MAVZU 4: **Statik noaniq balkalar hisobi. Sterjen umumiy holda yuklanganida mustahkamlikka hisoblash.**

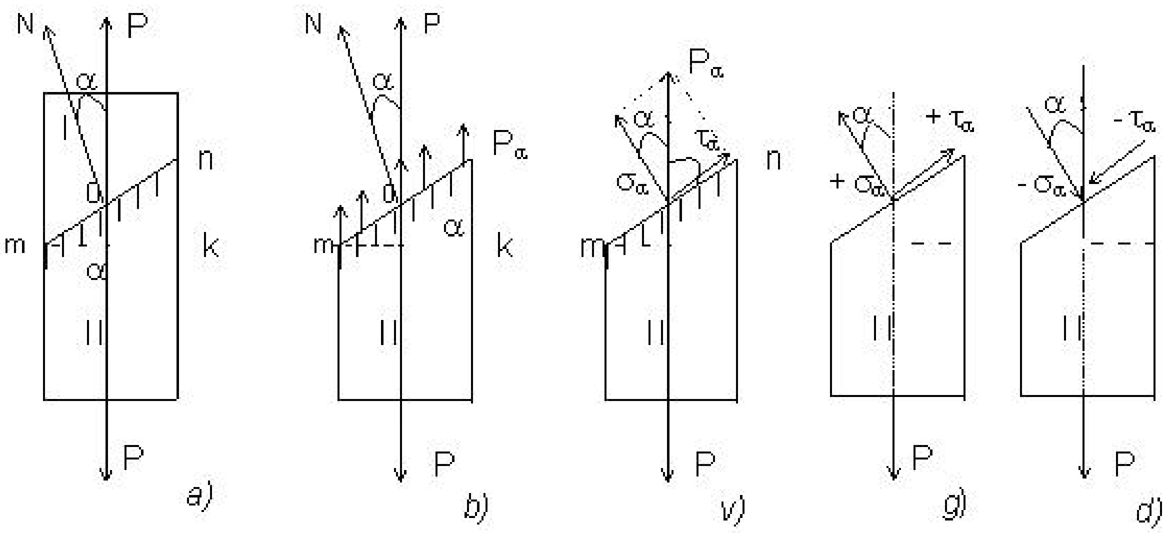
REJA:

1. To’g’ri sterjenning egilishi. Tayanch va tayanch reaktsiyalari.
2. Egilishdagi balka ko’ndalang kesim yuzalarda paydo bo’ladigan ichki kuchlar.

Oddiy cho‘zilish yoki siqilishda sterjenlarning qiya kesimlarida hosil bo‘ladigan kuchlanishlar

Cho‘zilgan yoki siqilgan sterjen materialining tashqi kuchlar ta’siriga yetarlicha qarshilik ko‘rsatishini bilish uchun uning faqat ko‘ndalang kesimlaridagi normal kuchlanishlarni, balki sterjenning turli qiya kesimlaridagi kuchlanishlarni ham aniqlash zarur bo‘ladi.

Cho‘zilgan sterjenning ko‘ndalang *mk* kesimi bilan α burchak hosil qiluvchi *mn* tekislik yordamida shu sterjenni kesamiz (8.1-shakl, a). *mn* qiya kesimda hosil bo‘ladigan kuchlanishlarni aniqlaymiz. Kesilgan qismlardan II qismini qoldirib (8.1-shakl, b), uning muvozanatini tekshiramiz. Qiya kesimning tashqi *ON* normali sterjen o‘qi bilan ham α burchak tashkil qilishi ayondir. Sterjenning *mk* kesimi yuzini *A* bilan *mn* ko‘ndalang kesim yuzini esa A_α bilan belgilaymiz. Tashlab yuborilgan I qismning II qismiga ta’sirini P_α kuchlanish orqali belgilaymiz.



8.1-shakl

Pα ning qiymati quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$P_\alpha = \frac{P}{A_\alpha} \qquad \text{lekin} \qquad A_\alpha = \frac{A_0}{\cos\alpha} \qquad \text{ekanligini e‘tiborga olsak,}$$

$$P_\alpha = \frac{P}{A_\alpha}\cos\alpha = \sigma_0\cos\alpha \qquad \text{bo‘ladi.}$$

bunda $\alpha_0=P/A_0$ – ko‘ndalang kesimnin g normal kuchlanishi. α o‘zgarganda to‘la kuchlanish P_α ning miqdori ham o‘zgaradi. P_α kuchlanishni qiya yuzaga tik va unga parallel tashkil etuvchilariga ajartamiz. Shunday qilib, *mn* tekislikdagi biror nuqtaga ta’sir etuvchi to‘la kuchlanish P_α bir-biriga tik ikkita kuchlanish – normal σ_α kuchlanish va urinma τ_α kuchlanishga ajratiladi:

