Course: Applied Business Statistics

Week 4

Chapter 2. Probability (2)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិធុរកិច្ចអនុវត្តន៍

សប្តាហ៍ទី៤

មេរៀនទី២. ប្រូបាប៊ីលីតេ (២)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

៣. វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតមូលដ្ឋាន (Basic Probability Rules)

៤. វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតខ្ពស់ (Advanced Probability Rules)

៣. វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតមូលដ្ឋាន

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតមូលដ្ឋាន

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតមូលដ្ឋាន រួមមានដូចខាងក្រោម៖

- វិធានបំពេញ (Complement Rule)
- វិធានបូក (Addition Rule)
- វិធានលក្ខខណ្ឌ (Condition Rule)
- វិធានគុណ (Multiplication Rule)

វិធានបំពេញ

ប្រសិនបើយើងមាន ព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលតាងដោយអក្សរ A, នោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលបំពេញបន្ថែមឱ្យព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ តាងដោយអក្សរ A^c។

វិធានបំពេញ កំណត់ថា ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ A បូកនឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ A^c ស្មើនឹង ១។

នោះគឺ៖ $P(A) + P(A^c) = ១$

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

វិធានបំពេញ

ឧទាហរណ៍. អ្នកស្រាវជ្រាវម្នាក់បានធ្វើការសិក្សាស្រាវជ្រាវមួយ ដោយប្រើប្រាស់កម្រងសំណួរ។ គាត់បានរកឃើញថា ៧០% នៃអ្នកឆ្លើយតបនឹងកម្រងសំណួរមានកម្រិតសញ្ញាបត្រយ៉ាងហោចណាស់បរិញ្ញាបត្រ។ គាត់ត្រូវការជ្រើសរើសមនុស្សម្នាក់ក្នុងចំណោមនោះដោយចៃដន្យ ដើម្បីមកធ្វើសម្ភាសបន្ត។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សម្នាក់នោះមិនមានបរិញ្ញាបត្រស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

© 2023 Udam Prang

វិធានបំពេញ

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សម្នាក់នោះមិនមានបរិញ្ញាបត្រ។ យើងបាន A^c ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបំពេញបន្ថែមឱ្យព្រឹត្តិការណ៍ A ពោលគឺ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សម្នាក់នោះមានបរិញ្ញាបត្រ។

យើងដឹងថា $P(A^c) = ០,៧០$ ហើយ $P(A) + P(A^c) = ១$។

➔ $P(A) = ១ - P(A^c) = ១ - ០,៧០ = ០,៣០$។

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សម្នាក់នោះមិនមានបរិញ្ញាបត្រស្មើនឹង ០,៣០។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

វិធានបូក

យើងមាន ព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលតាងដោយអក្សរ A និង ព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀតដែលតាងដោយអក្សរ B។ ប្រសិនបើយើងបញ្ចូលព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B, នោះយើងបានព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀតគឺ $A \cup B$។

វិធានបូកកំណត់ថា៖ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

វិធានបូក

ឧទាហរណ៍. និស្សិតម្នាក់គិតថា គាត់មានឱកាស ៥0% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ និងឱកាស ៨៥% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាគ្រប់គ្រងធុរកិច្ច។ គាត់គិតទៀតថា គាត់មានឱកាសតែ ៤0% ប៉ុណ្ណោះ ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាទាំងពីរ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃ "ព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ ឬ មុខវិជ្ជាគ្រប់គ្រងធុរកិច្ច" ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

© 2023 Udam Prang

វិធានបូក

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាគ្រប់គ្រងធុរកិច្ច។

អ្វីដែលយើងចង់គណនា គឺ $P(A \cup B)$។

តាមរូបមន្ត៖ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$។

© 2023 Udam Prang

វិធានបូក

យើងដឹងថា P(A) = 0,៥0 | P(B) = 0,៨៥ | P(A∩B) = 0,៤0

➔P(A∪B) = 0,៥0 + 0,៨៥ – 0,៤0 = 0,៩៥

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ "ព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ ឬ មុខវិជ្ជាគ្រប់គ្រងធុរកិច្ច" ស្មើនឹង 0,៩៥។

© 2023 Udam Prang

Not For Citation | For Educational Purposes Only

វិធានលក្ខខណ្ឌ

យើងមាន ព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលតាងដោយអក្សរ A និង ព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀតដែលតាងដោយអក្សរ B។

