History of the development of mathematical ideas

Week 3. Ancient Greece Mathematics.

Лекція 3. Математика Стародавньої Греції

1. *Особливості давньогрецької математики та давньогрецька система числення*
1.1 Витоки давньогрецької математики
1.2 Головні етапи давньогрецької математики
2. *Давньогрецька система числення*
3. *Грецька нумерація*
4. *Мілетська школа*
5. *Піфагорійська школа*

1. Особливості давньогрецької математики та давньогрецька система числення

Теоретична частина математики має витоки у наукових та філософських школах Стародавньої Греції. Внесок цих шкіл є настільки значним, що навіть в наші часи теоретичні концепції загальних тверджень мають коріння в математиці греків.

1.1. Витоки давньогрецької математики

У VI- IV ст. до н.е. Греція існувала як сукупність рабовласницьких держав-полісів. Потреби ремісничого виробництва і будівництва, прогрес сільського господарства і мореплавання наполегливо вимагали розвитку наукових знань. Починаючи з VII ст. до н.е., тут, і насамперед в Іонії, на стику єгипетської і вавилонської культур, починає зароджуватися нова збірна наука, у якій астрономічні, метеорологічні, математичні, механічні і медичні знання об'єднані в одне ціле з філософськими, політичними, географічними і економічними знаннями.

У цю епоху греки черпали свої знання з єгипетських, вавилонських і фінікійських джерел. Характер цих знань був переважно практичний.

Ісократ (близько 390 р. до н.е.) указує, що математичні знання були перейняті греками в єгиптян, оскільки єгиптяни мали жреців, які виконували найважливіші доручення, навчали молодь, займалися астрономією, рахунком і геометрією.

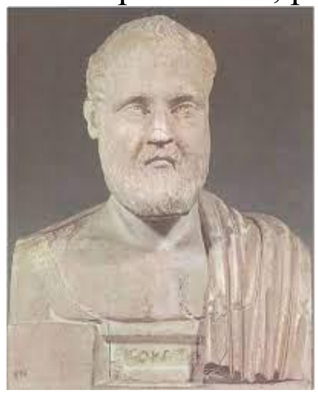

Рис.1. Ісократ- давньогрецький оратор.(http://ebooks.edu.gr)

Визначний давньогрецький науковець-енциклопедист, філософ і логік давнього світу Аристотель (384-322 р. до н.е.) в роботі «Метафізика» також вказує на єгипетське походження грецької математики. Аналогічні міркування висловлює і Прокл (410-485 р. н.е.), античний філософ-неоплатонік, керівник Платонівской Академії, у зведенні історії грецької геометрії у своїх коментарях до «Початків» Евкліда.

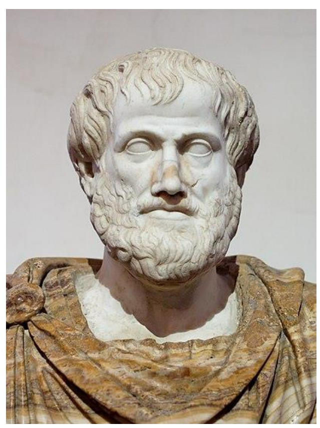

Рис 2. Бюст Аристотеля- давньогрецького філософа ©Wikipedia

Єгипетська і вавилонська математика носила конкретно практичний характер, але містила перші зачатки теорії. Очевидно, що ці паростки абстрактно-математичного мислення спочатку були перенесені в Грецію, країну древньої культури. Однак серед частини істориків і філософів панує інший погляд. Багато хто з них або зовсім заперечує, що математика Древнього Сходу вплинула на розвиток грецької математики, тому що, нібито, перша була «магічною», а не науковою, як друга, а інші визнають, що греки запозичили дещо в єгиптян і вавилонян, але це були тільки прикладні знання.

Спочатку давньогрецька математика не відрізнялася від єгипетської і вавилонської. Але з розвитком рабовласницької демократії, починаючи з VI ст. до н.е., у математичному мисленні греків усе більше підсилюється теоретична сторона. Рабам стали доручати «чорну» розумову роботу − переписування книг, виробництво обчислень, що зрештою привело і до відділення теоретичної математики від практичної. Від практичної арифметики, що називалася «логістикою», і прикладної геометрії, що одержала в Архімеда назва «геодезії», починають відділятися теоретична арифметика і теоретична геометрія, хоча вони, подібно іншим наукам, не були тоді ще самостійними дисциплінами, а входили як складові частини філософії. На відміну від практичної математики, теоретична арифметика і геометрія містили не тільки писання, як вирішення завдань, але і давали обґрунтування. Введення в математику доведень давало можливість узагальнювати отриманні результати, одержувати нові висновки.

