ishlatiladi va quyidagicha ta’riflanadi: ***Cho‘zilgan sterjenlarda normal kuchlanish nisbiy cho‘zilishga to‘g‘ri proporsionaldir.***

Bu bog‘lanish koordinatalar sistemasida quyidagicha bo‘ladi:

Masalan: Bu erda *E= tga*



$$E_n = \left(2 \cdot 10^{11} \div 2{,}2 \cdot 10^{11}\right)\left[\frac{N}{m^2}\right]$$

Agar sterjenning ko‘ndalang kesimlari pog‘onalab o‘zgarsa yoki sterjenga turli kattalikdagi kuchlar ta’sir etsa, (2.9) formula ayrim uchastkalar uchun yozilib, so‘ngra ularning yig‘indisi olinadi:

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_i l_i}{EA_i} \quad (2.15)$$

Chizmada ko‘rsatilgan *Nx* bo‘ylama kuchni topishda ***kesish*** usulidan foydalaniladi.

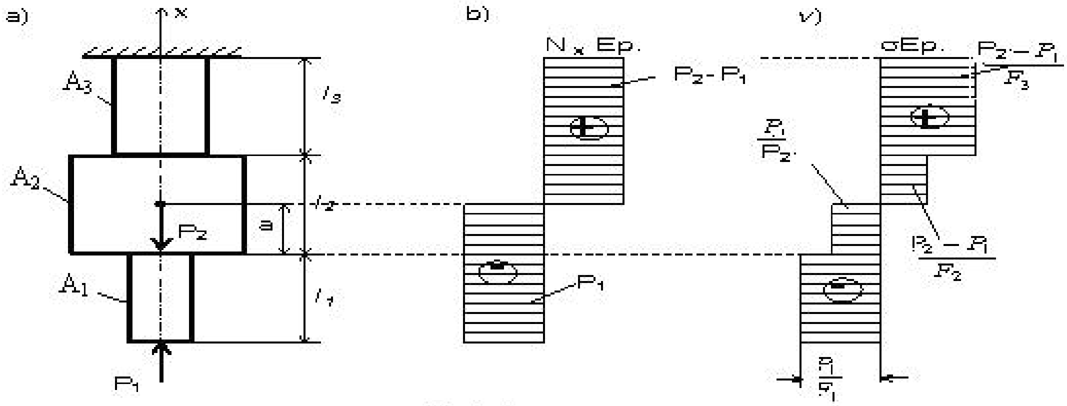
Bu erda

$$\Delta l = -\frac{P_1 l_1}{EA_1} - \frac{P_1 \cdot a}{EA_2} + \frac{(P_2 - P_1)(l_2 - a)}{EA_2} + \frac{(P_2 - P_1) l_3}{EA_3}$$

Cho‘zilgan yoki siqilgan sterjenning ko‘ndalang kesimlari shu sterjen o‘qi bo‘ylab ko‘chadi. Ko‘chishlar garchi deformatsiya oqibatida hosil bo‘lsa ham, ular bir-biridan katta farq qiladi. Masalan, quyida ko‘rsatilgan sterjenning faqat AB qismigina deformatsiyalanadi, BC qismi esa qattiq jism kabi ko‘chadi xalos, BC qismdagi barcha kesimlarning ko‘chishi AB qismining deformatsiyasiga teng bo‘ladi:

$$\text{¢}_c = \Delta l_{AB} = \frac{P \cdot a}{EA}$$

bu formuladagi δ_c- sterjen C kesimining ko‘chishi.



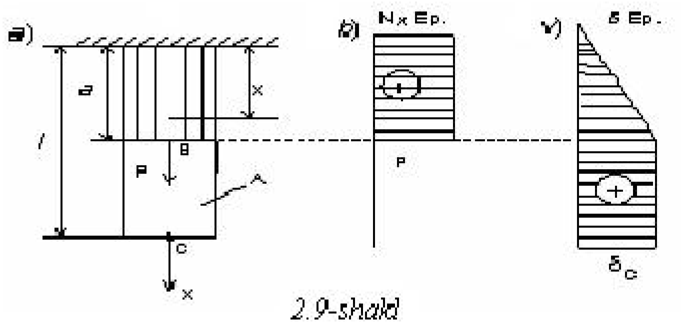
2.8-shakl

Sterjen istalgan kesimining ko‘chishi shu kesim bilan mahkamlangan kesim orasidagi qismi uzunligining o‘zgarishiga teng bo‘ladi. Masalan, sterjenning mahkamlangan joyidan *x* oralig‘idagi kesimining ko‘chishi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\text{¢}_x = \Delta l_x = \frac{P \cdot x}{EF},$$

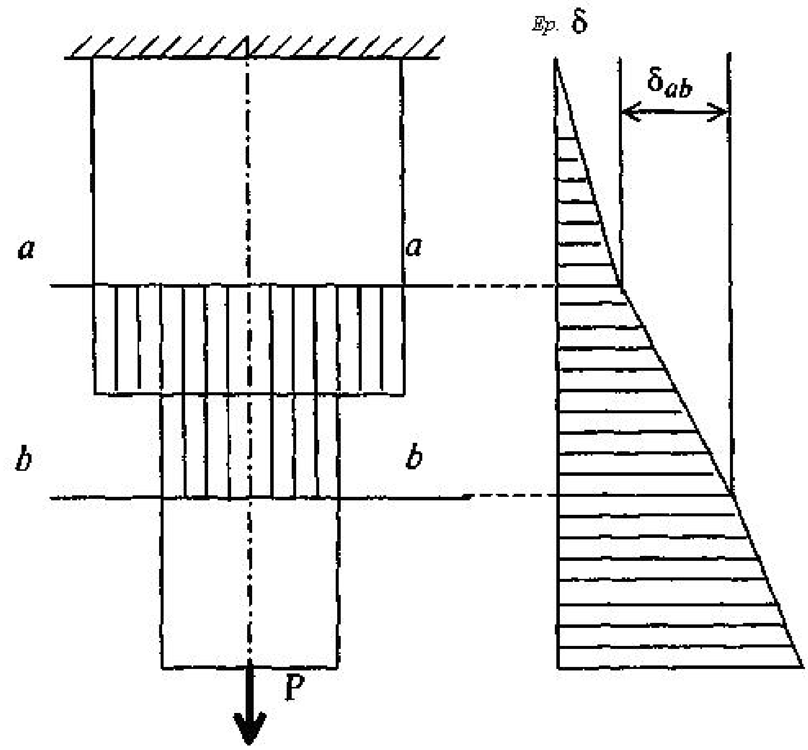
bu formulada δ_X- sterjen ihtiyoriy kesimining ko‘chishi

Sterjenning mahkamlangan joyidan *x* oralig‘idagi kesimining ko‘chishi δ_X=f(*x*) tarzida ifodalansa, bu funksional bog‘lanishning grafigi ko‘chish epyurasi deyiladi (2.9-shakl, *v*).



2.9-shakl

Yuqoridagi chizmada N_X bo‘ylama kuchning ham epyurasi ko‘rsatilgan.