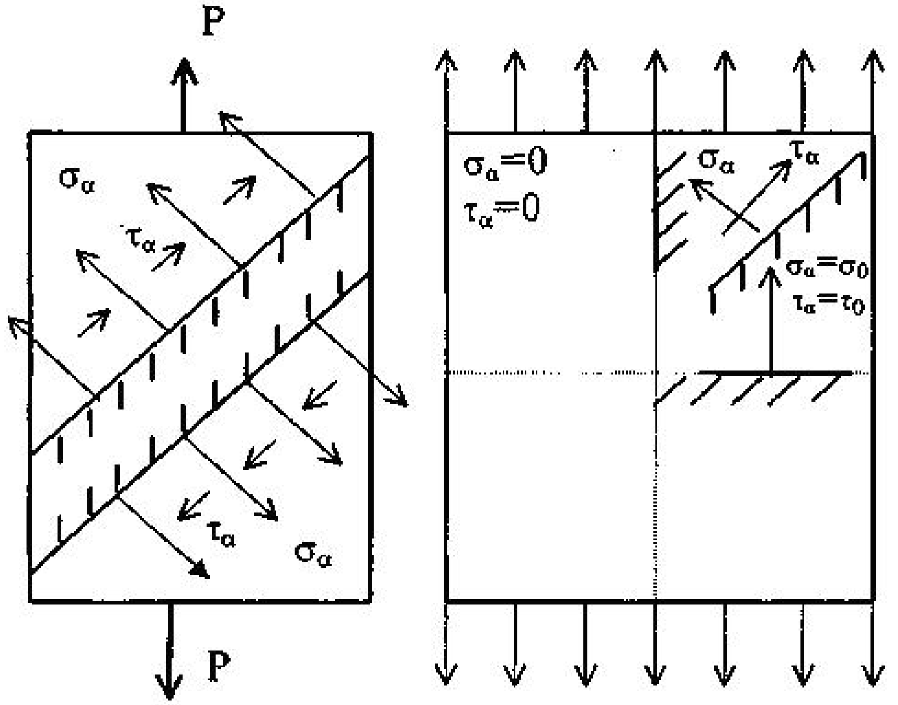
$$\sigma_\alpha = P_\alpha \cos\alpha = \sigma_0 \cos^2\alpha \quad (8.1)$$

$$\tau_\alpha = P_\alpha \sin\alpha = \sigma_0 \sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{2}\sigma_0 \sin 2\alpha \quad (8.2)$$

Agar normal kuchlanish tashqi normal bo‘ylab yo‘nalsa musbat, aks holda manfiy deb olinadi. Agar tashqi normalni urinma kuchlanish yo‘nalishiga tomon qaratish uchun uni soat strelkasi yurishiga qarab burishga to‘g‘ri kelsa, urinma kuchlanish musbat, aks holda manfiy olinadi.

Sterjen materiali bu ikki kuchlanish ta’siridan ikki xil deformatsiyalanadi. Cho‘zilgan sterjendan ikkita parallel tekislik yordamida yupqa qatlam ajratamiz. Shakldan ko‘rinadiki, normal kuchlanish qatlamni cho‘zadi, urinma kuchlanish esa qiya kesimlarni bir-biriga nisbatan siljitadi. Shunday qilib, bu ikki xil kuchlanishga ikki xil deformatsiyani bo‘ylama deformatsiya (uzayish yoki qisqarish) va siljish deformatsiyasi to‘g‘ri keladi.

Sterjen materialining yemirilishga qanchalik qarshilik ko‘rsata olishini bilish uchun *mn* qiya kesimning vaziyatiga bog‘liq bo‘lgan eng katta σ_α va σ_0 kuchlanishlarning qiymatlarini aniqlash lozim. Yuqoridagi (8.1) va (8.2) formulalardan ko‘rinadiki, cosα=1 ga, ya’ni α=0° bo‘lganda σ_α kuchlanishning qiymati eng katta bo‘ladi.



8.2-shakl

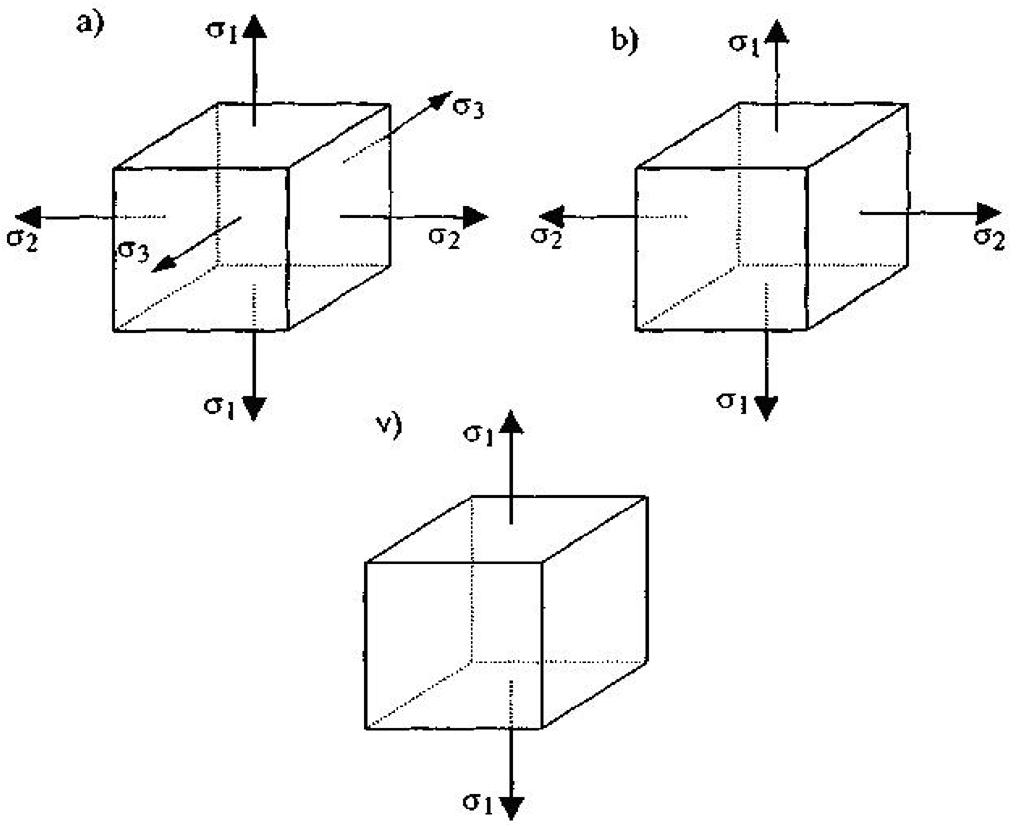
Urinma τ_α kuchlanish esa sin2α=1, ya’ni α=45° bo‘lganda o‘zining eng katta qiymatiga ega bo‘ladi. Ya’ni,

$$\sigma_{\alpha\max} = \sigma_{\alpha=0^0} = \frac{P}{A_0}; \qquad \tau_{\alpha\max} = \tau_{\alpha=45^0} = \frac{P}{2A_0} = \frac{\sigma_0}{2}$$

Shunday qilib, eng katta normal kuchlanish bu hol uchun sterjenning ko‘ndalang kesimiga ta’sir etadi, uning qiymati esa shu yuzaning normal α_0 kuchlanishiga teng bo‘ladi. Eng katta urinma kuchlanish sterjenning ko‘ndalang kesimi bilan 45° burchak hosil qiladigan qiya yuzalarda vujudga keladi va uning qiymati eng katta normal α_0 kuchlanishning yarmiga teng bo‘ladi. (qolgan mulohazalarni chizmadan ko‘ring).