Рис.3. Рафаель Санті. Афінська школа ©Wikipedia

У математиці, так само як і в політичних і судових суперечках, ставало потрібним давати точні визначення понять, розвивати строгі доведення. Не випадково піфагорійці минулого були не тільки філософською школою, але і політичною партією реакційної рабовласницької аристократії.

Демокрит, який зробив значний внесок у розвиток грецької математики, був разом з тим і автором першої праці по логіці. «Початки» Евкліда і «Аналітики» Аристотеля за своїм духом взаємозалежні і мають загальний історичний корінь.

1.2 Головні етапи давньогрецької математики

Остаточне виділення математики в самостійну теоретичну науку відбулося в Греції в середині V ст. до н.е., знайшовши своє завершення вже в елліністичну епоху в «Початках» Евкліда, приблизно 300 р. до н.е. Протягом трьох попередніх століть, у класичний період розвитку, формування математики як окремої науки супроводжувалось накопиченням елементарних знань, а головне, зростаючим посиленням теоретичних, логічних моментів у грецькій математиці. Спочатку розрізнені доведення лише окремих теорем стали загальним правилом. Чітко почали виділяти вихідні поняття й положення, всі отримані знання приводили в струнку систему.

Уже у школі Піфагора помітний процес накопичення абстрактних математичних фактів та з'єднання їх у теоретичні системи. Приміром, з арифметики виділено окрему область теорія чисел, тобто сукупність математичних знань, що відносяться до загальних властивостей операцій з натуральними числами.

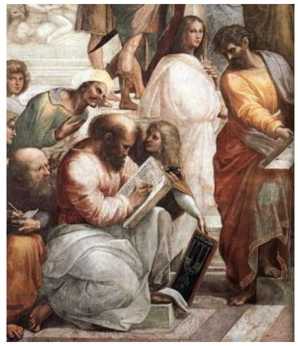

Рис.4. Рафаель Санті. Піфагор (деталь Афінської школи)©Wikipedia

На той час вже стали відомими й способи сумування найпростіших арифметичних прогресій. Розглядалися питання подільності чисел, введені арифметична, геометрична та гармонійна пропорції та різні середні.

Поряд із геометричним доведенням теореми Піфагора було знайдено метод знаходження необмеженого набору трійок «піфагорових чисел». Було відкрито багато математичних закономірностей теорії музики.

Відбувалися абстрагування та систематизація геометричних відомостей. У геометричних роботах вводилися та вдосконалювалися прийоми геометричного доведення. Розглядалися, зокрема, теорема Піфагора, завдання про квадратуру кола, трисекцію кута, подвоєння куба, квадрування низки площ, зокрема обмежених кривими лініями.

Однією з причин створення математичних теорій стало відкриття ірраціональності, спочатку як встановлення геометричного факту невимірності двох відрізків. Значення цього кроку у розвитку математики важко переоцінити. У математику увійшло таке поняття, яке є по суті складною математичною абстракцією, яке не має досить міцної опори в донауковому загальнолюдському досвіді.

Чи не першою відкритою ірраціональністю став $\sqrt{2}$. Можна припускати, що вихідною точкою цього відкриття були спроби знайти загальну міру за допомогою алгоритму послідовного віднімання, відомого зараз як алгоритм Евкліда. Можливо, певну роль зіграла завдання математичної теорії музики: розподіл октави. Не останню роль, мабуть, зіграв характерний для піфагорської школи загальний інтерес до проблем теорії чисел. Стародавнім грекам було відомо дуже рано логічно стороге доведення ірраціональності $\sqrt{2}$ шляхом зведення до супротивного.

Нехай $\sqrt{2}=\dfrac{m}{n}$, де m і n взаємно-прості числа. Тоді $m^2=2n^2$. звідки випливає, що m^2 − парне, отже, m − парне. Тоді і є непарним.

Але, якщо m − парне, то m^2 ділиться на 4 і, отже, n^2 — парне. Парним є відповідно і число n. Формальне протиріччя, що вийшло, вказує на невірність припущення про раціональність $\sqrt{2}$.

