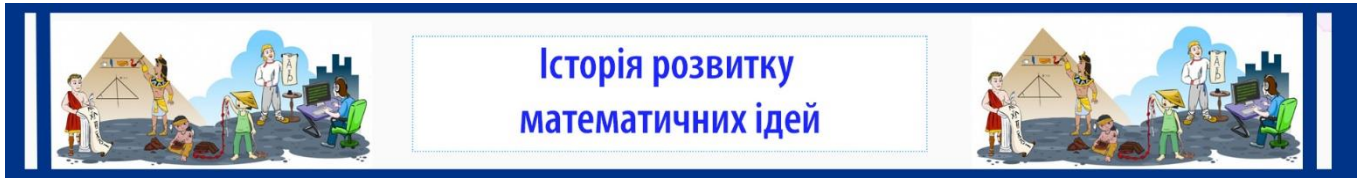


## Week1.The Origins of Mathematics.



### Лекція 1. Витоки Математики

1. Вступ
2. Перші згадки терміну «математика»
3. Примітивний рахунок в системах числення
4. Інші системи числення

#### Вступ.

В історії математичних наук прийнято виділяти 6 етапів розвитку математичних знань:

1. Формування поняття геометричної фігури і числа як ідеалізації реальних об'єктів і безлічі однорідних об'єктів. Виникнення лічби і вимірювання, які дозволили порівнювати різні числа, довжини, площі і об'єми.

2. Винайдення арифметичних операцій. Накопичення емпіричним шляхом (методом проб і помилок) знань про властивості арифметичних дій, про способи вимірювання площі і об'ємів простих фігур і тіл. В цьому напрямі далеко просунулися вавилонські, китайські і індійські математики давнини.

3. Поява в стародавній Греції дедуктивної математичної системи, що показала, як отримувати нові математичні істини на основі вже існуючих. Вінцем досягнень старогрецької математики стали «Начала» Евкліда, що відігравали роль стандарту математичної освіти протягом двох тисячоліть.

4. Математики країн Ісламу не тільки зберегли античні досягнення, але і змогли здійснити їх синтез з відкриттями індійських математиків, які в теорії чисел просунулися далі за греків.

5. В XVI—XVIII століттях відроджується і йде далеко уперед європейська математика. Її концептуальною основою в цей період була впевненість в тому, що математичні моделі є свого роду ідеальним скелетом Всесвіту, і тому відкриття математичних істин є одночасно відкриттям нових властивостей реального світу.

Головним успіхом на цьому шляху стала розробка математичних моделей залежності (функція) і прискореного руху (аналіз нескінченно малих). Всі природні науки були перебудовані на базі нововідкритих математичних моделей, і це привело до колосального їх прогресу.

6. В XIX—XX століттях стає зрозуміло, що взаємовідношення математики і реальності далеко не таке просте, як раніше здавалося. Не існує загальновизнаної відповіді на свого роду «основне питання філософії математики»: знайти причину «незбагненої ефективності математики в природничих науках». В цьому, і не тільки в цьому, відношенні математики розділилися на безліч дискутуючих шкіл. Виділилося декілька небезпечних тенденцій: надмірно вузька спеціалізація, ізоляція від практичних задач і ін. В той же час потужність математики і її престиж, підтриманий ефективністю застосування, високі як ніколи раніше.

Крім великого історичного інтересу аналіз еволюції математики представляє величезну важливість для розвитку філософії і методології математики. Нерідко знання історії сприяє і прогресу конкретних математичних дисциплін; наприклад, стародавня китайська задача (теорема) про остачі сформулювала цілий розділ теорії чисел.

### Перші згадки терміну «математика»

Термін «математика» походить від грецького слова «mathemata», який використовувався у стародавні часи досить узагальнено для позначення будь-якого предмета навчання або вивчення. У міру розвитку наук виявилось зручним обмежити область цього терміну до окремих галузей знань. Кажуть, що піфагорійці використовували термін «математика» для опису арифметики та геометрії. Використання цієї назви піфагорійцями може бути фундаментом для припущення, що математика почалася в класичній Греції в період з 600 по 300 роки до нашої ери. Але його історію можна простежити набагато глибше. 3000-4000 років тому в Стародавньому Єгипті та Вавилонії вже існував значний обсяг знань, який ми повинні визначати як «математика».