Urinma kuchlanishlar nol bo‘lgan yuzalar bosh yuzalar deyiladi. Bu yuzalarga ta’sir qilgan normal kuchlanishlar ***bosh normal kuchlanishlar*** deb ataladi.

Kuchlanish holatining turlari



a) Hajmiy kuchlanish holat,
b) Tekis kuchlanish holat,
v) Chiziqli kuchlanish holat.

Bu yerda $\pm_1 > \pm_2 > \pm_3$ deb qabul qilingan.

Masalan, uchta bosh kuchlanishning qiymatlari: $+1 \cdot 10^8$ N/m^2= +100 MPa
$-0,6 \cdot 10^8$ N/m^2= -60 MPa
$+0,4 \cdot 10^8$ N/m^2= +40 MPa bo‘lsa,
u holda, σ_1= +100 MPa, σ_2= +40 MPa, σ_3= -60 MPa bo‘ladi.

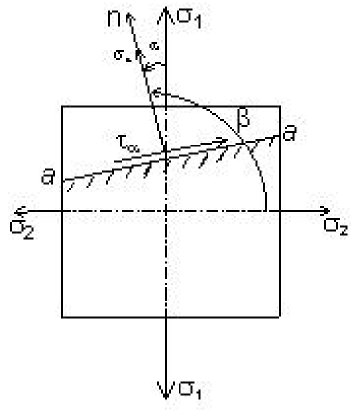
Tekis kuchlanish holati

Tayanch iboralar

Juftlik qonuni *– Agar biror yuzada urinma kuchlanish bo‘lsa, unga tik yuzada ham xuddi shunday urinma kuchlanish mavjud bo‘lib, faqat qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.*

Tekis kuchlanish holatida bo‘lgan sterjen materialining mustahkamligini tekshirishda sterjendagi eng katta normal va urinma kuchlanishlar qiymatlarini aniqlash zarur bo‘ladi.

Yon tomonlariga bosh kuchlanishlar ta’sir etayotgan to‘g‘ri burchakli parallelepiped berilgan bo‘lsin. Bu parallelepipeddan tashqi normali *n* bo‘lgan biror *a-a* kesimni ko‘rib chiqamiz. Tashqi normal σ_1 bilan α va σ_2 bilan β burchaklarni tashkil etadi.



9.1-shakl

Bu burchaklar bir-biridan 90° ga farq qiladi. *a-a* yuzaga normal σ_α kuchlanish bilan urinma τ_α kuchlanish ta’sir qiladi. Bu kuchlanishlarning har biri σ_1 va σ_2 bosh kuchlanishlarga bog‘liq bo‘ladi. Ularning miqdorlarini har qaysi bosh kuchlanishlarning ta’siridan hosil bo‘lgan natijalarni qo‘shish yo‘li bilan biz yuqorida ko‘rgan (8.1) va (8.2) formulalarga ko‘ra

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_2 \cos^2\beta ,$$

lekin $\beta=\alpha+90^0$ bo‘lgani uchun

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_2 \sin^2\alpha , \qquad (9.1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2}\sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2}\sin 2\beta ,$$ bunda

$$\sin 2\beta = \sin\left(180^0 + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$ bo‘lgani uchun

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha . \qquad (9.2)$$

α burchak hamma vaqt eng katta bosh σ_1 kuchlanish yo‘nalishidan boshlab hisoblanadi.

Yuqoridagi formulalarga ko‘ra,

$$\cos\alpha = 1, \quad \alpha = 0^0 \quad da$$

$$\sigma_{\alpha=0^0} = \sigma_{max} = \sigma_1 ,$$

$$\sin\alpha = 1, \quad ya'ni \quad \alpha = 90^0$$

$$\sigma_{\alpha=90^0} = \sigma_{min} = \sigma_2 .$$

Shunday qilib, normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari parallelepiped o‘qlariga parallel yuzalarida hosil bo‘ladi, ularning miqdorlari shu yuzalarga ta’sir qilgan σ_1 va σ_2 bosh kuchlanishlarga tengdir.

(9.2) formulaga ko‘ra eng katta urinma kuchlanish $\sin 2\alpha=1$; $\alpha=45^0$ bo‘lganda hosil bo‘ladi:

$$\tau_{max} = \tau_{\alpha=45^0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \qquad (9.3)$$

Demak, maksimal urinma kuchlanish tashqi normali eng katta σ_1 bosh kuchlanish bilan 45^0 burchak tashkil qilgan qiya yuzalarda hosil bo‘ladi va bosh kuchlanishlar ayirmasining yarmiga teng bo‘ladi.

Tashqi normali n_α bo‘lgan *a-a* qiya yuza uchun chiqarilgan (9.1) va (9.2) formulalardan foydalanib bu yuzaga tik va normali n_β bo‘lgan *b-b* qiya yuza uchun ham kuchlanishlarni aniqlash mumkin.

