

History of the development of mathematical ideas

Lecture 2. Mathematics in early civilizations.

O. Tymoshenko

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute



Історія розвитку
математичних ідей



Зміст

- 1 Загальні відомості
- 2 Математика стародавнього Єгипту
- 3 Математика стародавнього Вавилону
- 4 Математика стародавньої Індії
- 5 Математика стародавнього Китаю
- 6 Математика стародавніх ацтеків

Загальні відомості

Загальні відомості

Виникнення математики належить на думку істориків до епохи кам'яного віку.

- Виникали початкові уявлення про форму та число.

Загальні відомості

Виникнення математики належить на думку істориків до епохи кам'яного віку.

- Виникали початкові уявлення про форму та число.
- Розвивались найпростіші ремесла.

Загальні відомості

Виникнення математики належить на думку істориків до епохи кам'яного віку.

- Виникали початкові уявлення про форму та число.
- Розвивались найпростіші ремесла.
- Розвивалась торгівля.

Загальні відомості

Виникнення математики належить на думку істориків до епохи кам'яного віку.

- Виникали початкові уявлення про форму та число.
- Розвивались найпростіші ремесла.
- Розвивалась торгівля.
- Виникла примітивна арифметика.

Загальні відомості

Виникнення математики належить на думку істориків до епохи кам'яного віку.

- Виникали початкові уявлення про форму та число.
- Розвивались найпростіші ремесла.
- Розвивалась торгівля.
- Виникла примітивна арифметика.
- Виникла потреба у вимірі довжини.

Загальні відомості

- У період 5-3 тисячоліття до н. ери уздовж найбільших річок Азії та Африки – Нілу, Тигра, Євфрату, Інду, Гангу та Хуанхе складаються перші цивілізації.
- Цивілізації характеризуються централізованим управлінням, наявністю міст, соціальним розшаруванням населення та складанням окремих суспільних класів, виникненням нових професій та збільшенням надлишків виробництва.
- З'являються люди обізнані з різних питань – будівництві, медицині, металургії, астрономії та різних ремеслах.

Загальні відомості

- Основні відомості про математичні досягнення у стародавньому Єгипті черпаються з папірусу Райнда, який датується приблизно 1650 до н.е. і містить 84 завдання. Вирішувалися завдання і про об'єми тіл –куба, паралелепіпеда, циліндра та піраміди.
- Давнім єгиптянам були відомі прості дроби та основні дії з ними. У завданнях папірусів зустрічаються згадки про арифметичну та геометричну прогресію. У частині геометрії єгипетські вчені вирішували завдання про площу трикутника, кола та їх значення числа π дорівнювало 3,1605.
- Вирішувалися завдання і про об'єми тіл –куба, паралелепіпеда, циліндра та піраміди.



Figure: Папірус Райнда ©Wikipedia

Загальні відомості

- Відомості про математичну науку Дворіччя (Тигра та Євфрата, центр Вавилон) черпаються з розшифрованих клинописних табличок. Стародавні тексти останнього шумерського періоду (2100 до н.е.) містять таблиці множення та розвинену шістдесяткову систему числення в поєднанні з десятковою.
- Вже до початку 2 тисячоліття до н. е. шумери мали добре розроблену алгебру. Вавилонцям були доступні розв'язки квадратних рівнянь з двома невідомими, відомі рішення задач, що зводяться до кубічних та біквадратних рівнянь.
- У геометричній науці були доступні обчислення площ простих постатей, відомі методи знаходження обсягів простих тіл.

Математика стародавнього Єгипту

Математика стародавнього Єгипту

Десяткова система числення в Стародавньому Єгипті склалася на основі використання для підрахунку кількості предметів пальців на обох руках. Найімовірніше, цифрові єгипетські символи виникли як результат співзвуччя того чи іншого числівника і назви якого-небудь предмета, адже в епоху становлення писемності знаки-пиктограми мали суворо предметне значення.



Figure: Числення єгиптян
(<https://sites.google.com/site/sisteavnih12naro12/egipetska-sistema-cislenna>)

Математика стародавнього Єгипту

- Єгиптяни мали поняття про дроби і вміли робити деякі операції з дробовими числами. Єгипетські дроби представляють собою числа виду $\frac{1}{n}$, оскільки дріб представявся єгиптянами як одна частина чого-небудь.