Рис. 1. Вчені стародавнього світу ©History of Math concepts, S. Finashin

Якщо ми прийнемо загальну точку зору, що математика передбачає вивчення питань кількісної або просторової природи — числа, розміру, порядку та форми, — це форма діяльності, яка була присутня з найдавніших днів людського існування. У будь-який час і в будь-якій культурі були люди з непереборним бажанням досягнути й оволодіти формою навколишнього природного світу.

Загально визнано, що математика виникла з практичних завдань підрахунку та запису чисел. Народження ідеї числа настільки приховане за завісою незліченних віків, що важко міркувати про залишкові докази відчуття числа прадавніми людьми. Наші далекі предки приблизно 20 000 років тому — мабуть, відчували потребу перераховувати худобу, підраховувати об'єкти для обміну чи відзначати плин днів. Але еволюція лічби з її усними цифровими словами та письмовими цифровими символами була поступовою і не дозволяє визначити точні дати її етапів.

Найпершим і найбільш безпосереднім прийомом для видимого вираження ідеї числа є підрахунок (tallying.). Ідея підрахунку полягає в тому, щоб зіставити набір, який потрібно підрахувати, з деяким набором об'єктів, які легко використовувати — у випадку наших прадавніх предків, це були пальці, мушлі або каміння. Наприклад, овець можна було порахувати, проганяючи їх одну за одною через вузький прохід, кидаючи кожній по камінцю. Коли отару збирали на ніч, камінці перекладали з однієї купи в іншу, доки не перерахували всіх овець. Термін tally походить від французького дієслова *tailler*, «різати», як і англійське слово *tailor*; корінь бачимо в латинському *taliare*, що означає «різати». Також цікаво відзначити, що англійське слово *write* можна простежити до англосаксонського *writan*, «подряпати» або «зарізати».

### Примітивний рахунок в системах числення

Кістяні артефакти з вирізаними мітками, здається, вказують на те, що люди стародавнього кам'яного віку винайшли систему підрахунку за групами ще в 30 000 р. до н. Найбільш вражаючим прикладом є гомілкорова кістка молодого вовка, знайдена в Чехословаччині в 1937 році; довжиною приблизно 7 дюймів, на кістці вигравіровано 55 глибоких насічок, більш-менш однакової довжини, розташованих групами по п'ять. (Подібні позначення запису використовуються й досі, із штрихами, об'єднаними по п'ять. Результати голосування в невеликих містах досі підраховуються у спосіб, розроблений нашими далекими предками.) Протягом багатьох років такі зубчасті кістки тлумачилися як мисливські підрахунки, а розрізи — означають кількість вбитих тварин.

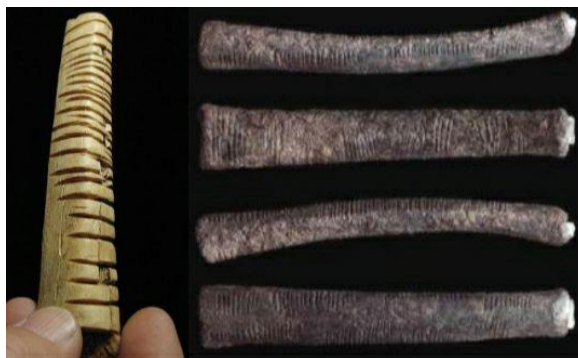


Рис. 2. Насічки на кістках тварин ©D. M. Burton. The History of Mathematics

Проте новітня теорія стверджує, що перші записи стародавніх людей стосувалися відліку часу. Позначки на кістках, виявлені у французьких печерах наприкінці 1880-х років, згруповані в послідовності повторюваних чисел, які узгоджуються з кількістю днів, включених у послідовні фази Місяця. Хтось може стверджувати, що ці врізані кістки представляють місячні календарі.