З появою ірраціональностей у незміцнілій грецькій математиці виникли серйозні труднощі як і у теоретично-числовому, так і геометричному плані. Була фактично поставлена під удар уся теорія математичної геометрії та теорія подоби. Необхідність наукового осмислення сутності відкритого явища та його поєднання зі сформованими уявленнями наштовхувала на подальший розвиток математичної теорії.

Цей наступний етап ознаменований спробою створити потребу наукового дослідження загальної математичної теорії, яка була б придатною як для раціональних чисел, так і для ірраціональних величин. Якщо після відкриття ірраціональності виявилося, що сукупність геометричних величин (наприклад, відрізків) повніша, ніж нескінченність раціональних чисел, то здалося доцільним це більш загальне обчислення будувати в геометричній формі. Це літочислення було створено. Воно отримало назву геометричної алгебри. Первинними елементами геометричної алгебри стали відрізки прямої. З ними було визначено всі операції обчислення.

Абстрактність предмета математики і усталені прийоми математичних доведень були основними причинами того, що математика стала викладатися як дедуктивна наука, що представляє логічну послідовність теорем і завдань на побудову та використовує мінімум вихідних положень. Твори, у яких у час викладалися перші системи математики, називалися «початками».

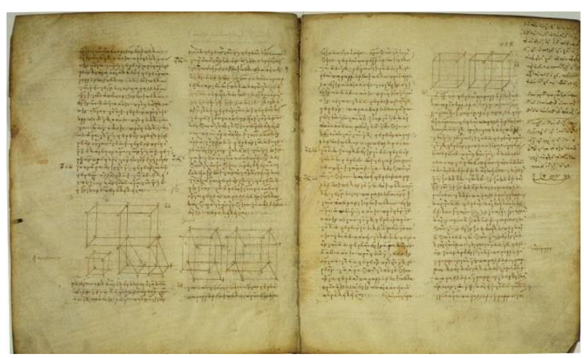

Рис. 5. «Початки» Евкліда. Ватиканский манускрипт. ©Wikipedia

Перші «Початки», про які дійшли до нас відомості, були написані Гіппократом Хіоським (2-а половина V ст. до нашої ери). Зустрічаються згадки і про «Початки», що належать іншим авторам. Проте всі ці твори забуті і втрачені практично з того часу, як з'явилися «Початки» Евкліда. Останні здобули загальне визнання як система математичних знань, логічна строгість якої залишалася неперевершеною протягом понад двадцяти століть. Весь цей час люди вивчали геометрію по Евкліду. Його «Початки» досі лежать в основі всіх систематично шкільних курсів геометрії.

Наукові дослідження з математики, особливо елементарної, дуже великою мірою спираються на систему Евкліда, іноді наслідуючи навіть форму його викладання.

Про автора «Початків» Евкліда зберіглося дуже мало відомостей. Відомо, що він жив близько 300 р. до нашої ери в Олександрії, що входила на той час до складу єгипетського царства. Під час написання «Початки» Евклід, очевидно, не керувався метою скласти енциклопедію математичних знань свого часу. Він, мабуть, прагнув викласти лише основи математики як логічно досконалої математичної теорії, з мінімуму вихідних положень. У цьому сенсі «Початки» є раннім попередником сучасного способу аксіоматичного побудови математичних наук.

Математика Стародавню Грецію є одним із ранніх прикладів становлення математики як науку й освіти у ній її складових частин.

Серед античних математиків слід назвати ще цілу низку чудових імен Архімед, Герон, Діофант та ін. Головними особливостями античної математики є виникнення, бурхливе зростання та зупинення розвитку низки математичних теорій.

2. Давньогрецька система числення

Розглянемо більш детально систему числення стародавньої Греції. Грецький рахунок був десятковим, зі збереженими слідами значно більш древнього четвертинного рахунку: числівник «окто» - 8 - має граматичну форму двійкового числа. При невеликих числах греки рахували на пальцях, для більш громіздких обчислень використовували камінчики («псефос»), що викладались на землі, а пізніше на дошці. Пізніше для розрізнення розрядів було створено спеціальні таблиці, які перетворилися в абак.