Математика стародавнього Єгипту

- Єгиптяни мали поняття про дроби і вміли робити деякі операції з дробовими числами. Єгипетські дроби представляють собою числа виду $\frac{1}{n}$, оскільки дріб представлявся єгиптянами як одна частина чого-небудь.
- Винятком є дроби $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{4}$. Невід'ємним елементом запису дробового числа був ієрогліф, зазвичай перекладається як «один з (певної кількості)».

Математика стародавнього Єгипту

- Єгиптяни мали поняття про дроби і вміли робити деякі операції з дробовими числами. Єгипетські дроби представляють собою числа виду $\frac{1}{n}$, оскільки дріб представлявся єгиптянами як одна частина чого-небудь.
- Винятком є дроби $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{4}$. Невід'ємним елементом запису дробового числа був ієрогліф, зазвичай перекладається як «один з (певної кількості)».
- Для найбільш уживаних дробів існували особливі знаки. Дріб, чисельник якої відмінний від одиниці, єгипетський писар розумів буквально, як кілька частин якого-небудь числа, і буквально ж записував. Наприклад, двічі поспіль $\frac{1}{5}$, якщо потрібно зобразити число $\frac{2}{5}$.

Математика стародавнього Єгипту

Цікаво, що один із священних символів єгиптян – так зване «око Хору» – також має математичний сенс.

Зображення ока, яке вшановувалося як амулет, що містить елементи, що позначають особливий ряд чисел. Це дробу, кожна з яких удвічі менша за попередню: $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$ і $1/64$. Символ божественного ока, таким чином, представляє їх суму – $63/64$.



Figure: Око Хору (<http://www.mystics.eu/interesni-fakti/263-krasivoto-oko-hor-e-broina-sistema.html>)

Математичні знання і навички єгиптян

Відомо, що єгиптяни знали піднесення до степеню, а також застосовували зворотну операцію –квадратного кореня. Крім того, вони мали уявлення про прогресії і вирішували задачі, що зводяться до рівнянь.

В умовах завдань присутня невідома величина, яку потрібно знайти. Вона позначається ієрогліфом «безліч», «купа» і є аналогом величини «ікс» у сучасній алгебрі. Умови часто викладаються у формі, яка, здавалося б, просто вимагає складання і рішення простого алгебраїчного рівняння, наприклад: «купа» складається з $1/4$, також містить «купу», і виходить 15. Але єгиптянин не вирішував рівняння

$$x + \frac{x}{4} = 15,$$

а підбирав шукану величину, яка задовольняла б умовам.

Давньоєгипетський задачник

Один з найбільш повних джерел з історії математики в Єгипті – так званий математичний папірус Райнда Його також називають папірусом Ахмеса – на ім'я писаря, переписувавшого цей документ близько 1650 року до н.е.



Figure: Фрагмент папірусу Райнда (<http://www.mystics.eu/interesni-fakti/263-krasivoto-oko-hor-e-broina-sistema.html>)

Давньоєгипетський задачник

Задача з папірусу Райнда

7 хлібів діляться на 3 частини кожен, і працівникам видається за $\frac{2}{3}$ хліба, при цьому у залишку маємо $\frac{1}{3}$. Два хліба діляться на 5 ч.

Задача з папірусу Райнда

В 7 будинках живе по 7 кішок, кожна з яких з'їла по 7 мишей. Кожна миша з'їла 7 колосків, кожен колос приносить 7 заходів хліба. Потрібно обчислити загальну кількість будинків, котів, мишей, колосків і хлібних заходів.

Математика стародавнього Вавилону

Математика стародавнього Вавилону

Вавилонське царство виникло на початку II тисячоліття до н. е. на території сучасного Іраку, прийшовши на зміну Шумеру та Аккаду і успадкувавши їх розвинену культуру. Проіснувало до перського завоювання в 539 році до н. е.

Вавилоняни писали клинописними значками на глиняних табличках, які в чималій кількості дійшли до наших днів (більше 500 000, з них близько 400 пов'язані з математикою). Тому ми маємо досить повне уявлення про математичні досягнення вчених Вавилонської держави.

Відзначимо, що коріння культури вавилонян було значною мірою успадковане від Шумерів — клинописний лист, рахункова методика тощо.