ប្រសិនបើព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើង ក្នុងករណីដែលព្រឹត្តិការណ៍ A បានកើតឡើង, យើងបានព្រឹត្តិការណ៍មួយតាងដោយ B|A។

វិធានលក្ខខណ្ឌកំណត់ថា៖

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

© 2023 Udam Prang

វិធានលក្ខខណ្ឌ

ប្រសិនបើព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើង ក្នុងករណីដែលព្រឹត្តិការណ៍ B បានកើតឡើង, យើងបានព្រឹត្តិការណ៍មួយតាងដោយ A|B។

វិធានលក្ខខណ្ឌកំណត់ថា៖

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

វិធានលក្ខខណ្ឌ

ឧទាហរណ៍. ពីជគណិត និង ស្ថិតិ ជាមុខវិជ្ជាពីរដាច់ដោយឡែកពីគ្នា ក្នុងកម្មវិធីសិក្សាថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រមួយ។ និស្សិតម្នាក់ គិតថា គាត់មានឱកាស ៤0% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាពីជគណិត និងឱកាស ៥0% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ។ គ្រូរបស់គាត់បានគិតថា គាត់មានឱកាស ២៥% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាទាំងពីរ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ ក្នុងករណីដែលគាត់ទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាពីជគណិត ស្មើប៉ុន្មាន?

វិធានលក្ខខណ្ឌ

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាពីជគណិត ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ។

អ្វីដែលយើងត្រូវស្វែងរកគឺ P(B|A)។

តាមរូបមន្ត៖ $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ។

© 2023 Udam Prang

វិធានលក្ខខណ្ឌ

យើងដឹងថា៖ P(A) = 0,៤0 | P(B) = 0,៥0 | P(A∩B) = 0,២៥។

➔ $P(B|A) = \frac{0,២៥}{0,៤0} = 0,៦២៥$

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់នឹងទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិក្នុងករណីដែលគាត់ទទួលបាននិទ្ទេស A សម្រាប់មុខវិជ្ជាពីជគណិត ស្មើនឹង 0,៦២៥។

វិធានគុណ

វិធានគុណ ត្រូវបានទាញចេញមកពី វិធានលក្ខខណ្ឌ។

សន្មតថា យើងមាន ព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលតាងដោយអក្សរ A និង ព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀត ដែលតាងដោយអក្សរ B។

វិធានគុណ កំណត់ថា៖

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

© 2023 Udam Prang

វិធានគុណ

ឧទាហរណ៍. ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាពីជគណិតស្មើនឹង ០,៤០ ហើយប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាស្ថិតិស្មើនឹង ០,៣០។ ប្រសិនបើគាត់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាពីជគណិត ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាស្ថិតិស្មើនឹង ០,៣៥។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាទាំងពីរស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

វិធានគុណ

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាពីជគណិត ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ។

អ្វីដែលយើងត្រូវគណនាគឺ $P(A \cap B)$។

តាមរូបមន្ត៖

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

វិធានគុណ

យើងដឹងថា៖ P(A) = ០,៤០ | P(B) = ០,៣០ | P(B|A) = ០,៣៥។

➔ $P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = ០,៣៥ \times ០,៤០$ =០,១៤

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ធ្លាក់មុខវិជ្ជាទាំងពីរស្មើនឹង ០,១៤។

© 2023 Udam Prang

៤. វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតខ្ពស់

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតខ្ពស់

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេកម្រិតខ្ពស់ មាន ពីរ គឺ៖

- វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប (Total Probability Rule)
- ទ្រឹស្ដីបទរបស់លោក Thomas Bayes (ហៅកាត់ថា ទ្រឹស្ដីបទ Bayes)

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

យើងមាន ព្រឹត្តិការណ៍មួយ តាងដោយអក្សរ A និង ព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀត តាងដោយអក្សរ B។

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុបកំណត់ថា៖

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c)$$

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

ឧទាហរណ៍. គ្រូបង្រៀនម្នាក់កត់សម្គាល់ថា មានឱកាស ៨0% ដែលនិស្សិតម្នាក់នឹងមករៀនជាប្រចាំ។ ក្នុងករណីដែលនិស្សិតម្នាក់នោះមករៀនជាប្រចាំ, គាត់មានឱកាស ៣0% ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A។ ប៉ុន្តែប្រសិនបើគាត់មិនមករៀនជាប្រចាំនោះទេ, គាត់មានឱកាសតែ ៣% ប៉ុណ្ណោះ ក្នុងការទទួលបាននិទ្ទេស A។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ទទួលបាននិទ្ទេស A ស្មើប៉ុន្មាន (ដោយមិនគិតពីការដែលគាត់មករៀនជាប្រចាំ ឬអត់)?