Ще один вражаючий приклад надрізаної кістки був знайдений в Ішанго на березі озера Едвард, одного з витоків Нілу. Найкращі археологічні та геологічні дані датують це місце 17 500 роком до нашої ери, або приблизно за 12 000 років до появи перших осілих сільськогосподарських громад у долині Нілу. Ймовірно, цей скам'янілий фрагмент був ручкою інструменту, що використовується для гравіювання, або татуювання, або навіть письма якимось чином. Він містить групи виїмок, розташованих у трьох певних колонках.

Один з стовпчиків групи складається з 11, 21, 19 і 9 насічок. Базовий візерунок може бути  $10 + 1$ ,  $20 + 1$ ,  $20 - 1$  і  $10 - 1$ . Виїмки в іншому стовпці розташовуються у восьми групах у такому порядку:

3, 6, 4, 8, 10, 5, 5, 7.

Таке розташування, здається, передбачає оцінку концепції дублювання, або множення на 2. Останній стовпець має чотири групи, що складаються з 11, 13, 17 і 19 окремих виїмок.

Схема тут може бути випадковою і не обов'язково вказує на знайомство з простими числами, як вважають деякі експерти. Оскільки

$$11 + 13 + 17 + 19 = 60 \text{ і } 11 + 21 + 19 + 9 = 60,$$

можна стверджувати, що позначки на доісторичній кістці Ішанго пов'язані з місячним підрахунком, причому перший і третій стовпці вказують на два місяці.

У Новому Світі числовий рядок найкраще ілюструють зв'язані шнури, які називаються квіпусами, у інків Перу. Спочатку вони були південноамериканським індіанським племенем або сукупністю споріднених племен, що жили в центральних гірських районах Анд. Завдяки поступовій експансії та воєнним діям вони створили величезну імперією, яка складалася з прибережних і гірських регіонів сучасного Еквадору, Перу, Болівії та північних частин Чилі й Аргентини.

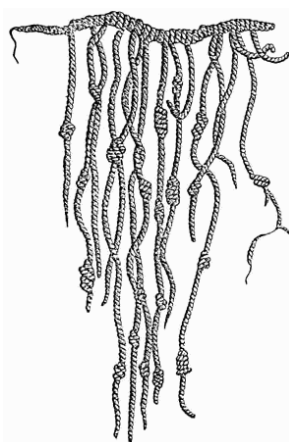


Рис.3. Кіпу інків ©Wikipedia





Рис.5 Гліф-цифра жрецького класу та піраміда Майя ©Wikipedia

### Інші системи числення

Походження найдавніших цивілізацій, таких як Шумер (у Месопотамії), Єгипетська і Мінойська (на Криті), сягає 3500-4000 років до нашої ери. Потреби торгівлі, управління містом, вимірювання розмірів, ваги та часу вимагали єдиної системи розрахунків і представлення результатів. Найдавніші шумерські системи мір і календарів датовані 4000 роком до нашої ери. Для підрахунку овець, днів та інших предметів були придумані спеціальні глиняні жетони (різні рахувалися різними жетонами і часто по-різному).

У 3000 році до нашої ери в місті Урук використовувалося більше десятка різних систем підрахунку. Приблизно в цей час був винайдений абак як інструмент для обчислення. Пізніше, у міру розвитку системи письма (тиснення клинописних знаків на глиняних табличках очеретяним стилусом), була розроблена шумерська шістдесяткова система числення, заснована на ступенях числа 60 (не плутайте з шістнадцятковою системою, заснованою на 16). Зараз для вимірювання часу (години, хвилини, секунди) і кутів (360°) використовується шумерська система.

Спочатку символічна система, поступово трансформувалася в позиційну систему. У системах розрядних значень (таких як позиційних) ті самі символи використовуються з різною величиною залежно від їх місця в числі.