Математика стародавнього Вавилону

- Вавилонські математичні тексти носять переважно навчальний характер.
- Є завдання на рішення рівнянь другого ступеня, геометричні прогресії. При вирішенні застосовувалися пропорції, середнє арифметичне, відсотки. Методи роботи з прогресіями були глибше, ніж у єгиптян.
- Лінійні і квадратні рівняння вирішувалися ще в епоху Хаммурапі (він правив у 1793—1750 роках до н. е.); Зустрічаються також кубічні рівняння і системи лінійних рівнянь.
- Вінцем планіметрії була теорема Піфагора;
- Викладається тільки алгоритм рішення (на конкретних прикладах), без коментарів і доказів.

Математика стародавнього Вавилону

- В геометрії розглядалися ті ж фігури, що і в Єгипті, плюс сегмент круга і зрізаний конус. У ранніх документах вважають $\pi = 3$; пізніше зустрічається наближення $\frac{25}{8} = 3,125$ (у єгиптян $\frac{256}{81} \approx 3,1605$). Зустрічається також і незвичайне правило: площа круга є $\frac{1}{12}$ від квадрата довжини кола, тобто $\pi^2 R^2/3$.
- Вавилоняни вміли обчислювати площі правильних багатокутників; мабуть, їм був знайомий принцип подібності. Для площі неправильних чотирикутників використовувалася та ж наближена формула, що і в Єгипті

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{b+d}{2}.$$

- Лінійні і квадратні рівняння вирішувалися ще в епоху Хаммурапі (він правив у 1793—1750 роках до н. е.); Зустрічаються також кубічні рівняння і системи лінійних рівнянь.
- Від вавилонської математики беруть початок звичні нам одиниці вимірювання кутів: градуси, мінути й секунди.

Математика стародавньої Індії

Математика стародавньої Індії

В Індії математика не завжди була пов'язана з письмом. Найдавніша письмова пам'ятка, що збереглася, датована III сторіччям до н. е., але Індія вже за багато сторіч доти напевне мала передову цивілізацію, і наукові знання були її часткою. Знання переважно передавалися в усній формі. Ця стародавня мудрість, що збереглася в людській пам'яті, зведена у зібрання великих релігійних текстів, відомих як Веди, де, між іншим, містяться і свідчення про математичні знання. Веди написані в архаїчній формі санскриту. Як і всі індоєвропейські мови, санскрит мав числівники, що позначають десятки, та окремі назви для дев'яти одиниць, а також десяти, ста, тисячі і вищих степенів від десяти.

Математика стародавньої Індії



Figure: Математика стародавньої Індії (<https://gazeta.ua/articles/history>)

Назви десятків є похідними від назв одиниць. Наприклад, вімчаті 20, трімчат 30, катварімчат 40. Інші числівники утворюються від цих самих складових. Назви сотень, тисяч і т. ін. складаються з назви одиниці, за якою йде чата чи сахасра.

Математика стародавньої Індії

Для кожної цифри є свій знак, отже, є дев'ять знаків для дев'яти одиниць, є зовсім різні знаки для кожного з десятків (20, 30, і т. ін.), ще один знак для 100 і ще один — для 1000. Складні числа становлять собою сполучення символів. Письмо брахмі читається зліва направо, і сполучення знаків пишуться в тому самому напрямку, починаючи зі знака найвищого розряду. Саме в цьому різниця між писемною і усною мовою. Переписувач починав із компонента найвищого розряду, а той, хто говорить, — найнижчого. Наприклад, число 13 вимовляється трайо-дача, чи "три-десять", але пишеться "десять-три".

Математика стародавньої Індії

У десятковій позиційній системі числення десятки, сотні й тисячі не позначаються окремими знаками, а тими самими цифровими знаками, поставленими в різні позиції. Тільки тоді стає позиція значущою. Тільки тоді вона вказує, де десятки, де сотні і де тисячі. Для такої системи потрібні лише 10 знаків, цифри від 1 до 9 і нуль —чи принаймні порожнє місце. Нема вірогідного документального свідчення того, як і в який точно період цю систему винайдено в Індії і як вона розвивалася. Найдавніша згадка про запис, де місце є значущим —літературна. Те саме можна сказати і про нуль, використання якого в Індії відоме зі згадок у літературі тих часів, що передують найдавнішим писемним пам'яткам його вживання. Нуль становить частину позиційної системи числення.

