

# History of the development of mathematical ideas

## Lecture 1. The Origins of Mathematics.

O. Tymoshenko

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute



Історія розвитку  
математичних ідей



# Зміст

- 1 Вступ
- 2 Перші згадки терміну «математика»
- 3 Примітивний рахунок в системах числення
- 4 Інші системи числення

# Вступ

# Вступ

В історії математичних наук прийнято виділяти 6 етапів розвитку математичних знань:

# Вступ

В історії математичних наук прийнято виділяти 6 етапів розвитку математичних знань:

- Формування поняття геометричної фігури і числа як ідеалізації реальних об'єктів і безлічі однорідних об'єктів.

# Вступ

В історії математичних наук прийнято виділяти 6 етапів розвитку математичних знань:

- Формування поняття геометричної фігури і числа як ідеалізації реальних об'єктів і безлічі однорідних об'єктів.
- Винайдення арифметичних операцій. Накопичення емпіричним шляхом (методом проб і помилок) знань про властивості арифметичних дій, про способи вимірювання площ і об'ємів простих фігур і тіл.

# Вступ

В історії математичних наук прийнято виділяти 6 етапів розвитку математичних знань:

- Формування поняття геометричної фігури і числа як ідеалізації реальних об'єктів і безлічі однорідних об'єктів.
- Винайдення арифметичних операцій. Накопичення емпіричним шляхом (методом проб і помилок) знань про властивості арифметичних дій, про способи вимірювання площ і об'ємів простих фігур і тіл.
- Поява в стародавній Греції дедуктивної математичної системи, що показала, як отримувати нові математичні істини на основі вже існуючих.

# Вступ

- Математики країн Ісламу не тільки зберегли античні досягнення, але і змогли здійснити їх синтез з відкриттями індійських математиків, які в теорії чисел просунулися далі за греків.

# Вступ

- Математики країн Ісламу не тільки зберегли античні досягнення, але і змогли здійснити їх синтез з відкриттями індійських математиків, які в теорії чисел просунулися далі за греків.
- В XVI—XVIII століттях відроджується і йде далеко уперед європейська математика. Її концептуальною основою в цей період була упевненість в тому, що математичні моделі є свого роду ідеальним скелетом Всесвіту, і тому відкриття математичних істин є одночасно відкриттям нових властивостей реального світу.

# Вступ

- Математики країн Ісламу не тільки зберегли античні досягнення, але і змогли здійснити їх синтез з відкриттями індійських математиків, які в теорії чисел просунулися далі за греків.
- В XVI—XVIII століттях відроджується і йде далеко уперед європейська математика. Її концептуальною основою в цей період була упевненість в тому, що математичні моделі є свого роду ідеальним скелетом Всесвіту, і тому відкриття математичних істин є одночасно відкриттям нових властивостей реального світу.
- В XIX—XX століттях стає зрозуміло, що взаємовідношення математики і реальності далеко не таке просте, як раніше здавалося. Не існує загальноновизнаної відповіді на свого роду «основне питання філософії математики»: знайти причину «незбагненої ефективності математики в природничих науках».

## Перші згадки терміну «математика»

# Перші згадки терміну «математика»

## Математика

Термін **«математика»** походить від грецького слова **«*mathemata*»**, який використовувався у стародавні часи досить узагальнено для позначення будь-якого предмета навчання або вивчення. У міру розвитку наук виявилось зручним обмежити область цього термін до окремих галузей знань. Кажуть, що піфагорійці використовували термін «математика» для опису арифметики та геометрії. 3000-4000 років тому в Стародавньому Єгипті та Вавилонії вже існував значний обсяг знань, який ми повинні визначати як «математика».



Піфагор.

<https://spacegid.com/pifagor.html>



# Перші згадки терміну «математика»

Якщо ми прийнемо загальну точку зору, що математика передбачає вивчення питань кількісної або просторової природи — числа, розміру, порядку та форми, —це форма діяльності, яка була присутня з найдавніших днів людського існування. У будь-який час і в будь-якій культурі були люди з непереборним бажанням досягнути й оволодіти формою навколишнього природного світу.



Figure: Вчені стародавнього світу. ©History of Math concepts, S. Finashin

# Перші згадки терміну «математика»

Найпершим і найбільш безпосереднім прийомом для видимого вираження ідеї числа є підрахунок (tallying.). Ідея підрахунку полягає в тому, щоб зіставити набір, який потрібно підрахувати, з деяким набором об'єктів, які легко використовувати — у випадку наших прадавніх предків, це були пальці, мушлі або каміння. Наприклад, овець можна було порахувати, проганяючи їх одну за одною через вузький прохід, кидаючи кожній по камінцю. Коли отару збирали на ніч, камінці перекладали з однієї купи в іншу, доки не перерахували всіх овець. Термін tally походить від французького дієслова *tailler*, «різати», як і англійське слово *tailor*; корінь бачимо в латинському *taliare*, що означає «різати». Також цікаво відзначити, що англійське слово *write* можна простежити до англосаксонського *writan*, «подряпати» або «зарізати».