Bu yuzalar bir-biriga tik bo‘lgani uchun $\beta=90^0+\alpha$ bo‘ladi. U holda, (9.1) formulaga ko‘ra

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2\beta + \sigma_2 \sin^2\beta = \sigma_1 \cos^2\left(90^0 + \alpha\right) + \sigma_2 \sin^2\left(90^0 + \alpha\right)$$

$$ya'ni \quad \sigma \quad = \sigma_1 \sin^2\alpha + \sigma_2 \cos^2\alpha \qquad (9.4)$$

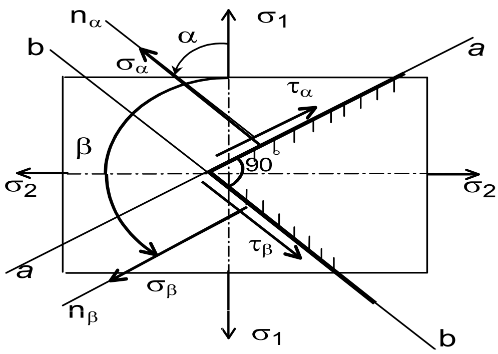
(9.2) formulaga asosan urinma kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\tau \quad = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2 \quad = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha \qquad (9.5)$$

(9.1) va(9.4) formulalarni hadlab qo‘shsak,

$$\sigma_\alpha + \sigma \quad = \sigma_1 + \sigma_2 = const \qquad (9.6)$$

kelib chiqadi.



9.2-shakl

Demak, o‘zaro tik ikki yuzadagi normal kuchlanishlarning yig‘indisi bosh kuchlanishlarning yig‘indisiga teng bo‘lib, o‘zgarmas miqdor ekan.

Endi (9.2) va (9.5) formulalarni taqqoslasak, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\tau \quad = -\tau_\alpha \qquad (9.7)$$

Ya’ni, o‘zaro tik ikki yuzaning urinma kuchlanishlari bir-biriga teng bo‘lib, yo‘nalishlari qarama-qarshidir.

Xulosa: agar biror yuzada urinma kuchlanish bo‘lsa, unga tik yuzada ham xuddi shunday urinma kuchlanish mavjud bo‘lib, faqat qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi. Bu xulosa urinma kuchlanishlarning ***juftlik qonuni*** deyiladi.

Nihoyat, (9.1) formuladan (9.4) formulani hadlab ayirsak,

$$\sigma_\alpha - \sigma \quad = (\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha \qquad (9.8)$$

kelib chiqadi. Bu formula bosh kuchlanishlarni topishda kerak bo‘ladi.

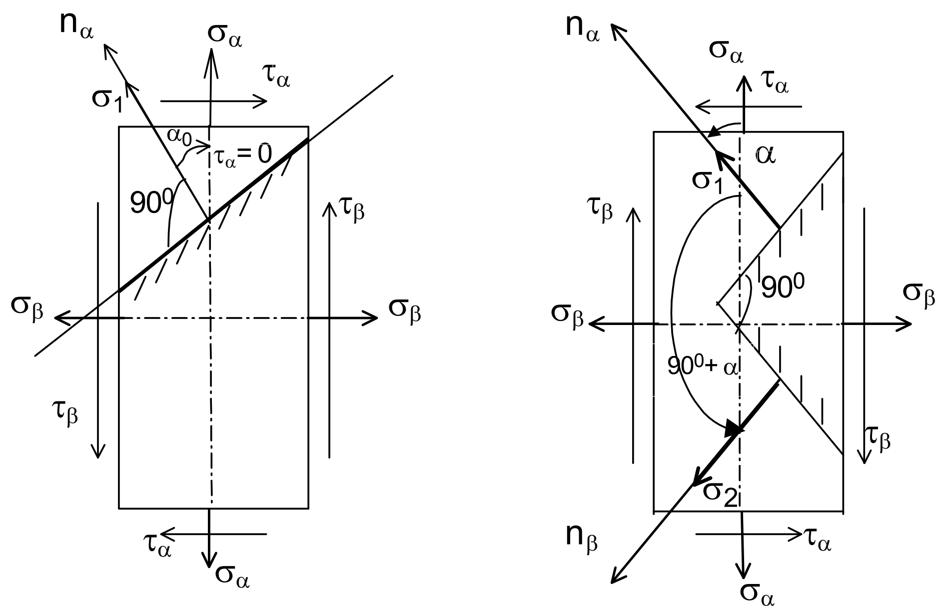
Bosh kuchlanishlarni va bosh yuzalarning yo‘nalishini aniqlash

Endi teskari masalani ko‘rib chiqaylik. Parallelepipedning yoqlariga normal va urinma kuchlanishlar ta’sir etsin. Bosh kuchlanishlar va bosh yuzalarning yo‘nalishini aniqlash kerak. $\sigma_\alpha > \sigma_\beta$ deb faraz qilamiz. Bu masalani yechish uchun (9.2) va (9.8) formulalardan α burchakni yo‘qotib quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = (\sigma_\alpha - \sigma \quad)^2 + 4\tau_\alpha^2 \, ,$$

$$bundan \qquad \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma \quad)^2 + 4\tau_\alpha^2} \qquad (a)$$

kelib chiqadi.



9.3-shakl

Bu (a) ifoda bilan (9.6) ifodani hadlab qo‘shsak va ayirsak quyidagilar, ya’ni σ_1 va σ_2 bosh normal kuchlanishlar hosil bo‘ladi:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma_\alpha+\sigma_\beta}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_\alpha-\sigma_\beta)^2+4\tau_\alpha^2}\\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_\alpha+\sigma_\beta}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_\alpha-\sigma_\beta)^2+4\tau_\alpha^2}\end{aligned}\right\} \qquad (9.9)$$

Bunda σ_1 eng katta bosh normal kuchlanish.