Греки мали числівники до 1000, але не вище; слово «мирної» (миріада) позначало тоді ще «дуже багато» (як, втім, і в нас) і лише пізніше стало вживатися як 10 000. Втім, і числівник «гекатон»- 100 - вживався часто в сенсі невиразно великої кількості. Подання про більші числа і уміння працювати з ними давалося нелегко. Лише в III в. до н.е.. Архімедом було написано знамените «Вирахування піщин» («Псаміт»), яке розвіяло оману про існування «найбільшого останнього» числа. Ним було отримано метод, яким можна виразити як завгодно велике число.

При обчисленнях греки користувалися абаком, що перейшов до них, очевидно, від єгиптян, за посередництвом фінікійців. Єгиптяни, як повідомляє Геродот, на відміну від греків, пересували камінчики не ліворуч праворуч, а зверху вниз. На абаку було 10 більших подвійних стовпчиків і збоку чотири простих менших. У стовпчики укладалися камінчики, пізніше замінені особливими рахунковими жетонами. Більші стовпчики служили для розрізнення розрядів, які йшли праворуч ліворуч від нижчих до вищих, причому для кожного розряду приділялися два стовпчики підряд. Але відношення між розрядами залежало від грошової системи, тому що абак служив, насамперед, для грошових підрахунків при торговельних угодах.

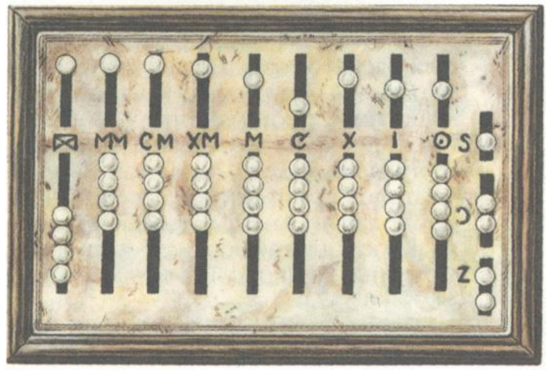

Рис.6. Абак. Лічильна дошка давніх греків (https://www.jnsm.com.ua/cgi-bin/u/book/sis.pl?Article=24&action=show)

Розподіл стовпчиків на верхню і нижню половини використовувалося при арифметичних діях; так, наприклад, при додаванні у верхній половині викладався його результат - сума. Те, що рахунок на абаку був основним способом обчислення, показує саме слово «обчислювати» - «псефідзейн», дослівно - класти камінчики. Проводячи обчислення на абаку, греки, як правило, записували лише остаточний результат, однак при складних обчисленнях вони, подібно нам, відзначали для себе і проміжні результати.

3. Грецька нумерація.

З появою в греків в X ст. до н.е. писемності, що виникла на основі фінікійського алфавіту, став застосовуватися і письмовий рахунок. Спочатку це була геродіановська нумерація, названа так по імені описавшого її граматику Геродіана (II ст. н.е.). Вона була у двох різновидах: атичною і беотійською, названих так по областях Греції.

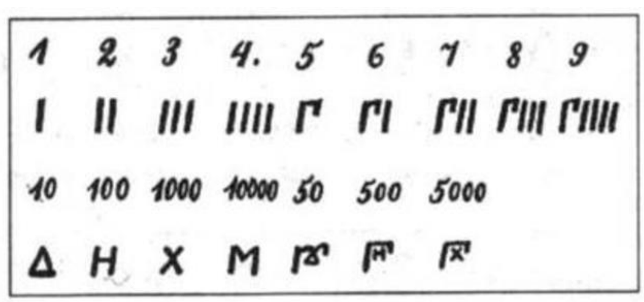

Рис.7. Нумерація Стародавньої Греції ©Wikipedia

Так, наприклад 9 821 писалося (атичні) як

Десь близько 450 р. до н. е. греки прийняли алфавітний запис для представлення чисел; перші дев'ять літер грецького алфавіту були пов'язані з першими дев'ятьма цілими числами, наступні дев'ять літер представляли перші дев'ять цілих кратних 10, а останні дев'ять літер використовувалися для перших дев'яти цілих кратних 100.