2.10-shakl

Sterjen ikki kesimining bir-biriga nisbatan ko‘chishi shu kesimlar orasidagi masofaning o‘zgarishiga teng bo‘ladi (2.10-shaklga qarang)

Masalan sterjennig *a-a* va *b-b* kesimlarining ko‘chishi *(δ_{ab})* shtrixlangan qismi uzunligining o‘zgarishiga teng bo‘ladi.

Ko‘ndalang deformatsiya. Puasson koeffitsenti

Ma’lumki, sterjen cho‘zilganda eniga qisqaradi, siqilganda esa eniga kengayadi. Sterjen cho‘zilganda yoki siqilganda ko‘ndalang kesim o‘lchamlarining o‘zgarishi ***ko‘ndalang deformatsiya*** deyiladi.

P kuch ta'sirida cho'ziluvchi sterjenni ko'rib chiqaylik (2.11-shakl).

Sterjenning deformatsiyagacha bo'lgan ko'ndalang kesim o'lchamlarining birini *a* bilan belgilaymiz. Sterjen cho'zilganda bu o'lcham Δ*a* ga kamayadi, bu miqdor absolyut ***ko'ndalang qisqarish*** deyiladi.

Absolyut ko'ndalang qisqarishning avvalgi o'lchamga nisbati ***nisbiy ko'ndalang deformatsiya*** yoki ***nisbiy ko'ndalang qisqarish*** deb ataladi. Bu nisbat quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a} \qquad (2.16)$$

Tajribalar ko'ndalang deformatsiya bilan bo'ylama deformatsiya absolyut qiymatlarining nisbati o'zgarmas miqdor ekanligini ko'rsatadi:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| \qquad (2.17)$$

bunda ***μ-ko'ndalang deformatsiya koeffitsenti*** bo'lib, materialning ***elastiklik*** xarakteristikalaridan biridir. Uni **Puasson koeffitsenti** deb yuritiladi.

Endi *μ* -ning miqdori qanday oraliqda o'zgarishini aniqlaylik. Buning uchun biz yuqorida ko'rgan sterjendan tomonlari *1sm* bo'lgan kubni fikran ajratamiz. Sterjen deformatsiyalanganda kubning tomonlari chizmada ko'rsatilgandek, balandligi *1+ε* asosining tomonlari esa *(1-με)* bo'lib qoladi.

Kubning deformatsiyagacha bo'lgan hajmi $V=1sm^3$ edi, deformatsiyadan so'ng hajmi $V=(1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2$ bo'lib qoladi. Endi, kub hajmining nisbiy o'zgarishini hisoblaymiz:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V} = \frac{(1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2 - 1}{1} = \frac{1 - 2\mu\varepsilon + \varepsilon - 1}{1} = \varepsilon(1 - 2\mu)$$

da ikkinchi tartibli kichik miqdorlar tashlab yuborildi. Agar *σ* ning qiymatini (2.14) dan keltirib qo'ysak:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1-2\mu) \qquad (2.18)$$ bo'ladi.

Sterjen cho'zilganda uning hajmi kamaymasligini (biroz kattalashuvi) yoki o'zgarmay qolishini e'tiborga olsak:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1-2\mu) \ge 0; \quad 1 - 2\mu \ge 0;$$

$$2\mu \le 1; \quad \mu \le 0.5$$ bo'ladi.

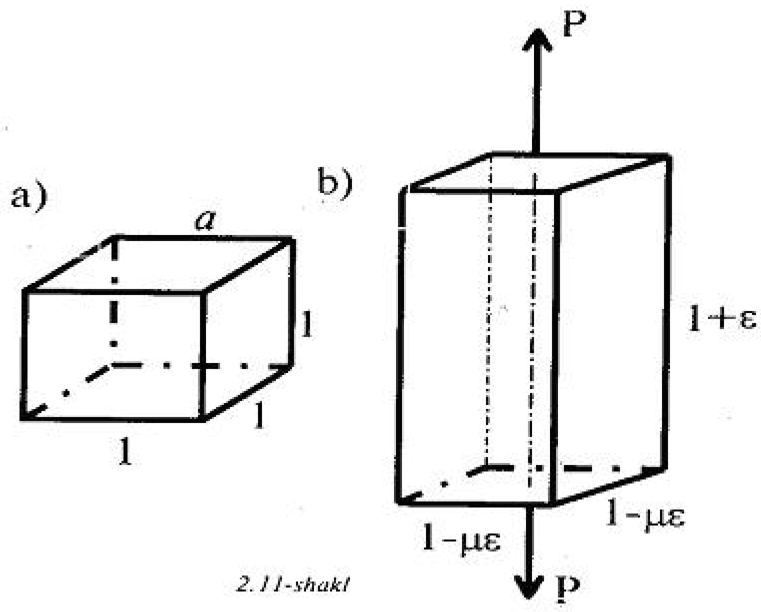
Shunday qilib, 0 … 0,5

Po‘lat uchun μ=0,25..0,33

Cho‘yan uchun μ=0,25..0,27

Beton uchun μ = 0,16..0,18

Po‘kak uchun μ = 0,00



2.11-shakl

MATERIALLARNING CHO‘ZILISH VA SIQILISHDAGI MEXANIK XUSUSIYATLARI

Tayanch iboralar

Diagramma – *kuch va deformatsiya orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi chiziq.*

Plastik - *mutanosiblik chegarasidan taqshqaridagi egiluvchanlik, cho‘ziluvchanlik yoki qayishqoqlik.*

Turli konstruksiyalarda ishlatiladigan materiallarni, asosan, ikki guruhga ajratish mumkin:

1. Plastik materiallar. Bularga po‘lat, mis, dyuralyuminiy kabi materiallar kiradi. Bunday materiallar sezilarli darajada deformatsiya qoldirib yemiriladi.

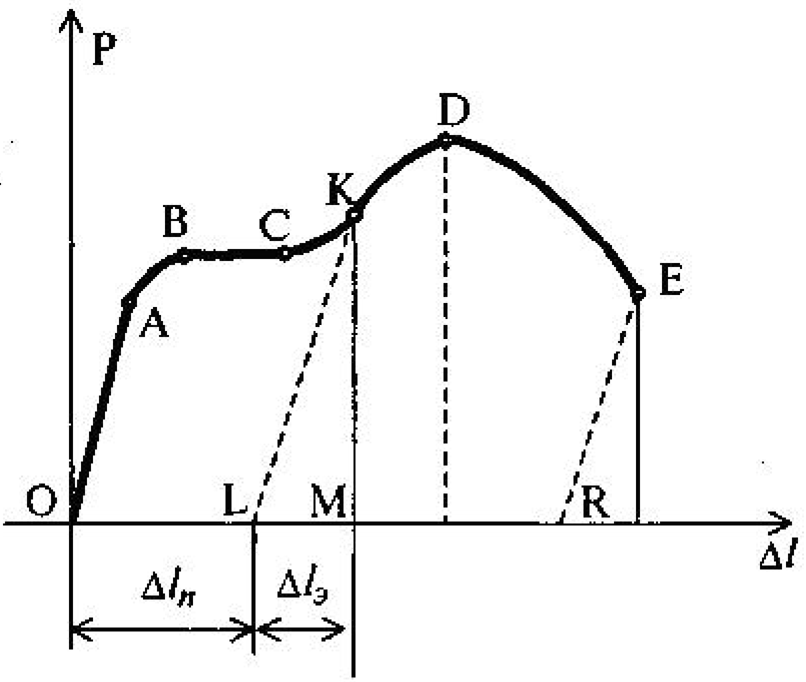
2. Mo‘rt materiallar. Bularga cho‘yan, beton, g‘isht kabi materiallar kiradi. Bu materiallar juda oz deformatsiya qoldirib yemiriladi.