(9.2) va (9.8) formulalardan foydalanib, bosh yuzalarning yo‘nalishini aniqlash formulasini hosil qilamiz:

$$tg2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha-\sigma_\beta}. \qquad (9.10)$$

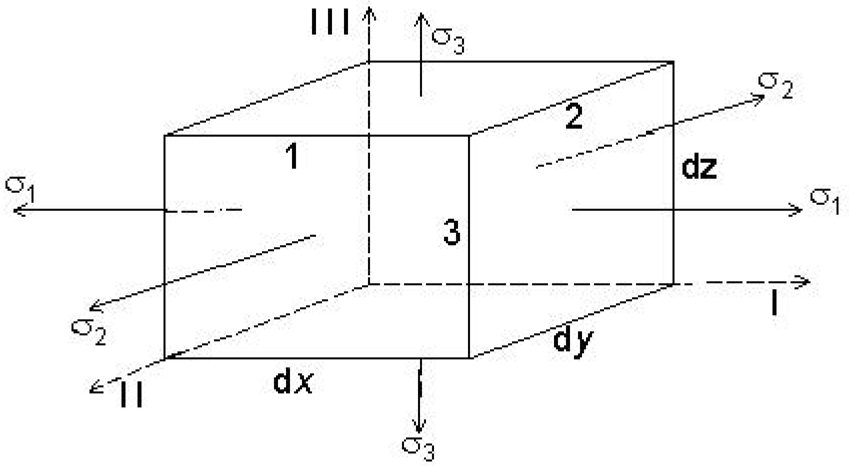
Bunda α_0 - bosh yuza normalining σ_α kuchlanish yo‘nalishi bilan hosil qilgan burchagi. Bu hol teskari masala bo‘lganligidan (9.10) tenglamaning o‘ng qismi oldiga minus ishorasi qo‘yiladi.

(9.9) formuladan o‘zaro 90^0 farq qiluvchi ikkita burchak topiladi. Ulardan biri eng katta σ_1 bosh kuchlanishni, ikkinchisi esa σ_2 bosh kuchlanish ta’sir qiladigan yuzalarning yo‘nalishlarini ko‘rsatadi.

Hajmiy kuchlanish holatidagi deformatsiya

Umumlashgan Guk qonuni – *Mutanosiblik chegarasida hajmiy kuchlanish holati uchun kuchlanish bilan deformatsiya orasidagi bog‘lanishni ifodalaydigan tenglamalar.*

Hajmiy kuchlanish holatidagi parallelepipedning deformatsiyasini tekshiramiz.



10-shakl

Tomonlari I, II va III o‘qlarga parallel yo‘nalgan bosh kuchlanishlar qo‘yilgan elementning deformatsiyasini aniqlash uchun har qaysi bosh kuchlanishdan hosil bo‘lgan deformatsiyalarni mustaqil ravishda topib so‘ngra ularni yig‘amiz.

1-qirra σ_2 kuchlanish ta’sirida I o‘q yo‘nalishi bo‘yicha $\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}$ miqdorga uzayadi; Xuddi shu 1 - qirra σ_2 kuchlanish ta’siridan I o‘q yo‘nalishi bo‘yicha $\varepsilon_1'' = -\nu\frac{\sigma_2}{E}$ miqdorga qisqaradi, chunki u bu kuchlanish yo‘nalishiga nisbatan 1- qirra ko‘ndalang o‘lchamdir.

σ_3 - kuchlanish ta’siridan, 1- qirra I o‘q yo‘nalishi bo‘yicha $\varepsilon_1''' = -\nu\frac{\sigma_3}{E}$

miqdorga qisqaradi.

Shunday qilib, 1- qirraning to‘la nisbiy cho‘zilishi quyidagi formuladan topiladi:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{1} + \varepsilon_1^{11} + \varepsilon_1^{111} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right].$$

Xuddi shunday munosabatlarni 2 va 3-qirralar uchun ham hosil qilish mumkin.

Natijada quyidagi munosabatlarga ega bo‘lamiz:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)\right] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (10.1)$$

Bu munosabatlar proporsionallik chegarasida hajmiy kuchlanish holati uchun ***kuchlanish bilan deformatsiya*** orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Shuning uchun (10.1) munosabatlarni **umumlashgan Guk qonuni** deb yuritiladi.

Tekis kuchlanish holati uchun (10.1) quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\sigma_3 = 0 \ \textit{bo'lib,} \qquad \left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \nu\sigma_2\right), \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}\left(\sigma_2 - \nu\sigma_1\right), \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_1 + \sigma_2\right). \end{aligned}\right\}$$

Bu formulalardan ko‘rinadiki, tekis kuchlanish holatida ham uchinchi bosh kuchlanish yo‘nalishi bo‘yicha ham deformatsiya hosil bo‘ladi.

Deformatsiya natijasida hajmning o‘zgarishi

Deformatsiya natijasida hajmning o‘zgarishi θ bilan belgilanib quyidagicha aniqlanadi:

$$- = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{\Delta V}{V_0}$$

Bunda V_0 — elementning deformatsiyagacha bo‘lgan hajmi,

V_1 – deformatsiyadan keyingi hajmi, $V_0 = dx\, dy\, dz$,

$$V_1 = (1 + £_1)dx \cdot (1 + £_2)\, dy \cdot (1 + £_3)dz = V_0(1 + £_1 + £_2 + £_3)$$

Bu yerda yuqori tartibli kichik miqdorlar tashlab yuborildi.

Demak,
$$- = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = £_1 + £_2 + £_3 \qquad (10.3)$$

Agar bu erda σ_1, σ_2 va σ_3 larni (10.1) formuladagi ifodalarini qo‘yib ba’zi ixchamlashlarni o‘tkazsak

$$- = \frac{1 - 2«}{E}(±_1 + ±_2 + ±_3) \qquad (10.4)$$

Agar $K = \frac{E}{3(1 - 2«)}$ day belgilash kiritsakda uni hajmiy deformatsiya moduli desak va $±_{o'r} = \frac{±_1 + ±_2 + ±_3}{3}$ bog‘lanishni e’tiborga olsak, deformatsiya natijasida hajmning o‘zgarishi har bir bosh kuchlanishga bog‘liq bo‘lmay, balki o‘rtacha kuchlanishgagina bog‘liq bo‘ladi.