1–9	$\bar{\alpha}$,	$\bar{\beta}$,	$\bar{\gamma}$,	δ,	$\bar{\epsilon}$,	$\bar{ϛ}$,	ζ,	$\bar{\eta}$,	θ
10–90	$\bar{\iota}$,	$\bar{\kappa}$,	$\bar{\lambda}$,	$\bar{\mu}$,	$\bar{\nu}$.	$\bar{\xi}$,	$\bar{o}$,	$\bar{\pi}$,	ϟ
100–900	$\bar{\rho}$,	$\bar{\sigma}$,	$\bar{\tau}$,	$\bar{\upsilon}$,	$\bar{\varphi}$,	$\bar{\chi}$,	$\bar{\psi}$,	$\bar{\omega}$,	$\bar{ϡ}$.

Рис.8 Зв'язок літер з числа Стародавньої Греції. ©Wikipedia

Малоймовірно, що ранні піфагорійці мали будь-які цифрові символи, тому вони, мабуть, думали про числа суто візуальним способом, у вигляді камінців, покладених у пісок, або у вигляді точок у певних геометричних візерунках. Таким чином, числа були класифіковані як трикутні, квадратні, п'ятикутні і так далі, відповідно до форм, утворених розташуванням крапок. Цифри, які можуть бути представлені в геометричній формі, нині називають фігурними, або багатокутними, числами. Сам Піфагор був знайомий принаймні з трикутними числами і, ймовірно, з квадратними числами, багатокутні числа розглядалися пізнішими членами його школи.

Числа 1, 3, 6 і 10 є прикладами трикутних чисел, оскільки кожне з них підраховує кількість точок, які можна рівномірно розташувати в рівносторонньому трикутнику.

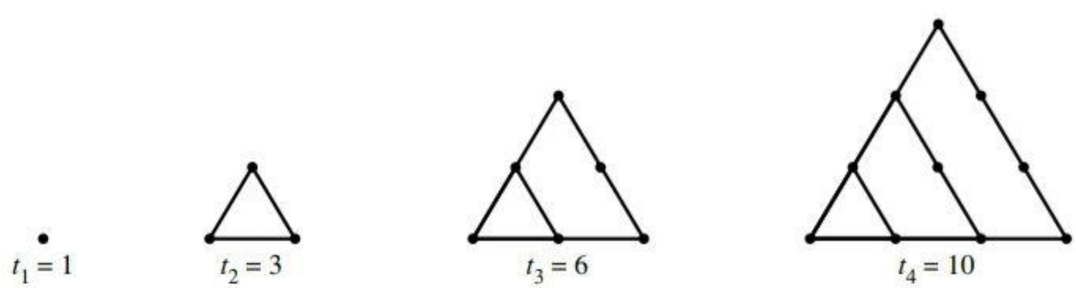

Рис. 9. Приклади трикутних чисел © David M. Burton. *The History of Mathematics*

Аналогічно, числа 1, 4, 9 і 16 називаються квадратними, тому що як крапки їх можна зобразити квадратами.

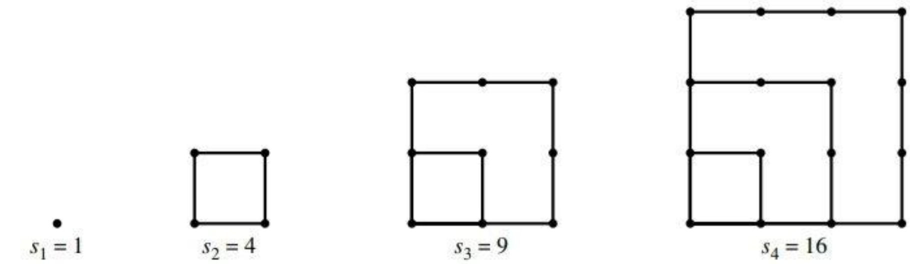

Рис. 10. Приклади квадратних чисел © David M. Burton. *The History of Mathematics*

З таких конфігурацій можна прочитати деякі чудові теоретико-числові закони. Наприклад, сума двох послідовних трикутних чисел завжди дорівнює квадратному числу, «сторона» якого така сама, як «сторона» більшого з двох трикутників. Це можна підтвердити геометрично, розділивши крапки похилою рискою, а потім підрахувавши їх, як на наступному малюнку. Так само легко довести результат алгебраїчним способом.