Cho‘zilish diagrammasi

Namunani sinashdan oldin, uning ko‘ndalang kesim yuzi F_0 va uzunligi l_0 o‘lchab olinadi. Bu uzunlik silindrik namuna uchun 100 mm va yassi namuna uchun 140 mm ga tengdir. Keyin namunani mashinanig qisqichlariga o‘rnatib, uzilguncha cho‘ziladi.

Bu grafik P bilan Δl orasidagi $P=f(\Delta l)$ bog‘lanishni ko‘rsatadi va diagramma deyiladi. Bu diagrammani taxminan to‘rtta zonaga ajratish mumkin.

Uning OA qismiga ***elastiklik zonasi*** deyiladi, bunda material Guk qonuni $\Delta l = \dfrac{Pl}{EA}$ ga bo‘ysinadi. Elastiklik zonasida absolyut cho‘zilish juda kichik miqdor bo‘ladi, Agar OA to‘g‘ri chizig‘ini o‘z masshtabida chizilsa, u ordinata o‘qidan salgina og‘adi.



3.1 shakl

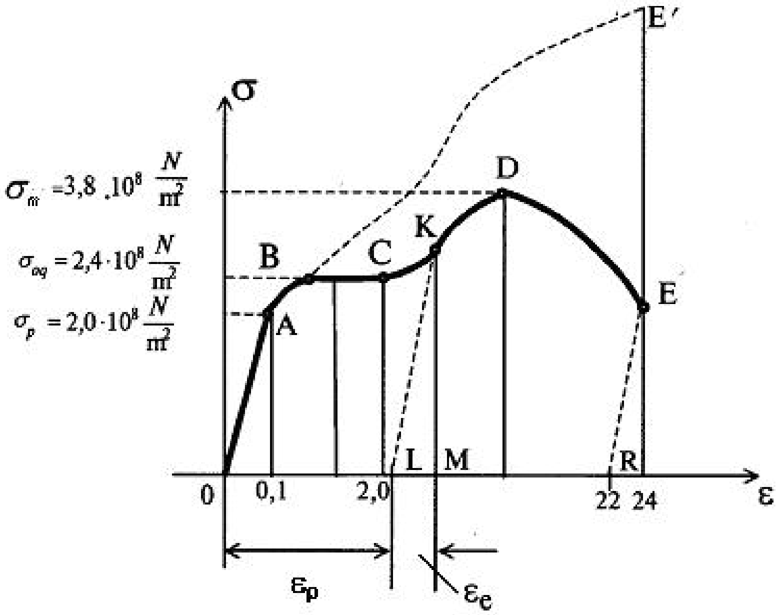
Diagrammaning BC qismiga ***oquvchanlik zonasi*** deyiladi. Bu zonada kuch ortiqcha o‘zgarmasa ham namunaning cho‘zilishi davom etaveradi. Bu zonada namunaning yaltiroq sirti xiralashib, uning o‘qiga 45^0 qiyalangan darz chiziqlari hosil bo‘ladi. Bu chiziqlar ***Chernov chiziqlari*** deyiladi. Cho‘zilish diagrammasining CD qismi ***mustahkamlanish zonasi*** deb ataladi. Bu zonada cho‘zilish kuch oshishi tufayli hosil bo‘ladi, ammo kuch juda sekinlik bilan o‘zgaradi.

Mustahkamlanish zonasida kechgan jarayon namunaning uziladigan kesimini belgilaydi va bu kesim tez orada ingichkalashib, namunaning shu erida ***bo‘yin*** hosil bo‘ladi. Namunada bo‘yin paydo bo‘la boshlashi bilan cho‘zuvchi *P* kuch tezlik bilan kamaya boshlaydi, binobarin, grafikda pastga tomon ketgan DE egri chiziq hosil bo‘ladi, shuning uchun, kuchlanish ham kamayadi. Tekshirilayotgan materialning mexanik xarakteristikalarini bevosita aniqlash maqsadida ***diagrammani*** qaytadan chizamiz.

Buning uchun abssissalar o‘qiga absolyut cho‘zilishni emas, balki ***nisbiy cho‘zilish*** ni qo‘yamiz. Ordinatalar o‘qiga esa cho‘zuvchi kuchdan hosil bo‘ladigan, normal kuchlanish $\pm = \frac{P}{A}$ ni qo‘yamiz. Bu diagramma shartli kuchlanish diagrammasi deyiladi. Bu diagramma $\sigma=f(\varepsilon)$ bog‘lanishga ega bo‘lganidan material xossasini bevosita ifodalaydi. Endi diagrammaning xarakterli nuqtalarini qayd qilib ularning sonli miqdorini keltiramiz.

Guk qonunini qo‘llash mumkin bo‘lgan chegarani belgilovchi A nuqtaga ***proporsionallik chegarasi*** deyiladi (σ_p). Bu chegara yumshoq po‘lat (3-navli po‘lat) uchun $2{\cdot}10^8$ N/m^2 gacha boradi. B nuqta esa ***elastiklik chegarasi*** deyiladi (σ_e). Bu chegaradan pastda namunada faqat elastik deformatsiya hosil bo‘ladi va deformatsiya namuna cho‘zuvchi kuchdan ozod qilinganda tezda yo‘qolib ketadi. Agar namunada hosil bo‘ladigan normal kuchlanish elastiklik chegarasidan ortib ketsa, deformatsiya ham plastik, ham elastik deformatsiyaga ega bo‘ladi, ya’ni

$$£ = £_p + £_e$$ bo‘ladi.



3.2-shakl

Bunda σ_p – plastik (qoldiq) deformatsiya miqdori,

σ_e – elastik (yo‘qoluvchi) deforrmasiyadir.

Diagrammadagi D nuqta eng katta kuchlanishni ko‘rsatadi. Bu kuchlanish materialning ***mustahkamlik chegarasi*** yoki ***vaqtincha qarshiligi*** deyiladi va σ_m bilan belgilanadi.

3-navli po‘lat uchun $\sigma_m=3.8\cdot10^8\ N/m^2=380\ MPa$ ga teng.

CHO‘ZILISH YOKI SIQILISHDAGI POTENSIAL ENERGIYA

Elastik sterjenga yuk qo‘yilganda shu ta’sir etuvchi kuch jismni qo‘zg‘atishda ish bajaradi. Agar jismning deformatsiyasi sof elastik bo‘lsa, kuch ta’siri olinganda jismning o‘lchamlari va shakli avvalgi holatiga batamom qaytadi. Uning deformatsiyasi uchun sarf bo‘lgan ish esa mexanik energiya sifatida jismni dastlabki holatiga qaytarish uchun sarflanadi. Binobarin deformatsiyalanuvchi elastik jism energiya manbai bo‘lgan ***akkumulyatorga*** aylanadi. Bu energiya deformatsiyaning ***potensial*** energiyasi deyiladi. Elastik jismga qo‘yilgan kuch bajargan ishining bir qismi jism zarralariga tezlik bersa, ya’ni ***kinetik*** energiya *(T)* ga aylansa, qolgan qismi jismda deformatsiyaning potensial energiyasi sifatida to‘planadi. Energiyaning saqlanish qonuni quyidagicha yoziladi:

$$A = T + U \qquad (4.1)$$

Jismga qo‘yilgan kuch statik ravishda ta’sir etsa $T=0$ bo‘lib, (4. 1) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$A=U \qquad (4.2)$$

Shunday qilib, deformatsiyaning potensial energiyasi miqdor jixatidan tashqi kuchlarning bajargan ishiga tengdir.