Математика стародавньої Індії

Відома і широко використовується в Індії змішана система запису, в якій риси старої системи поєднуються чи варіюються з особливостями позиційної системи запису. У цій системі назви чисел замінюються словами і числовими коннотаціями. Наприклад, замість «двох» вживають слова «очі», «руки», «крила» чи «близнюки», «чотирьох» слово «океани» (в індійській географічній міфології було 4 океани), замість «десяти» – «пальці»; 32 - це «зуби», 100 – «людський вік», нуль — «порожнє місце». Ці слова розташовуються так, як би вони вживались в усному мовленні, тобто у складеному числі найменший числівник іде першим. Інакше кажучи, порядок слів протилежний тому, що вживається у письмі. Наприклад, число 4320 000 вимовляється як «хача-тушка-рада-арнавах», що буквально означає «4 порожні місця-зуби-океани», чи 0-0-0-0-32-4.

Математика стародавнього Китаю

Математика стародавнього Китаю



Figure: Математика стародавнього Китаю (<https://travel-in-time.org/uk/istoriya>)

Виникнення китайської цивілізації на берегах річки Хуанхе відноситься до початку II тис. до н. е. Збереглися позначення цифр на ворожильні кістках тварин XIV в. до н. е. На уламках посуду XIII-XII ст. до н. е. є зображення геометричних орнаментів з правильними 5 -, 7 -, 8 -, 9-кутниками.

Математика стародавнього Китаю

Китайський спосіб запису чисел спочатку був мультиплікативним. Наприклад, запис числа

$$1946,$$

використовуючи замість ієрогліфів римські цифри, можна умовно уявити як

$$1M9C4X6.$$

Однак на практиці розрахунки виконувалися на лічильній дошці, де запис чисел був іншим - позиційним, як в Індії, і, на відміну від вавилонян, десятковим. Обчислення проводилися на спеціальній лічильній дошці суаньпань.

Математика стародавнього Китаю

Китайський спосіб запису чисел спочатку був мультиплікативним. Наприклад, запис числа

$$1946,$$

використовуючи замість ієрогліфів римські цифри, можна умовно уявити як

$$1M9C4X6.$$

Однак на практиці розрахунки виконувалися на лічильній дошці, де запис чисел був іншим - позиційним, як в Індії, і, на відміну від вавилонян, десятковим. Обчислення проводилися на спеціальній лічильній дошці суаньпань.

Математика стародавнього Китаю

Серед найважливіших досягнень китайської математики відзначимо:

- правило двох помилкових положень,
- запровадження від'ємних чисел,
- десяткових дробів, методів розв'язання систем лінійних рівнянь,
- алгебраїчних рівнянь вищих ступенів,
- добування коренів будь-якого ступеня.

Математика стародавнього Китаю

Розглянемо розвиток математики в Китаї в рамках умовної періодизації, запропонованої Лі Янем.

- Перший період - звичайний початковий етап розвитку науки у вській стародавньої цивілізації. Це епоха накопичення знань у зв'язку із запитами господарства і появи перших спеціальних текстів, інструкцій-розв'язник.
- Сима Цянь (II ст. До н.е.) китайський Геродот, почав свій історичний працю з міфічного Хуанді, який нібито правил з 2698 по 2598 рр.. до н.е. Його міністр Лі Шоу ввів «дев'ять чисел», повідомляє Сима Цянь у своїх «Історичних записках».
- До таких вікопомних часів відносять вживання циркуля гуй і косинця цзюй. Ці інструменти символізують порядок (гуй-цзюй). В епоху Інь (18-12 ст. До н.е.) користувалися календарем.
- У середині першого тисячоліття (час початку плавки заліза) в Китаї сталися істотні зміни у всіх сферах життя. До епохи Конфуція (VI ст. До н.е.) математика оформляється в самостійну науку, яка в давнину називалася «Мистецтва обчислення» (суань шу) і підлягала вивченню благородною людиною (цзюньжень).

Математика стародавнього Китаю

- Другий період пов'язаний з Хеньської династією, час правління якої ділиться на дві половини: першу - ранньою, або Західні (202 р. до н.е. - 9 ст. Н.е.), і другу - Пізню, або Східну (25 - 220 рр.. н. е.).
- У цей період відбувається поділ наук на ортодоксальні і не ортодоксальні. З наук астрономія, математика, наприклад, вважалися офіційними науками. А от, наприклад, та частина медицини яка спиралася на натурфілософські ідеї, вважалася ортодоксальною, а інша, яка ґрунтувалася на магії, - неортодоксальною.
- Від другого періоду в історії математики збереглося багато імен, пов'язаних з математикою. Багато хто з них займалися проблемою числа π .