# Примітивний рахунок в системах числення

# Примітивний рахунок в системах числення

Кістяні артефакти з вирізаними мітками, здається, вказують на те, що люди стародавнього кам'яного віку винайшли систему підрахунку за групами ще в 30 000 р. до н. Найбільш вражаючим прикладом є гомілкорова кістка молодого вовка, знайдена в Чехословаччині в 1937 році; довжиною приблизно 7 дюймів, на кістці вигравіровано 55 глибоких насічок, більш-менш однакової довжини, розташованих групами по п'ять.

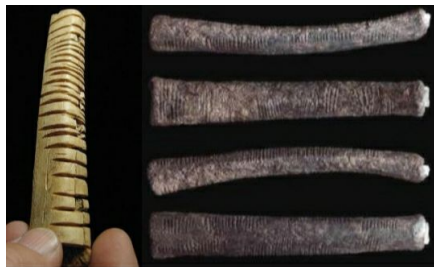


Figure: Насічки на кістках тварин. ©D. M. Burton. The History of Mathematics

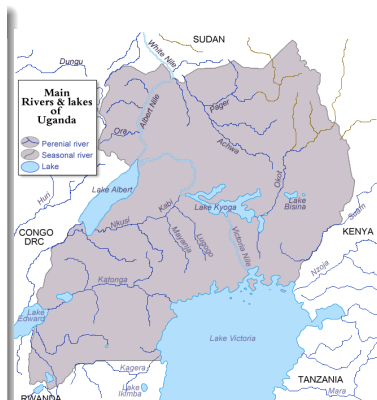
# Примітивний рахунок в системах числення

Проте новітня теорія стверджує, що перші записи стародавніх людей стосувалися відліку часу. Позначки на кістках, виявлені у французьких печерах наприкінці 1880-х років, згруповані в послідовності повторюваних чисел, які узгоджуються з кількістю днів, включених у послідовні фази Місяця. Хтось може стверджувати, що ці врізані кістки представляють місячні календарі.

# Примітивний рахунок в системах числення

## Приклад нарізаної кістки

Ще один вражаючий приклад надрізаної кістки був знайдений в Ішанго на березі озера Едвард, одного з витоків Нілу. Найкращі археологічні та геологічні дані датують це місце 17 500 роком до нашої ери, або приблизно за 12 000 років до появи перших осілих сільськогосподарських громад у долині Нілу. Ймовірно, цей скам'янілий фрагмент був ручкою інструменту, що використовується для гравіювання, або татуювання, або навіть письма якимось чином. Він містить групи виїмок, розташованих у трьох певних колонках.



Озеро Едвард

# Примітивний рахунок в системах числення

Один з стовпчиків групи складається з 11, 21, 19 і 9 насічок. Базовий візерунок може бути  $10 + 1$ ,  $20 + 1$ ,  $201$  і  $101$ . Виїмки в іншому стовпці розташовуються у восьми групах у такому порядку:

3, 6, 4, 8, 10, 5, 5, 7.

Таке розташування, здається, передбачає оцінку концепції дублювання, або множення на 2. Останній стовпець має чотири групи, що складаються з 11, 13, 17 і 19 окремих виїмок. Схема тут може бути випадковою і не обов'язково вказує на знайомство з простими числами, як вважають деякі експерти. Оскільки

$$11 + 13 + 17 + 19 = 60, \quad 11 + 21 + 19 + 9 = 60,$$

можна стверджувати, що позначки на доісторичній кістці Ішанго пов'язані з місячним підрахунком, причому перший і третій стовпці вказують на два місяці.

# Примітивний рахунок в системах числення

У Новому Світі числовий рядок найкраще ілюструють зв'язані шнури, які називаються *квінусами*, у інків Перу. Спочатку вони були південноамериканським індіанським племенем або сукупністю споріднених племен, що жили в центральних гірських районах Анд.

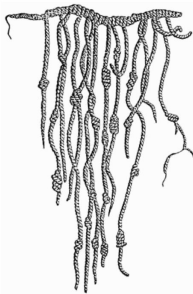


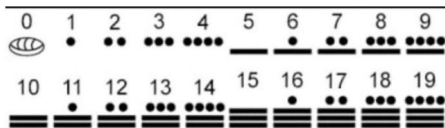
Figure: Kiny інків. ©Wikipedia

# Примітивний рахунок в системах числення

Іншою культурою Нового Світу, яка використовувала систему числення позиційних значень, була культура стародавніх майя. Ці племена займали широку територію, що охоплювала південну Мексику і частини території сучасної Гватемали, Сальвадора та Гондурасу. Цивілізація майя існувала понад 2000 років, причому період її найбільшого розквіту припадав на 300 - 900 роки. Особливим досягненням стала розробка складної форми ієрогліфічного письма з використанням приблизно 1000 гліфів. Іноді гліфи маюли звукову основу, а іноді — значення: переважну більшість тих, що збереглися, ще належить розшифрувати. Після 900 року нашої ери цивілізація майя зазнала раптового занепаду — Великого краху — оскільки її густонаселені міста були покинуті.