(4.2) formuladan elastik jismlarning ko‘chishlarini aniqlashda foydalaniladi. Endi statik ravishda qo‘yilgan kuchning bajargan ishini aniqlaymiz. Masalan, quyida keltirilgan sterjenga cho‘zuvchi P kuch t vaqt davomida ta’sir etsin va sterjenning absolyut cho‘zilishi Δl bo‘lsin. Keyingi cheksiz kichik dt vaqt davomida P kuch dP orttirmaga ega bo‘ladi va kuch qo‘yilgan nuqta $d(\Delta l)$ oraliqqa ko‘chadi. Ana shu ko‘chishda P kuch ish bajaradi:

$$dU = (P + dP)\cdot d(\Delta l) = P\cdot d(\Delta l) + dP\cdot d(\Delta l)$$

Bu yerda $dP\cdot d(\Delta l)$ ikkinchi tartibli cheksiz kichik miqdor bo‘lganligi sababli, tashlab yuborsak

$$dU = P \cdot d(\Delta l)$$ bo‘ladi.

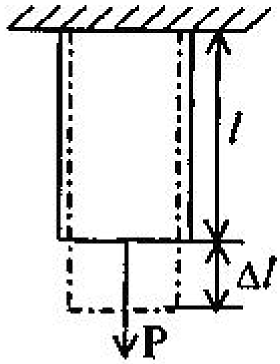
Guk qonuniga ko‘ra

$$d(\Delta l) = \frac{dP \cdot l}{EA} \quad \text{bo'lgani uchun}$$

$$dU = \frac{P \cdot dP \cdot l}{EA} \quad \text{yoki}$$

$$U = \frac{P^2 l}{2EA} \quad \text{yoki}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \Delta l \qquad (4.3) \quad \text{bo‘ladi.}$$



Shunday qilib, static ravishda qo‘yilgan kuchning bajargan ishi shu kuchning oxirgi qiymatining unga tegishli ko‘chishning oxirgi qiymatiga ko‘paytmasining yarmiga teng bo‘ladi.

Guk qonunini va undan hosil bo‘lgan munosabatlarni e’tiborga olsak, o‘zgarmas kesimli sterjen uchun potensial energiyaning formulasi quyidagicha yoziladi:

$$U = \frac{P^2 l}{2EA} = \frac{EA(\Delta l)^2}{2l} = \frac{\pm^2 Al}{2E} \qquad (4.4)$$

Sterjenning birlik hajmiga to‘g‘ri keladigan potensial energiya ***solishtirma potensial energiya*** deyiladi va uni *a* harfi bilan belgilanadi.

Agar sterjen hajmi *V=Al* bo‘lsa, yuqoridagi formuladan

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\pm^2}{2E} \qquad (4.5)$$ bo‘ladi.

yoki uni kuchlanish va deformatsiya orqali ifodalasak, quyidagi formula hosil bo‘ladi:

$$a = \frac{1}{2} \pm \cdot £ \qquad (4.6)$$

Agar sterjen pog‘onali bo‘lsa,

$$U = \sum \frac{N_i l_i}{2EA_i} \qquad (4.7)$$

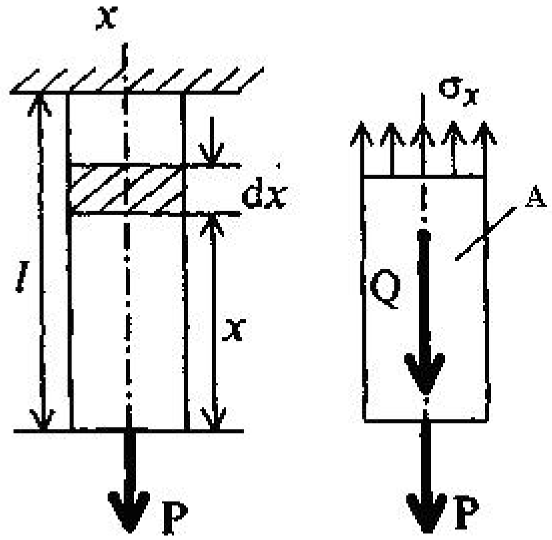
$$U = \sum \frac{P_i \Delta l_i}{2} \qquad (4.8)$$

Deformatsiyaning potensial energiyasi kuchning yoki deformatsiyaning kvadratik funksiyasi bo‘lganligidan, u hamma vaqt ***musbat*** miqdordir.

Cho‘zilgan yoki siqilgan sterjenlarning o‘z og‘irliklarini hisobga olish

Ancha uzun sterjenlar (tros, zanjir va boshqa) yoki vazmin g‘o‘lalar, qalin devor, ko‘prik tayanchlarining ustunlari va boshqalarning o‘z og‘irliklarini hisobga olmay bo‘lmaydi.

Bir uchi bilan mahkamlangan uzun sterjenga cho‘zuvchi *P* kuch qo‘yilgan bo‘lsin (quyidagi chizmaga qarang).



G‘o‘laning erkin uchidan *x* masofada turgan kesimida hosil bo‘lgan normal σ_X kuchlanishni aniqlash uchun uni x masofada kesib, pastki qismining muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum X_k = 0; \quad \sigma_x \cdot A - P - Q = 0$$

bu yerda $Q=\gamma A\cdot x$

$$\sigma_x = \frac{(P + \gamma A \cdot x)}{A} \qquad (4.9)$$

Agar (4.9) da $x=0$ bo‘lsa, $\sigma_x = \frac{P}{A}$ bo‘ladi, ya’ni g‘o‘la og‘irligini hisobga olmagan holdagi kuchlanish formulasi hosil bo‘ladi.

(4. 9) formuladagi *x* o‘rniga *l* qo‘ysak, sterjenning eng xavfli kesimi mahkamlangan yeridagi maksimal kuchlanish hosil bo‘ladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{P + \gamma A l}{A} \qquad (4.10)$$

bunda γ - sterjen materialining solishtirma og‘irligi;

A – sterjen ko‘ndalang kesimining yuzi.