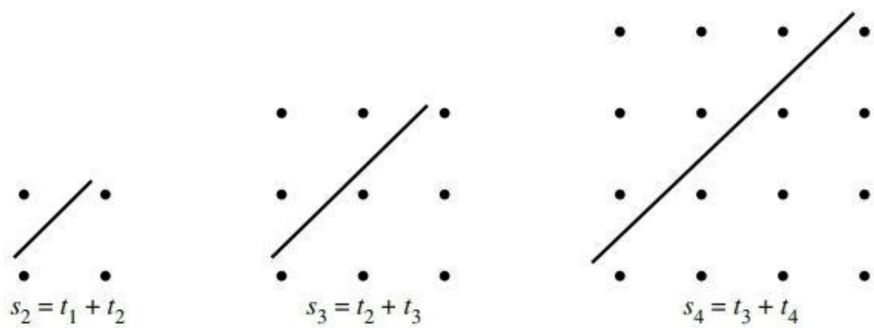

Рис. 11. Правила додавання чисел © David M. Burton. *The History of Mathematics*

Однак спочатку зверніть увагу на те, як утворюються трикутні числа; кожне нове одержується з попереднього трикутного числа шляхом додавання ще одного рядка, що містить на одну крапку більше, ніж у попередньому доданому рядку. Таким чином, якщо t_n позначає n-е трикутне число, то

$$t_n = t_{n-1} + n = t_{n-2} + (n-1) + n = t_{n-3} + (n-2) + (n-1) + n =$$
$$= t_1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n.$$

Ідея полягає в тому, щоб скласти разом два трикутники, кожен з яких представляє t_n (отже, кожен складається з рядків точок), щоб отримати прямокутний масив зі сторонами n і $n+1$.

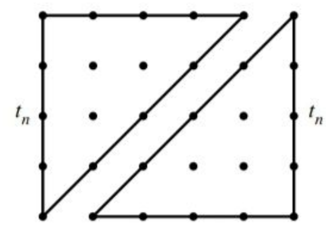

Рис.12. Приклад додавання при $n = 5$.

Зрозуміло, що такий масив містить $n(n+1)$ точок і т. д

$$2t_n = n(n+1),$$

що еквівалентно,

$$t_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

За наявності цієї формули легко побачити, що n-е квадратне число s_n є сумою двох послідовних трикутних чисел

$$s_n = n^2 = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} = t_n + t_{n-1}.$$

Як узагальнення, отримуємо бонусом вираз для суми перших n чисел:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Для полегшення додавання, а також і віднімання служили особливі таблиці:

α	ι	θ	1	10	9
α	θ	η	1	9	8
α	η	ζ	1	8	7

Рис.13. Таблиця додавання

За допомогою заучених або заготовлених таблиць, абака або просто пальців здійснювалось і віднімання. Від'ємних чисел і нуля грецька математика не знала. Множення здійснювалось або по «єгипетському» способу, або по грецькому способу, причому користувалися таблицею множення, яку потрібно було пам'ятати або ж мати під рукою. Такі таблиці були до 10000. У неопіфагорійця Нікомаха (близько 100 р. н.е.), чиє «Піфагорійське введення в арифметику» дійшло до нас, була квадратна таблиця, побудована точно так само, як наша шкільна таблиця множення.

3. Мілетська школа

Зародження грецької математики пов'язується з легендарною фігурою Фалеса (близько 600 р. до н.е.), засновника в Греції самої ранньої філософської стихійно-матеріалістичної школи. Філософія мілетської, так само як і заснованої Гераклітом (близько 530-470 р. до н.е.) ефеської школи, була спрямована проти ідеалістичної і метафізичної ідеології родової аристократії.

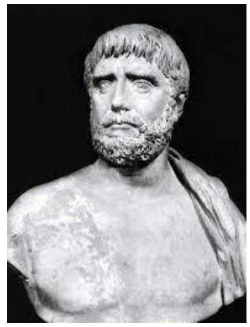

Рис 14. Фалес мілетський (https://www.peoples.ru/science/philosophy/thales_of_miletus/)

По твердженнях Геродота, Демокрита і Платона, Фалес був фінікійського походження. Він був купцем в Мілете, центру морської торгівлі на іонійському узбережжі. Звідси в першій половині VI ст. до н.е. Фалес відправився в подорож, відвідав Єгипет, де і познайомився з математикою.