Математика стародавнього Китаю

- Третій період, період розквіту математики в Китаї, прикрашений іменами великих вчених: Цинь Цзю-шао, Чжу Ши-цзе, Шень Ко, Го Шоу-цзин, Лі Е, Ян Хуея та інші, - створили своїм своєрідну китайську алгебраїчну школу.
- Четвертий період - період занепаду класичної математики і розвитку, «народних методів». Спостерігається широке поширення посібників з правилами обчислень на китайських рахунках, римовані риторичні правила. З'являються перші західні місіонери, і з ними перші переклади «Начал» Евкліда та ін західної літератури.
- У п'ятий період робота математиків проходить у двох напрямках: теоретичне обґрунтування прийнятих раніше без доведень західних методів і обробка і розвиток старих, традиційних проблем.

Математика стародавніх ацтеків

Математика стародавніх ацтеків

Математика ацтеків —система математичних знань, які мали ацтеки. Частина з них ацтеки перейняли в тольтеків та майя. На цій основі розвинули власну двадцяткова непозиційну систему. Вона мала суто практичне застосування: про розподілу землі, побудові палаців та храмів, а також каналів, акведуків, гребель. Для її розуміння використовуються два ацтекських рукописи XVI ст. —кодекси Вергара (Vergara) і Санта Марія Асунсьйон (Santa Maria Asuncion).

Математика стародавніх ацтеків

Ацтеки використовували свою власну форму арифметики, яка включала в себе серця, руки та інші символи як альтернативу дробам, для вимірювань і записів відомостей про ділянки землі.

Відстані кожної сторони поля (площі) відображалися рисками (лініями) та крапками. Лінії і рисочки відносилися до стандартної міри, званої «земляним родом» — тлалкуауїтль (tlalcuahuitl). Рід — міра довжини, що дорівнювалася бл. 2,5 м. Часом по сторонах полів також зустрічалися намальовані руки, стріли і серця (звані монадами), які представляли собою відстань меншу стандартної міри. Ацтеки використовували «мірне правило», коли площа дорівнювала добутку середніх довжин протилежних сторін, що було зручним для полів з неідеальної площею.

Математика стародавніх ацтеків

Ацтеки користувалися також дробом, які позначали стрілами та серцями: 2 стріли = 1 земляний рід; 5 сердець = 2 земляних роди; 5 кистей (руки) = 3 земляни роди; 5 кісток = 1 земляний рід; 3 руки (від кисті до плеча) = 1 земляний рід. Проте вони не користувалися дробом в сучасному розумінні. Замість того щоб мати на увазі половину земельної міри вони використовували стрілу і могли проводити такі підрахунки в розумі, які сьогодні проводяться при переведенні хвилини в години, години у дні, сантиметри в метри. Так, використовуючи свої пропорції, 5 стріл дорівнювалися 2 земляним родам + 1 стрілі, 8 сердець дорівнювалися 2 земляним родам + 3 серцям, а 6 кистей (рук) дорівнювалися 3 земляним родам + 1 кисті (руки).

Література

[1] Біографічний словник діячів у галузі математики / О. І. Бородин, А. С. Бугай. [2] Георгій Вороний — гордість української математики / Ігнатенко Микола Якович // Проблеми сучасної педагогічної освіти. [3] Історія математики / Бевз В. Г. — Харків: Основа, 2006. — 171 с. — (Бібліотека журналу «Математика в школах України»). [4] Історія математики за стародавніх часів і в середні віки: посіб. для вчителів та студ. педвишів / Г. Г. Цейтен ; передм. М. Вигодського. [5] Історія математики: [навч. посіб.] / Євген Крутигорова ; Дрогобиц. держ. пед. ун-т ім. Івана Франка. — Дрогобиц: [6] Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: монографія / В. Г. Бевз ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. — Київ.

Посилання. - <https://kulturologia.ru/blogs/280915/26462/> (дата звернення: 25.09.2022). - <https://travel-in-time.org/uk/istoriya-vinahodiv/matematiki-davnogo-kitayu/> (дата звернення: 25.09.2022). - <https://gazeta.ua/articles/history/5-rechej-yaki-dala-svitovi-davnya-indiya/795029> (: 4.10.2022).

Дякую за увагу!