Sterjenning mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{P + \gamma A l}{A} \le [\sigma] \qquad (4.11)$$

Bu formuladan sterjenning eng xavfli kesimi yuzini topamiz:

$$A \ge \frac{P}{[\sigma] - \gamma l} \qquad (4.12)$$

Agar (4.9) da $P=0$ bo‘lsa, sterjenning uchidan *x* masofada turuvchi kesimda o‘z og‘irligidan hosil bo‘ladigan kuchlanish quyidagi formuladan topiladi:

$$\sigma_x = \frac{Q_x}{A} = \frac{\gamma A \cdot x}{A} = \gamma \cdot x \qquad (4.13)$$

Bu formuladan ko‘rinadiki, ***o‘zgarmas kesimli sterjenning kuchlanishi kesim yuziga bog‘liq emas ekan.*** Agar normal kuchlanish σ_X sterjen materialining uzilgan vaqtiga to‘g‘ri keladigan kuchlanish σ_m ga yetsa (4.13) formula quyidagicha yoziladi:

$$\gamma \cdot l = \sigma_m$$

bunda *l* – sterjenning o‘z og‘irligi ta’siridan uzilgan vaqtiga to‘g‘ri keladigan uzunligi; bu uzunlik kritik uzunlik deyiladi va uning qiymati quyidagi formuladan aniqladanadi:

$$l_u = \frac{\sigma_m}{\gamma} \quad (4.14)$$

Endi sterjenning deformatsiyasini aniqlaymiz, buning uchun uning uchidan *x* masofadagi uzunligi *dx* bo‘lgan cheksiz kichik element ajratamiz. Bu elementning absolyut cho‘zilishini Guk qonuniga binoan aniqlaymiz:

$$\Delta(dx) = \frac{Q_x \cdot dx}{EA} = \frac{\gamma A x dx}{EA} = \frac{\gamma}{E} x dx$$

Sterjenning absolyut cho‘zilishi esa quyidagicha hisoblanadi:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{\gamma}{E} x dx = \frac{\gamma l^2}{2E} = \frac{\gamma E l^2}{2EA}$$

bunda γ*Al* – sterjenning o‘z og‘irligini ifodalaydi. Uni *Q* harfi bilan belgilasak, yuqoridagi ifoda quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\Delta l = \frac{Ql}{2EA} \qquad (4.15)$$

Ma’lumki, sterjenning cho‘zuvchi P kuch ta’siri natijasidagi absolyut cho‘zilishiga teng. Bundan ko‘rinadiki, sterjenning o‘z og‘irligidan hosil bo‘lgan absolyut cho‘zilish, sterjen og‘irligiga teng, ammo uning uchiga qo‘yilgan kuchdan hosil bo‘ladigan absolyut cho‘zilishga qaraganda ikki baravar kam bo‘lar ekan. Kuchlar ta’sirining mustaqillik prinsipiga ko‘ra sterjenning to‘la cho‘zilishi quyidagi formuladan topiladi:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EA} + \frac{Ql}{2EA} = \frac{\left(P + \frac{Q}{2}\right) l}{EA} \quad (4.16)$$

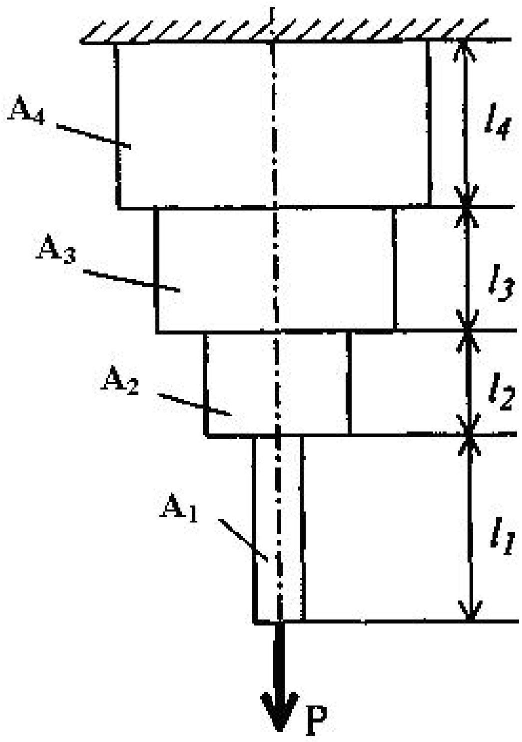
(4.15) formula sterjenning o‘z og‘irligidan siqilishi uchun ham o‘rinli bo‘lsin.

Teng qarshilikli sterjenlar

Yuqorida tekshirilgan sterjenning faqat mahkamlangan yeridagi kesimidagina eng katta normal kuchlanish hosil bo‘ladi, ya’ni ruxsat etilgan kuchlanishga teng kuchlanish hosil bo‘ladi, boshqa kesimlarida undan kam kuchlanish hosil bo‘ladi. Demak, sterjen uchun ortiqcha material sarf etilgan bo‘ladi. Sterjenga materiallarni me’yorida ya’ni kamroq sarflash uchun uning uzunligi bo‘ylab, ko‘ndalang kesim yuzini shunday tanlash kerakki, sterjenning hamma ko‘ndalang kesim yuzalarida hosil bo‘ladigan normal kuchlanishlarning barchasi ruxsat etilgan normal kuchlanishlarga teng bo‘lsin.

Pog‘onali sterjenlar

Amalda ko‘prik ustunlarini quyida keltirilgandek, pog‘onali ko‘rinishda yasash natijasida teng qarshilikli sterjenlarga har holda yaqin etib tayyorlanadi. Bu esa materialni tejashga imkon beradi.



Pog‘onali sterjenlarni kesim   yuzalari quyida-gicha hisoblanadi: birinchisiniki

$$A_1 = \frac{P}{[\pm]-\text{¥}l_1} \qquad (4.17)$$

pastki qismining yuqori uchidagi kesimida kuchlanish *[σ]* ga teng bo‘lganligidan, ikkinchi qismiga ta’sir etayotgan kuch bo‘ladi.

Demak, ikkinchi qismining ko‘ndalang kesim yuzi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$A_2 = \frac{N_1}{[\pm]-\text{¥}l_2}$$

xuddi shunday

$$A_3 = \frac{N_2}{[\pm]-\text{¥}l_3}$$

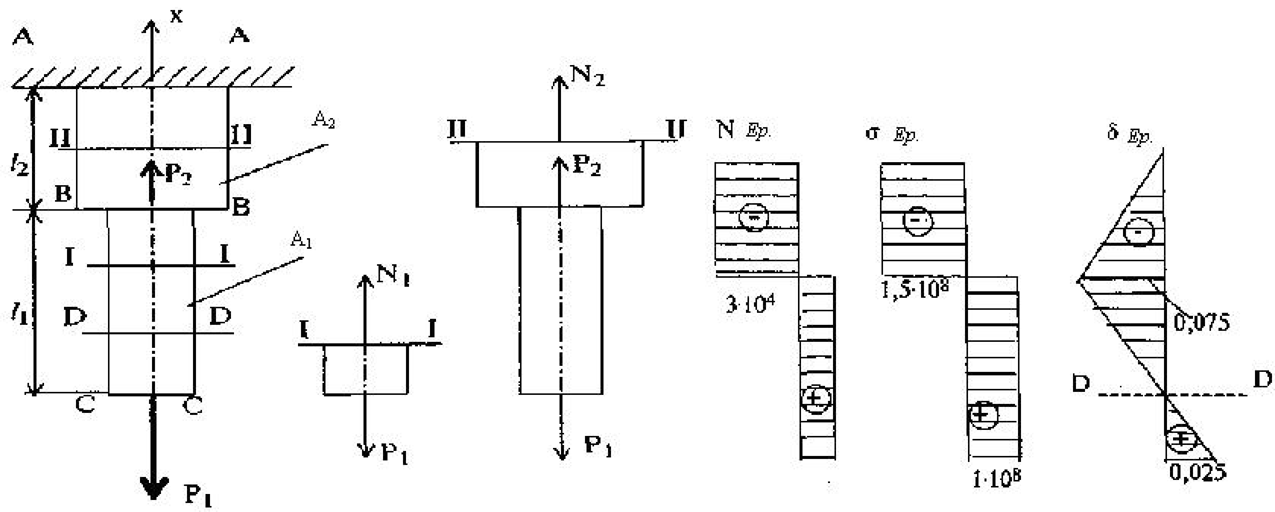
Umuman *n* – pog‘onali uchun umumiy formula

$$A_n = \frac{N_{n-1}}{[\pm]-\text{¥}l_n} \qquad (4.18)$$

Bunda $N_{n-1} = [\pm]\cdot A_{n-1}$ bo’ladi.