Agar Puasson koeffitsenti *μ=0,5* bo‘lsa, element hajmining o‘zgarmasligi (10.4) dan ko‘rinib turibdi.

Hajmiy kuchlanish holatidagi deformatsiyaning potensial energiyasi

Bizga oddiy cho‘zilish yoki siqilishda deformatsiyaning solishtirma potensialenergiyasi

$a = \frac{± \cdot £}{2}$ formula orqali aniqlash mumkinligi ma’lum.

Hajmiy kuchlanish holatidagi deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi har qaysi bosh kuchlanishdan hosil bo‘lgan deformatsiyaning solishtirma potensial energiyalari yig‘indisiga teng:

$$a = \frac{1}{2}(±_1 \cdot £_1 + ±_2 \cdot £_2 + ±_3 \cdot £_3) \quad (10.5)$$

Bu erda σ_1, σ_2 va σ_3 lar uchun (10.1)dan foydalansak:

$$a = \frac{1}{2E}\left[±_1^2 + ±_2^2 + ±_3^2 - 2«(±_1 \cdot £_1 + ±_2 \cdot £_2 + ±_3 \cdot £_3)\right] \qquad (10.6)$$

Hajmiy kuchlanish holatida (10.6) elementda hosil bo‘ladigan deformatsiya shu element hajmi va shaklining o‘zgarishidan yuzaga keladi. Shu sababli, solishtirma potensial energiyani ham

$$a = a_V + a_{sh} \qquad (10.7)$$

ko‘rinishda yozamiz. Xuddi shuningdek har qaysi bosh kuchlanishni ham, ya’ni

$$±_1 = ±_1^V + ±_1^{sh},\ ±_2 = ±_2^V + ±_2^{sh},\ ±_3 = ±_3^V + ±_3^{sh} \qquad (10.8)$$

dek qarash mumkin.

Hajmiy kuchlanish holatidagi deformatsiyaning potensial energiyasi

Bizga oddiy cho‘zilish yoki siqilishda deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi $a = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2}$ formula orqali aniqlash mumkinligi ma’lum.

Hajmiy kuchlanish holatidagi deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi har qaysi bosh kuchlanishdan hosil bo‘lgan deformatsiyaning solishtirma potensial energiyalari yig‘indisiga teng:

$$a = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3\right), \qquad (10.5)$$

Bu erda σ_1, σ_2 va σ_3 lar uchun (10.1)dan foydalansak:

$$a = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\left(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3\right)\right] \qquad (10.6)$$

Hajmiy kuchlanish holatida (10.6) elementda hosil bo‘ladigan deformatsiya shu element hajmi va shaklining o‘zgarishidan yuzaga keladi. Shu sababli, solishtirma potensial energiyani ham

$$a = a_V + a_{sh} \qquad (10.7)$$

ko‘rinishda yozamiz. Xuddi shuningdek har qaysi bosh kuchlanishni ham, ya’ni

$$\sigma_1 = \sigma_1^V + \sigma_1^{sh},\ \sigma_2 = \sigma_2^V + \sigma_2^{sh},\ \sigma_3 = \sigma_3^V + \sigma_3^{sh} \qquad (10.8)$$

dek qarash mumkin.

Mustahkamlik nazariyasi

Biz ilgari oddiy cho‘zilish yoki siqilishda sterjenlarning mustahkamlik shartini quyidagicha yozgan edik:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]$$

Bunda mo‘rt materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = \frac{\sigma_m}{K_m}$ formuladan, plastik materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = \frac{\sigma_{oq}}{K_{oq}}$ formuladan topilishi uqtirib o‘tilgan edi.

Bu holda σ_m va σ_{oq} larni tajriba asosida aniqlanishi mumkin. Lekin murakkab kuchlanish holatida bunday tajribalar o‘tkazilishi qiyin bo‘ladi.

Mustahkamlik shartlarini tuzishda uchta bosh kuchlanish va chekli σ_m yoki σ_{oq} kuchlanishlar orasidagi funksional bog‘lanish turini aniqlovchi gipotezalarga asoslanadi.

Murakkab kuchlanish holatiga tegishli biror miqdorni chiziqli kuchlanish holati uchun tajribadan topilgan tegishli miqdorlar bilan solishtirish usullarini izlash kerak bo‘ladi, bu usullarni topishda yurgizilgan mulohazalar mustahkamlik nazariyalari deyiladi. Bu nazariyalardan 4 tasini ko‘rib chiqaylik.

Mustahkamlikning I nazariyasi

Bu nazariya XVII asrda Galiley tomonidan taklif qilingan bo’lib, uni eng katta normal kuchlanish nazariyasi ham deb ataladi.

Bu nazariyaning mohiyati shunday: murakkab kuchlanishdagi jismning xavfli holati unda hosil bo‘ladigan eng katta normal kuchlanish shu jism materialidan yasalgan namunaning oddiy cho‘zilish yoki siqilishdagi xavfli holatiga tegishli normal kuchlanishga yetganda boshlanadi.

Demak, bu nazariyaga ko‘ra, murakkab kuchlanish holatida jismning yemirilishi quyidagi shart bajarilgandagina boshlanadi:

mo‘rt materiallar uchun $\sigma_1=\sigma_m$, plastik materiallar uchun $\sigma_1=\sigma_{oq}$, bunda σ_m – materialning chiziqli kuchlanish holatidagi mustahkamlik chegarasi, σ_{oq}- oquvchanlik chegarasi.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_m}{\kappa} \qquad yoki \quad \sigma_1 \le [\sigma]$$

Jismning mustahkamlik shartini yozish uchun yuqoridagi ikkala formulaning o‘ng tomonini ehtiyot koeffitsentiga bo‘lish kerak, murakkab kuchlanish holatida bo‘lgan va mo‘rt materiallardan yasalgan jismlar uchun I nazariya natijalarining to‘g‘ri ekanligi tajribada tasdiqlangan.