Сполучення витоків природознавства і філософії з сукупністю практичних завдань привело до спроб моністичного пояснення світу. Фалес намагався пояснити різноманіття природи з єдиного початку, відшукати в хаосі явищ закономірність. Намагаючись дати розумні, логічні пояснення явищ, Фалес почав підходити і до математичних положень із вимогою: не тільки висловити, але й довести їх. Йому приписують доведення наступних теорем:

1) про розподіл кола навпіл його діаметром;

2) про рівність кутів при основі рівнобедреного трикутника;

3) про рівність вертикальних кутів;

4) про рівності трикутників за стороною та прилеглими до неї кутами (так звана друга ознака рівності трикутників),

5) про те, що кут, вписаний у півколо, − прямій.

Можливо, що Фалес «доводив» свої теореми про рівність напівкіл, кутів або інших трьох елементів трикутника шляхом накладення, реалізованого в перших трьох теоремах простим перегинанням креслення, до чого в п'ятій теоремі додається ще поворот креслення навколо центра кола на 180°.

Узагальнюючи знання єгиптян і вавилонян, мілетська школа прагнула знайти відповідь на питання про основу буття, і відповідно до зростання логічного елемента в суспільному мисленні шукала і обґрунтування окремих положень геометрії. І якщо єгипетська геометрія залишалася в основному геометрією площ, зберігаючи в цьому прямий зв'язок зі своїм походженням із геодезією, тепер вона стала більше абстрактною. Ще в більшій мірі, чим у єгиптян, користувалися кресленням; прямі лінії розглядалися не тільки як границі земельних ділянок, на кресленні вивчалися властивості трикутників, кутів, кіл, важливу роль стало відігравати поняття подібності.

Фалесу приписується перше застосування циркуля і транспортира, вимір висоти піраміди по довжині її тіні і своєї власної, а також спосіб визначення відстані корабля від берега. Очевидно, що задача про відстань вирішувалося так: з вежі або зі скелі на березі найпростішим інструментом був кут між схилом і напрямком променів до корабля. Потім ситуація переносилась на креслення в зменшеному масштабі. Нарешті, порахована на кресленні відстань множилася на відповідний коефіцієнт. Розв'язок ґрунтувався на понятті подібності трикутників, пропорційності сторін, що лежать навпроти рівних кутів. Мілетська школа нараховувала цілий ряд філософів-математиків, однак про наукову діяльність більшості з них збереглося вкрай мало відомостей.

4. Піфагорійська школа

Наприкінці VI ст. до н.е. внаслідок греко-перських війн культурні центри Греції перемістилися зі сходу на захід, у її південно-італійські колонії. У цієї землеробської, відсталої в порівнянні з Іонією країні виникли ідеалістичні школи піфагорійців і елеатів. Їх боротьба проти матеріалізму і діалектики мілетської і ефеської школи була відбиттям гострої політичної боротьби між реакційною землеробською аристократією і демосом, що бушувала тоді у всіх полісах південної Італії.

Піфагорійська філософія виходила із критики наївного матеріалістичного монізму мілетської школи. Для піфагорійців будь-яке число виявляло собою щось більше, ніж кількісну величину. Наприклад, число 2, відповідно до їх погляду, означало розходження і тому ототожнювалося з думкою. Четвірка представляла справедливість, тому що це перше число, рівне добутку двох однакових множників. Піфагорійці також відкрили, що сума деяких пар квадратних чисел є знову квадратне число. Наприклад, сума 9 і 16 дорівнює 25, а сума 25 і 144 дорівнює 169. Такі трійки чисел, як 3, 4 і 5 або 5, 12 і 13, називаються піфагоровими числами. Вони мають геометричну інтерпретацію: якщо два числа із трійки дорівняти довжинам катетів прямокутного трикутника, то третє число буде дорівнює довжині його гіпотенузи. Така інтерпретація, мабуть, привела піфагорійців до усвідомлення більш загального факту, відомого нині за назвою теореми Піфагора, відповідно до якої в будь-якому прямокутному трикутнику квадрат довжини гіпотенузи дорівнює сумі квадратів довжин катетів.

Вивчаючи прямокутний трикутник з одиничними катетами, піфагорійці виявили, що довжина його гіпотенузи дорівнює кореню із двох, і це їх страшенно засмутило, тому що марно намагалися представити число у вигляді відношення двох цілих чисел, що було надто важливо для їх філософії. Величини, які неможливо представити у вигляді відношення цілих чисел, піфагорійці назвали непорівнянними; сучасний термін – «ірраціональні числа». Піфагорійці мали справу з ірраціональними числами, представляючи всі величини геометричними образами.