Masala. Yuqorida keltirilgan pog‘onali po‘lat sterjenning barcha kesimidagi bo‘ylama kuchlar, kuchlanishlar va ko‘chishlar topilsin. Bu miqdorlardan har birining grafigi chizilsin.

Berilganlar: $A_1=10^{-4}$ $m^2=10^0$ sm^2= 1sm^2,
$A_2=2\cdot10^{-4}$ m^2= 2 sm^2;l_1=2 m, l_2=1,0 m,
$P_1=10^4$ N; $P_2=4\cdot10^4$ N.



Yechish: Bo‘ylama N_i kuchlarni hisoblash uchun I-I va II-II kesimlarni o‘tkazamiz. Sterjenni qoldirilgan pastki qismlari muvozanatini tekshiramiz:

I kesim uchun $\sum X_k = 0;\ N_1 - P_1 = 0;\ N_1 = P = 10^4\,N$ (cho‘zuvchi)

II kesim uchun $\sum X_k = 0;\ N_2 + P_2 - P_1 = 0;\ N_2 = P_1 - P_2 = 10^4 - 4\cdot 10^4 = -3\cdot 10^4\,N$

(siquvchi) kuchlar hosil bo‘ladi. Cho‘zuvchi bo‘ylama kuchni “+”, siquvchi bo‘ylama kuchni “-” deb olamiz.

Endi sterjenning har qaysi qismining ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘ladigan normal kuchlanishlarni topamiz:

$$\pm_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{10^4}{10^{-4}} = 1\cdot 10^8\,\frac{N}{m^2} \qquad \text{(cho‘zuvchi)}$$

$$\pm_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{3\cdot 10^4}{2\cdot 10^{-4}} = -1.5\cdot 10^8\,\frac{N}{m^2} \qquad \text{(siquvchi)}$$

Endi sterjenning turli kesimlari uchun ko‘chishlarni topamiz: A-A kesimning ko‘chishi 0 ga teng.

$$¢_B = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = -\frac{3\cdot 10^4\cdot 1.0}{2\cdot 10^{11}\cdot 2\cdot 10^{-4}} = -0.75\cdot 10^{-3}\,m$$

$$E_p = (2\cdot 10^{11} \div 2.2\cdot 10^{11})\frac{N}{m^2};\quad E_p = 2\cdot 10^{11}\,\frac{N}{m^2} = 2\cdot 10^5\,MPa$$

Bundan buyon pastga yo‘nalgan ko‘chishlarni “+” balandga yo‘nalgan ko‘chishlarni “-”, deb olamiz.

C-C kesimning ko‘chishi B-B kesimning ko‘chishi bilan sterjen BC qismining cho‘zilishi yig‘indisiga teng bo‘ladi:

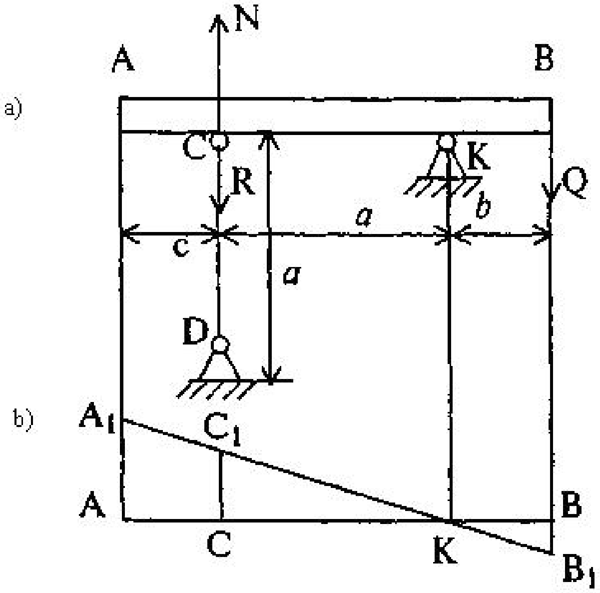
$$¢_c = ¢_B + \Delta l_1 = -0.75\cdot 10^{-3} + \frac{N_1 l_1}{EA_1} = -0.75\cdot 10^{-3} + \frac{10^4\cdot 2}{2\cdot 10^{11}\cdot 10^{-4}} = -0.75\cdot 10^{-3} + 1\cdot 10^{-3} = 0.25\cdot 10^{-3}\,m$$

Bu ko‘chish pastga yo‘nalgan. D-D kesim ko‘chmas ekan, bu kesimdan yuqoridagi kesimlar yuqoriga qarab, pastdagi kesimlar esa pastga qarab ko‘chadi.

Masala. Deformatsiyalanmaydigan bikir AB g‘o‘la bir uchi bilan CD po‘lat sterjenga, ikkinchi uchi bilan esa qo‘zg‘almas sharnirli K tayanchga tayangan. CD sterjenning normal kuchlanishi va AB g‘o‘la B kesimining ko‘chishi aniqlansin.

Berilgan: $A=15\cdot 10^{-4}$ m^2, a=3m, b = 1m, c=0,8 m, $Q=15\cdot 10^4$ N.

Yechish: B kesimning ko‘chishini topish uchun CD sterjenni cho‘zuvchi N kuchni topish kerak. Chizmada ko‘rsatilgan R kuch sterjenning zo‘riqish kuchi bo‘lgani sababli, unga teng va qarama qarshi yo‘nalgan N kuch CD sterjenni cho‘zuvchi kuch bo‘ladi, uni aniqlash uchun K nuqtaga nisbatan statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:



$$-R\cdot a+Q\cdot b=0;\quad R=Q\cdot\frac{b}{a};$$

$$Q=R\cdot\frac{a}{b}=N\cdot\frac{a}{b};\quad N=R$$

demak, $N=\dfrac{15\cdot10^4}{3}=5\cdot10^4(N),\ \pm_{CD}=\dfrac{N}{A}=\dfrac{5\cdot10^4}{15\cdot10^{-4}}=\dfrac{1}{3}\cdot10^8(\dfrac{N}{m^2})=\dfrac{1}{3}\cdot10^2\,MPa$

CD – sterjenning absolyut cho‘zilishi Guk qonuniga muvofiq quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta l_{CD}=\frac{N\cdot a}{EA}=\frac{5\cdot10^4\cdot3}{2\cdot10^{11}\cdot15\cdot10^{-4}}=0.5\cdot10^{-3}m$$