Mustahkamlikning II nazariyasi

Bu nazariyani birinchi bo‘lib Mariott taklif qilgan. II nazariya eng katta nisbiy cho‘zilishga asoslangan. Bu nazariyaning mohiyati quyidagilardan iborat:
murakkab kuchlanish holatidagi jismda xavfli holat uning eng katta nisbiy cho‘zilishi (siqilishi) shu jism materialidan yasalgan namunaning oddiy cho‘zilishidagi xavfli holatiga tegishli nisbiy cho‘zilishga yetganda boshlanadi. (10.1) formulaga ko‘ra, hajmiy kuchlanish holatidagi eng katta nishiy cho‘zilish:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right]$$

Chiziqli kuchlanish holatida namunaning yemirilish paytidagi eng katta nisbiy cho‘zilishi esa bunday yoziladi:

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma_m}{E} = \frac{[\sigma]}{E} = [\varepsilon]$$

Shuning uchun mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi: ya’ni

$$\varepsilon_{max} \le [\varepsilon]$$
$$\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) \le [\sigma]$$

Mustahkamlikning III nazariyasi

Plastik holatda bo‘lgan va yemirilishi siljish tufayli yuzaga keladigan materiallar uchun birinchi va ikkinchi nazariyalar to‘g‘ri kelmaydi. Shu sababli Kulon uchinchi nazariyani maydonga tashladi. Bu nazariyaga ko‘ra, murakkab kuchlanish holatidagi jismga xavfli vaziyat undagi maksimal urinma kuchlanish shu jism materialidan yasalgan namunaning oddiy cho‘zilishidagi xavfli vaziyatga tegishli urinma kuchlanishga yetganda boshlanadi. Hajmiy kuchlanish holatida maksimal urinma kuchlanish $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ formuladan, chiziqli kuchlanish holatida esa maksimal urinma kuchlanish $\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$ formuladan hisoblab topilganligi uchun, uchinchi nazariya quyidagicha yoziladi (ikkala kuchlanish holatidagi plastik deformatsiyalarning boshlanish davri):

$$\tau_{max} \le [\tau]$$

mustahkamlik sharti esa bunday bo‘ladi:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \le \frac{[\sigma]}{2} \quad yoki \quad \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma].$$

Uchinchi nazariyaning kamchiligi shundaki, bu nazariyada ham, birinchi va ikkinchi nazariya kabi, jismning tuzilishi hisobga olinmaydi. Bundan tashqari, o‘rtancha kuchlanish *(σ_2)*

ning ta’siri ham hisobga olinmaydi. Materialning ishlash sharoitini o‘zgartirmay, σ_2 ni σ_1 bilan σ_3 orasida istagancha o‘zgartiraveramiz, bu hol albatta shubha tug‘diradi. Bu nazariyaning natijalari ham tajribalarda ko‘pincha tasdiqlanmaydi.

Mustahkamlikning IV nazariyasi

Bu nazariya jismlar shaklining o‘zgarishidagina hosil bo‘lgan deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasiga asoslangan bo‘lib, u quyidagicha ta’riflanadi: murakkab kuchlanish holatidagi jismda xavfli vaziyat undagi deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi shu jism materialidan yasalgan namunaning oddiy cho‘zilishdagi xavfli vaziyatiga tegishli deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasiga yetganda boshlanadi.

Murakkab kuchlanish holati uchun deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi ([2], III, 25)formuladan, chiziqli kuchlanish holati uchun esa ([2], II, 20) formuladan topilganligi uchun, bu nazariya formulasi quyidagicha yoziladi:

$$a_{\max} \le [a],$$

$$\frac{1}{4E}[(\pm_1 - \pm_2)^2 + (\pm_2 - \pm_3)^2 + (\pm_3 - \pm_1)^2] \le \frac{[\pm^2]}{2E};$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\pm_1 - \pm_2)^2 + (\pm_2 - \pm_3)^2 + (\pm_3 - \pm_1)^2]} \le [\pm].$$

Bu bog‘lanish materialning yemirilish holatini ifodalaydi, chunki u materialda plastik deformatsiya borayotgan paytga to‘g‘ri keladi.

To‘rtinchi nazariyaga ko‘ra, mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\pm_1 - \pm_2)^2 + (\pm_2 - \pm_3)^2 + (\pm_3 - \pm_1)^2]} \le [\pm].$$

Tajribalar shuni ko‘rsatadiki, to‘rtinchi nazariya ba’zi materiallar uchun qanoatlanarli natijalar beradi. Bu nazariyadan xususan plastik materiallar uchun to‘g‘ri natijalar olinadi. Ammo to‘rtinchi nazariyada ham, uchinchi nazariyadagi kabi, kamchilik bor: unda, birinchidan, materialning tuzilish xususyati, ikkinchidan esa jism hajmining elastik o‘zgarishlari hisobga olinmaydi.