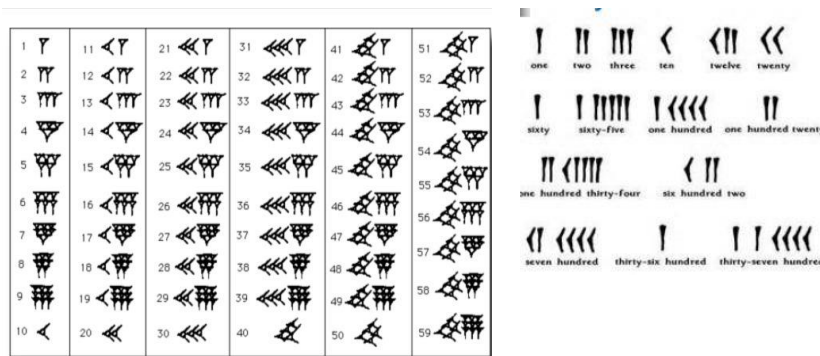


Рис.6. Вавилонські цифри ©History of Math concepts, S. Finashin

Єгипетська система числення (яка також з'явилася близько 2500-3000 рр. до н. е.) є десятковою: заснована на ступенях числа 10. Але це система знаків і значень, тому для 10, 100, 1000 тощо використовується різні символи.

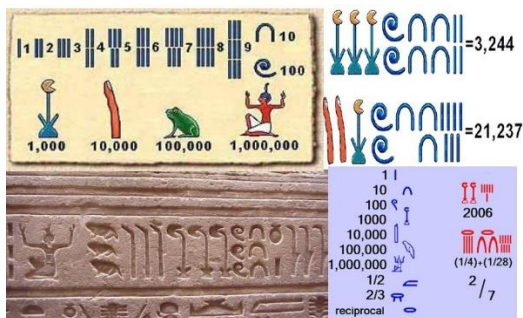


Рис. 7. Єгипетська система чисел. ©History of Math concepts, S. Finashin

На додаток до ієрогліфічної системи числення у Стародавньому Китаї були винайдені стрижневі числа: вони існували у вертикальній і горизонтальній формах. На письмі вони чергувалися: вертикальна форма використовувалася для одиниць, сотень, десятків тисяч і т. д., тоді як горизонтальні стрижні використовувалися для десятків, тисяч і т. д. Китайці розробили (100 р. до н. е.) від'ємні числа і відрізняли їх від додатних за кольором.

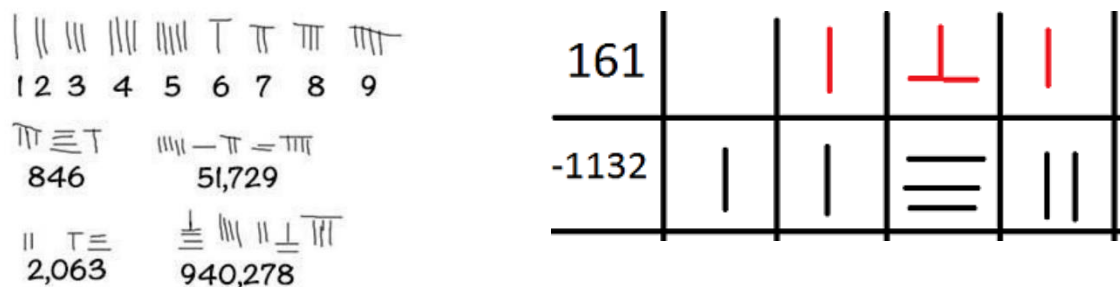


Рис. 8. Китайські цифри. ©D. M. Burton. The History of Mathematics

## Література

- [1] David M. Burton. *The History of Mathematics: An Introduction, 6th Edition*, McGraw Hill Learning Solutions (2007)
- [2] Craig Smoryński, *History of Mathematics*, Springer (2008)
- [3] Uta C. Merzbach and Carl B. Boyer, *A History of Mathematics, 3d Edition*, Printed in the United States of America (2011)
- [4] Гуж М. М., *Матеріали для проведення факультативних занять з математики*, електронна версія (2020)

Ілюстрації запозичені з сайтів:

- [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0\\_%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2)
- <https://www.storyofmathematics.com/mayan.html/>
- <https://www.quora.com/What-other-number-systems-are-there-besides-place-value>
- <https://gakondomedia.wordpress.com/page/2/>
- <https://www.naano.com/faq/die-maya-kultur>