Topilgan $0,5\cdot10^3$ m qiymatga ko‘ra ko‘chish qonunini ifodalovchi grafikni chizamiz. A_1B_1 – AB sterjenning deformatsiyadan keyingi vaziyatidir. Endi B kesimning ko‘chishini topamiz. Buning uchun ΔKCC_1 va ΔKBB_1 larning o‘xshashligidan foydalanamiz:

$\dfrac{BB_1}{KB}=\dfrac{CC_1}{KC}$ *bunda* $BB_1=¢_B,\ KB=в,\ CC_1=\Delta l_{CD},\ KC=a.$

Demak, $\dfrac{¢_B}{в}=\dfrac{\Delta l_{CD}}{a}$, *bundan* $¢_B=\dfrac{в}{a}\Delta l_{CD}=\dfrac{1}{3}0,5\cdot10^{-3}=17\cdot10^{-5}\,m$ *kelib chiqadi.*

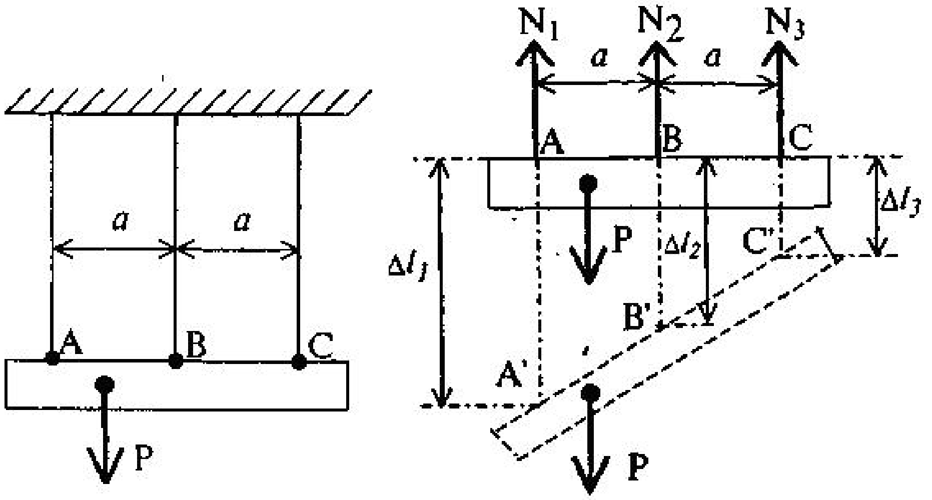
CHO‘ZILISH VA SIQILISHDAGI STATIK ANIQMAS MASALALAR

Sterjenlarda hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlarining soni yoki sistemada hosil bo‘ladigan noma’lum reaksiya kuchlarining soni statika muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo‘lgan sistema ***statik aniqmas sistema*** deb ataladi. Bunday sistema sterjenlardagi noma’lum zo‘riqish kuchlarni yolg‘iz statikaning muvozanat tenglamalaridan aniqlab bo‘lmaydi, shuning uchun bunday masalalarni statik aniqmas masalalar deyiladi. Bunday masalalarni yechish uchun statikaning muvozanat tenglamalari tuziladi, so‘ngra “ortiqcha” noma’lumlarning soni aniqlanadi. Shundan keyin sistema deformatsiyasining shartidan foydalanib, qo‘shimcha tenglamalar tuziladi. Qo‘shimcha tenglamalarning soni albatta “ortiqcha” noma’lumlar soniga to‘g‘ri kelishi kerak. Nihoyat shuni ta’kidlab o‘tish kerakki, sterjenning deformasiyasi uning o‘lchamiga va materialining elastiklik xossalariga bog‘liq bo‘lganidan, unda hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlari ana shu faktorlarga albatta bog‘liqdir.

Misol tariqasida quyida ko‘rsatilgan sistemani tekshiramiz. Materiallar qarshiligining kesish usulidan foydalanib, uning uchta sterjenida N_1, N_2, N_3 elastiklik kuchlari noma’lum ekanligini aniqlab olamiz. Bu kuchlar parallel kuchlar sistemasini tashkil etadi, shuning uchun faqat ikkita muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:

$$\sum Y_k = 0; \quad N_1 + N_2 + N_3 - P = 0 \quad (5.1)$$

$$\sum M_A = 0; \quad -N_2 \cdot a - N_3 \cdot 2a + P\frac{a}{2} = 0 \quad (5.2)$$



5.1-shakl

Bu ikki tenglamada 3 ta noma’lum, demak yana bitta munosabat tuzish zarur. Bu qo‘shimcha munosabatni sistemaning elementlarida hosil bo‘ladigan deformatsiyalarning munosabatidan foydalanib tuziladi. Binobarin, sistemaning deformatsiyadan keyingi vaziyatini shaklda ko‘rsatilgan.

Biz ko‘rayotgan hol uchun sistemaga qo‘yilgan kuch ta’siridan, *AC* g‘o‘la absolyut bikir bo‘lgani uchun, vaziyatni oladi, bu vaziyat shtrix bilan chizilgan. Shakldan ko‘rinib turibdiki, g‘o‘laning deformatsiyadan keyingi va avvalgi vaziyatlari trapetsiyani hosil qiladi; trapetsiyaning asoslari ikki chetki sterjenlarning absolyut cho‘zilishidan iborat bo‘lib, o‘rtadagi sterjenning absolyut cho‘zilishi trapetsiyaning o‘rta chizig‘idir, binobarin:

$$BB' = \Delta l_2 = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_3}{2} \quad (A)$$

Bu absolyut cho‘zilishlarni Guk qonuni yordamida tegishli noma’lum zo‘riqish kuchlari orqali ifodalaymiz:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA}, \ \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EA} \ \ va \ \ \Delta l_3 = \frac{N_3 l}{EA}$$

Bu formulalarni yozishda uchala sterjenning materialini, ko‘ndalang kesimining yuzalari va uzunliklari bir xil deb qabul qildik. Bularni (A) tenglamaga qo‘yib, quyidagi qo‘shimcha tenglamani hosil qilamiz:

$$N_2 = \frac{1}{2}(N_1 + N_3) \quad (5.3)$$

Ana endi uchala tenglamani birgalikda yechib,

$$N_1 = \frac{7}{12}P, \; N_2 = \frac{1}{3}P, \; N_{31} = \frac{1}{12}P$$ larni hosil qilamiz.

Ko‘pgina hollarda statik aniqmas masalalarni ***asosiy sistema*** tanlash usulida yechish anchagina qulaylik tug‘diradi. Bu usulni quyidagi misolda ko‘rsatamiz. Shaklda ko‘rsatilgan pog‘onali sterjenga *P* kuch ta’sir etadi. Sterjenning har qaysi qismida hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlarini topish kerak.

P kuchning bir qismi yuqoridagi tayanchga tushsa, qolgan qismi pastki tayanchga ta’sir etadi. Bu tayanchlarning reaksiyalarini R_A va R_B harflar bilan belgilaymiz.

Berilgan masalani yechish uchun faqat bitta muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:

$$\sum Y_k = 0; \qquad R_A + R_B - P = 0 \qquad (5.4)$$

Qo‘shimcha tenglama tuzish uchun, sterjenning deformatsiyasini tekshiramiz.