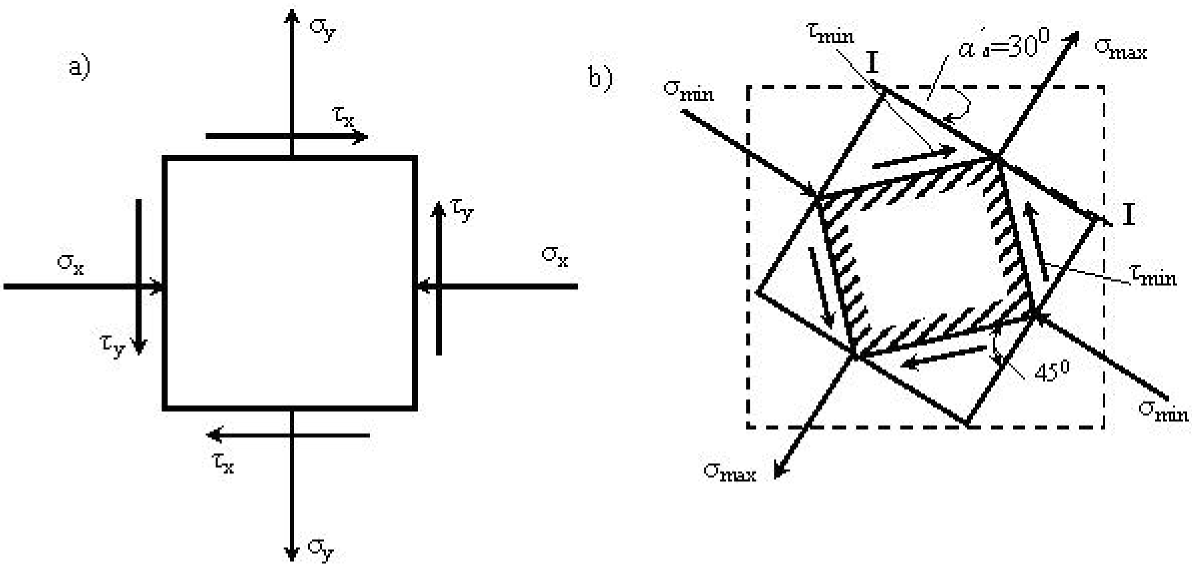
So‘nggi vaqtlarda mustahkamlik nazariyalarini haqiqatga yaqinlashtirish sohasiga Davidenkov, Fridman va Tarasenko degan olimlarning qilgan ishlari diqqatga sazovordir.

Tekis kuchlanish holatining tahlili

Chizmada ko‘rsatilgan po‘lat kubik tekis kuchlanish holatida turibdi.

Berilganlar:

$$\sigma_1=\sigma_x=-5{,}25\cdot10^7\ \text{N/m}^2,\quad \tau_x=6{,}50\cdot10^7\ \text{N/m}^2,$$
$$\sigma_3=\sigma_y=2{,}25\cdot10^7\ \text{N/m}^2,\quad \tau_y=6{,}50\cdot10^7\ \text{N/m}^2$$



Quyidagilar talab qilinadi:

1) bosh kuchlanishlarni va bosh yuzalarni yo‘nalishini,

2) bosh kuchlanishlar yarim ayirmalarning eng kattasiga teng bo‘lgan maksimal urinma kuchlanishlarni,

3) ε_x, ε_y, ε_z nisbiy deformatsiyalarni,

4) hajmning nisbiy o‘zgarishini,

5) deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasini topish.

Yechish:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\cdot\tau_x^2} =$$

$$= \frac{2{,}25\cdot10^7-5{,}25\cdot10^7}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(2{,}25+5{,}25)^2\cdot10^{14}+4\cdot6{,}50^2\cdot10^{14}} = (-1{,}50\pm7{,}50)\cdot10^7\ N/m^2$$

$$bundan \quad \sigma_{max} = +6\cdot10^7\ N/m^2, \quad \sigma_{min} = -9\cdot10^7\ N/m^2,$$

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_x^2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(2{,}25+5{,}25)^2\cdot10^{14}+4\cdot650^2\cdot10^{14}} = \pm7{,}50\cdot10^7$$

demak,

$$\tau_{max} = 7{,}50\cdot10^7\ N/m^2, \qquad \tau_{min} = -7{,}50\cdot10^7\ N/m^2.$$

Bosh yuzalarning holatini quyidagicha aniqlaymiz:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x-\sigma_y} = \frac{2\cdot6{,}50\cdot10^7}{(-5{,}25-2{,}25)\cdot10^7} = -1{,}73$$

$$yoki \quad |tg2\alpha_0| = +1{,}73, \qquad \alpha_0^1 = 30^0.$$

σ_{max} ta’sir etayotgan yuzaning holatini aniqlash uchun, gorizontal yuzani (qaysiki, vertikal yuzadagidan katta bo‘lgan σ_{max} ta’sir etgan) $\alpha_0^1 = 30^0$ ga soat strelkasi yo‘nalishida buramiz (u yuzada urinma kuchlanish musbat bo‘lsin). Shunday qilib, I-I bosh yuzani aniqlaymiz. Unga perpendikular yuzada σ_{min} ta’sir etadi.

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_1, \quad \sigma_y = \sigma_2, \quad \sigma_z = \sigma_3 \\ \varepsilon_x = \varepsilon_1, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_2, \quad \varepsilon_z = \varepsilon_3, \end{aligned}\right\}$$

bo‘ladi.

Endi nisbiy deformatsiyani aniqlaymiz. Bizning masalada tekis kuchlanish holati bo‘lgani uchun $\sigma_z=\sigma_3=0$ bo‘lib,

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) = \frac{1}{2\cdot 10^{11}}(-5{,}25 - 0{,}3\cdot 2{,}25)\cdot 10^7 = -0{,}3\cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) = \frac{1}{2\cdot 10^{11}}\left[2{,}25 - 0{,}3\cdot(-5{,}25)\right]\cdot 10^7 = +0{,}2\cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_3 = \frac{-\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) = -\frac{0{,}3}{2\cdot 10^{11}}\left[2{,}25 - 5{,}25\right]\cdot 10^7 = +0{,}45\cdot 10^{-4}.$$

Hajmning nisbiy o‘zgarishini aniqlaymiz:

$$\theta = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1-2\cdot 0{,}3}{2\cdot 10^{11}}(-5{,}25 + 2{,}25)\cdot 10^7 = -0{,}6\cdot 10^{-4}$$

Deformatsiyalarning solishtirma potensial energiyasini hisoblaymiz:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)\right] =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 2\cdot 10^{11}}\left[(-5{,}25)^2 + 2{,}25^2 - 2\cdot 0{,}3(-5{,}25\cdot 2{,}25 + 0 + 0)\right]\cdot 10^{14} = 1{,}1\cdot 10^5 \ \frac{N\cdot m}{m^3}$$