Стародавні греки вирішували задачі із невідомими за допомогою

геометричних побудов. Були розроблені спеціальні побудови для виконання додавання, віднімання, множення і ділення відрізків, добування квадратних коренів із довжин відрізків; нині цей метод називається геометричною алгеброю.
Зведення завдань до геометричного виду мало ряд важливих наслідків. Зокрема, числа стали розглядатися окремо від геометрії, оскільки працювати з непорівнянними величинами можна було тільки за допомогою геометричних методів. Геометрія стала основою майже всієї строгої математики, принаймні, до 1600 року. І навіть в XVIII ст., коли вже були досить розвинена алгебра і математичний аналіз, математика трактувалася як геометрія, і слово «геометр» було рівнозначно слову «математик».

Саме піфагорійцям багато в чому зобов'язані тією математикою, що потім була систематизована викладена і доведена в «Початках» Евкліда. Є підстави думати, що саме вони відкрили те, що нині відомо як теореми про трикутники, паралельні прямі, багатокутники, кола, сфери і правильні багатогранники.

Найбільшим із грецьких математиків класичного періоду, що уступали по значимості отриманих результатів тільки Архімедові, був Евдокс (ок. 408 - 355 до н.е.). Саме він ввів поняття величини для таких об'єктів, як відрізки прямих і кутів. Маючи у своєму розпорядженні поняття величини, Евдокс логічно строго обґрунтував піфагорейський метод роботи з ірраціональними числами.

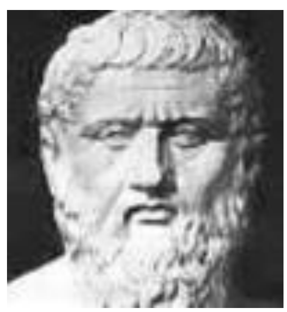

Рис 15. Евдокс Книдский (408 — 355 рр. до н. е.) — древньогрецький математик, механік і астроном.(*http://100v.com.ua/ru/Evdoks-Knidskiy-person*)

Роботи Евдокса дозволили встановити дедуктивну структуру математики на основі явно формувалися аксіоми. Йому ж належить і перший крок у створенні математичного аналізу, оскільки саме він винайшов метод обчислення площ і обсягів, що одержавши назву «методу вичерпування». Цей метод складається в побудові вписаних і описаних плоских фігур або просторових тіл, які заповнюють («вичерпують») площу або обсяг тієї фігури або того тіла, що є предметом дослідження. Евдоксу ж належить і перша астрономічна теорія, що пояснює спостережуваний Рух планет. Запропонована Евдоксом теорія із чисто математичною; вона показувала, яким чином комбінації обертових сфер з різними радіусами і осями обертання можуть пояснити рухи Сонця, Місяця і планет, які вважалося мають нерегулярний характер.

Близько 300 до н.е. результати багатьох грецьких математиків були зведені в єдине ціле Евклідом, який написав математичний шедевр «Початки». З деяких проникливо відібраних аксіом Евклід вивів близько 500 теорем, що охопила вусі найбільш важливі результати класичного періоду. Свій твір Евклід почав з визначення таких термінів, як прямий, кут і коло. Потім він сформулював десять самоочевидних істин, таких, як «ціле більше кожної із частин». І із цих десяти аксіом Евклід зміг вивести всі теореми. Для математиків текст «Почав» Евкліда довгий час служив зразком строгості, поки в IXX ст. не виявилося, що в ньому є серйозні недоліки, такі як неусвідомлене використання не сформульованих у явному виді припущень.

Література

[1] David M. Burton. *The History of Mathematics: An Introduction, 6th Edition,* McGraw Hill Learning Solutions (2007)

[2] Craig Smory´nski, *History of Mathematics,* Springer (2008)

[3] Uta C.Merzbach and Carl B. Boyer, *A History of Mathematics, 3d Edition,* Printed in the United States of America (2011)

[4] А.Д. Романов, История математики, Учебное пособие. Северодвинск: РИО Севм, 1998, 117 с .

Ілюстрації запозичені з сайтів:

https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%BB%D0%B0_(%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4)

https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%86%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8

https://www.jnsm.com.ua/cgi-bin/u/book/sis.pl?Article=24&action=show

http://100v.com.ua/ru/Evdoks-Knidskiy-person

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ІДЕЙ