Shu maqsadda sterjenning pastki tayanchdan ozod qilib, uni R_B bilan almashtiramiz. **Statik anigmas** sistemadan olingan **statik aniq sistema,** ***asosiy sistema*** deyiladi.

Asosiy sistemaning B nuqtadagi ko‘chishini topib, uni nolga tenglashtiramiz, chunki statik aniqmas sistemaning bu nuqtasi mahkamlanganligi uchun u ko‘chaolmaydi.

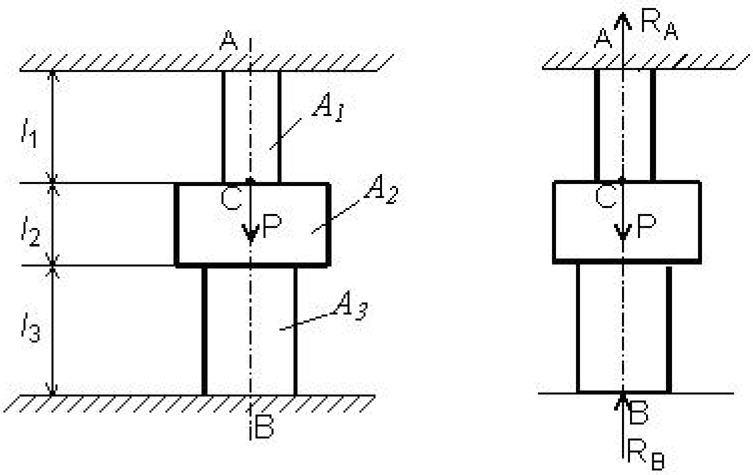
B nuqtaning ko‘chishini topish uchun Guk qonunidan foydalanamiz:

$$-\frac{R_B l_3}{EA_3} - \frac{R_B l_2}{EA_2} - \frac{R_B l_1}{EA_1} + \frac{Pl_1}{EA_1} = 0 \quad (5.5)$$

Hosil bo‘lgan (5.4) va (5.5) tenglamalarni birgalikda yechib, noma’lum R_A va R_B reaksiyalarni aniqlaymiz:

$$R_A = \frac{P\left(\frac{l_2}{A_2} + \frac{l_3}{A_3}\right)}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \frac{l_3}{A_3}}; \quad R_B = \frac{Pl_1}{A_1\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \frac{l_3}{A_3}\right)}$$

Endi sterjenning har qaysi qismida hosil bo‘ladigan bo‘ylama kuchlarni topish uchun, kesish usulidan foydalansa bo‘ladi.



5.2-shakl

Yuqorida keltirilgan ikki misol asosida, statik aniqmas masalalarni yechish uchun quyidagi rejadan foydalaniladi:

1) berilgan masalada barcha reaksiya kuchlarining yoki noma’lum zo‘riqish kuchlarining yo‘nalishi ko‘rsatiladi;

2) shu masala uchun lozim bo‘lgan hamma muvozanat tenglamalari yozilib, uning aniqmaslik darajasi belgilanadi;

3) sistemaning ayrim qismlarining deformatsiyalari orasidagi bog‘lanishlardan foydalanib barcha qo‘shimcha tenglamalar tuziladi;

4) qo‘shimcha tenglamalardagi deformatsiyalar, Guk qonunidan foydalanib, tegishli zo‘riqish kuchlari bilan almashtiriladi;

5) hosil bo‘lgan tenglamalar birgalikda yechilib, barcha noma’lum kuchlari topiladi.

Agar statik aniqmas masala asosiy sistema tanlash usuli bilan yechiladigan bo‘lsa, yuqoridagi rejaning 3 va 4–bandlari quyidagicha o‘zgartiriladi:

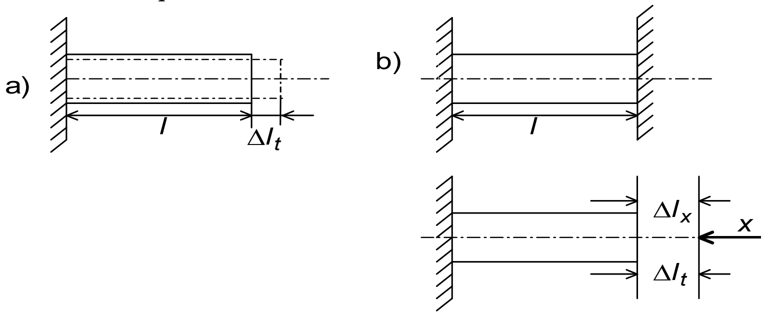
3) sterjen ortiqcha bog‘lanishlardan ozod qilinib asosiy sistema tanlanadi va bu asosiy sistemaga berilgan va ortiqcha noma’lum kuchlar ta’sir ettiriladi;

4) asosiy sistemaning ortiqcha noma’lum kuch qo‘yilgan nuqtasining ko‘chishi topilib, nolga tenglashtiriladi.

Haroratning o‘zgarishidan hosil bo‘ladigan kuchlanish

5.3 – chizmada ikki sterjendan biri statik aniq masala bo‘lib (5.3-shakl, a), ikkinchisi tatic aniqmas masaladir (5.3-shakl, b).

Harorat Δt miqdorga o‘zgarganda bir uchi bilan mahkamlangan sterjen bo‘ylama va ko‘ndalang o‘lchamlarini o‘zgartiradi. Sterjen $\Delta l_t = \alpha\, l \cdot \Delta t$ miqdorga cho‘ziladi, bu formula ***fizikadan*** ma’lum bo‘lib, α-chiziqli kengayish koeffitsentidir. Masalan po‘lat uchun $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$. Birinchi holda sterjenning kengayishiga hech qanday qarshilik bo‘lmaganligidan, unda zo‘riqish kuchi paydo bo‘lmaydi. Ammo ikkala uchi mahkamlangan sterjenda kengayish imkoniyati bo‘lmaganligi sababli, unda zo‘riqish kuchi hosil bo‘ladi.



5.3–shakl

Demak, harorat o‘zgarganda statik aniq sistemalarda zo‘riqish kuchi hosil bo‘lmasa ham deformatsiya vujudga keladi, ammo statik aniqmas sistemalar deformatsiyalana olmaganliklaridan ularda zo‘riqish kuchi hosil bo‘ladi. Zo‘riqish kuchini topish uchun statik aniqmas masalalarni yechishning oddiy usulidan foydalanamiz. Sterjenning o‘ng tomonidagi bog‘lanishni tashlab, uning harorat o‘zgarishidan hosil bo‘lgan uzayishi Δl_t ni reaksiya kuchi X dan hosil bo‘lgan absolyut qisqarishiga tenglashtiramiz, chunki sterjen o‘ng uchining ko‘chishi haqiqatdan nolga teng:

$$\Delta l_t = \Delta l_x \quad yoki \quad \alpha\, l\, \Delta t = \frac{X\, l}{EA}$$

bundan $X = EA\alpha \cdot \Delta t$

Endi haroratning o‘zgarishidan hosil bo‘lgan kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_t = \frac{X}{A} = E\alpha \cdot \Delta t \quad (5.6)$$

Haroratning o‘zgarishidan hosil bo‘ladigan kuchlanish σ_t juda katta qiymatga erishishi mumkin, uni kamaytirish maqsadida konstruksiyalarda mahsus bo‘shliqlar qoldiriladi.