# Примітивний рахунок в системах числення

Календарний рік майя складався з 365 днів, поділених на 18 місяців по 20 днів кожен із залишковим періодом 5 днів. Це призвело до прийняття системи підрахунку на основі 20 (вігезимальна система). Числа символічно виражалися двома формами. Жрецький клас використовував складні гліфи гротескних облич божеств для позначення чисел від 1 до 19. Вони використовувалися для дат, висічених на камені, на честь визначних подій. Прості люди записували ці ж числа комбінаціями смужок і крапок, де коротка горизонтальна смужка позначала 5, а крапка —1.



$$28 = (1 \times 20) + 8 =$$

$$433 = (1 \times 400) + (1 \times 20) + 13 =$$

Figure: Цифри майя ©Wikipedia

## Інші системи числення

# Інші системи числення

- Походження найдавніших цивілізацій, таких як Шумер (у Месопотамії), Єгипетська і Мінойська (на Криті), сягає 3500-4000 років до нашої ери. Потреби торгівлі, управління містом, вимірювання розмірів, ваги та часу вимагали єдиної системи розрахунків і представлення результатів. Найдавніші шумерські системи мір і календарів датовані 4000 роком до нашої ери. Для підрахунку овець, днів та інших предметів були придумані спеціальні глиняні жетони (різні рахувалися різними жетонами і часто по-різному).
- У 3000 році до нашої ери в місті Урук використовувалося більше десятка різних систем підрахунку. Приблизно в цей час був винайдений абак як інструмент для обчислення.

# Інші системи числення

Пізніше, у міру розвитку системи письма, була розроблена шумерська шістдесяткова система числення, заснована на ступенях числа 60. Зараз для вимірювання часу і кутів використовується шумерська система. Спочатку символічна система, поступово трансформувалася в позиційну систему. У системах розрядних значень (таких як позиційні) ті самі символи використовуються з різною величиною залежно від їх місця в числі.

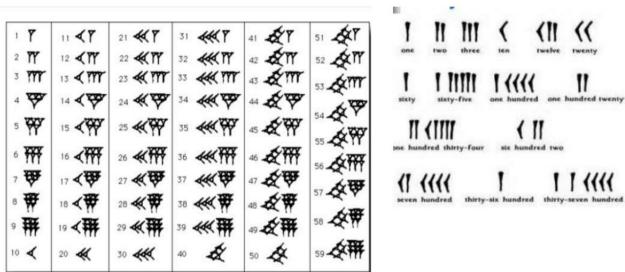


Figure: Вавилонські цифри ©History of Math concepts, S. Finashin

# Інші системи числення

Єгипетська система числення (яка також з'явилася близько 2500-3000 рр. до н. е.) є десятковою: заснована на ступенях числа 10. Але це система знаків і значень, тому для 10, 100, 1000 тощо використовується різні символи.

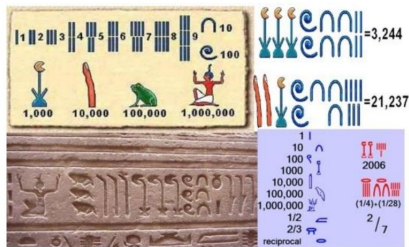
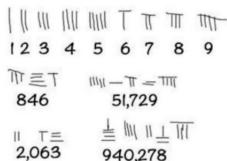


Figure: Вавилонські цифри ©History of Math concepts, S. Finashin

# Інші системи числення

На додаток до ієрогліфічної системи числення у Стародавньому Китаї були винайдені стрижневі числа: вони існували у вертикальній і горизонтальній формах. На письмі вони чергувалися: вертикальна форма використовувалася для одиниць, сотень, десятків тисяч і т. д., тоді як горизонтальні стрижні використовувалися для десятків, тисяч і т. д. Китайці розробили (100 р. до н. е.) від'ємні числа і відрізняли їх від додатних за кольором.



161			⊥		
-1132			≡		

Figure: Китайські цифри. ©D. M. Burton. The History of Mathematics

# Література

- [1] David M. Burton. The History of Mathematics: An Introduction, 6th Edition, McGraw Hill Learning Solutions (2007)
- [2] Craig Smoryński, History of Mathematics, Springer (2008)
- [3] Uta C.Merzbach and Carl B. Boyer, A History of Mathematics, 3d Edition, Printed in the United States of America (2011)
- [4] Гуж М. М., Матеріали для проведення факультативних занять з математики, електронна версія (2020)

Дякую за увагу!