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់នោះទទួលបាននិទ្ទេស A ហើយ R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់នោះមករៀនជាប្រចាំ។

យើងបាន A^c ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់នោះមិនទទួលបាននិទ្ទេស A ហើយ R^c ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលនិស្សិតម្នាក់នោះមិនមករៀនជាប្រចាំ។

អ្វីដែលយើងត្រូវគណនាគឺ P(A)។

វិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

យើងមាន៖ $P(R) = ០,៨០ \mid P(A|R) = ០,៣០ \mid P(A|R^c) = ០,០៣$។

តាមវិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប៖

$$P(A) = P(A|R)P(R) + P(A|R^c)P(R^c) = (០,៣០ \times ០,៨០) + (០,០៣ \times ០,២០) = ០,២៥$$

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ទទួលបាននិទ្ទេស A ស្មើនឹង ០,២៥។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

ទ្រឹស្ដីបទ Bayes

ទ្រឹស្ដីបទ Bayes បង្ហាញពីវិធីសាស្ត្រគណនា P(B|A) ដោយមិនស្គាល់តម្លៃ P(A∩B) ឬ P(A)។

ទ្រឹស្ដីបទនេះ ទាញចេញមកពីវិធានប្រូបាប៊ីលីតេសរុប។

ទ្រឹស្ដីបទ Bayes កំណត់ថា៖

$$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B) + P(A\cap B^c)} = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c)}$$

© 2023 Udam Prang

ទ្រឹស្តីបទ Bayes

ឧទាហរណ៍. អ្នកស្រាវជ្រាវម្នាក់បានបង្កើតឧបករណ៍មួយ ដើម្បីធ្វើតេស្តរកជំងឺឆ្លងមួយប្រភេទ។ គាត់ប៉ាន់ស្មានថា ប្រសិនបើមនុស្សម្នាក់ឆ្លងជំងឺនោះ ហើយគាត់ប្រើប្រាស់ឧបករណ៍របស់គាត់ធ្វើតេស្តលើបុគ្គលនោះ, មានឱកាស ៧0% ប៉ុណ្ណោះដែលឧបករណ៍របស់គាត់បង្ហាញលទ្ធផលវិជ្ជមាន។ គាត់ប៉ាន់ស្មានទៀតថា ប្រសិនបើមនុស្សម្នាក់មិនឆ្លងជំងឺនោះទេ ហើយគាត់ប្រើប្រាស់ឧបករណ៍របស់គាត់ធ្វើតេស្តលើបុគ្គលនោះ, មានឱកាស ១៥% ដែលឧបករណ៍របស់គាត់បង្ហាញលទ្ធផលវិជ្ជមាន។ សន្មតថា ២0% នៃមិត្តភក្តិរបស់គាត់បានឆ្លងជំងឺនោះ។ គាត់បានប្រើប្រាស់ឧបករណ៍របស់គាត់ ដើម្បីធ្វើតេស្តជាមួយមិត្តរបស់គាត់ម្នាក់ ហើយលទ្ធផលបង្ហាញថាវិជ្ជមាន។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិត្តរបស់គាត់ម្នាក់នោះឆ្លងជំងឺ មានតម្លៃប៉ុន្មាន?

© 2023 Udam Prang

ទ្រឹស្តីបទ Bayes

ដំណោះស្រាយ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិត្តរបស់គាត់ឆ្លងជំងឺ ហើយ T ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលឧបករណ៍តេស្តបង្ហាញលទ្ធផលវិជ្ជមាន។

ដូច្នេះ អ្វីដែលយើងចង់រកគឺ P(D|T)។

© 2023 Udam Prang

ទ្រឹស្តីបទ Bayes

យើងមាន៖ P(D) = ០,២០ | P(T|D) = ០,៧០ | P(T|D^c) = ០,១៥

តាមទ្រឹស្តីបទ Bayes៖

$$P(D|T) = \frac{P(D \cap T)}{P(D)} = \frac{P(T|D)P(D)}{P(T|D)P(D) + P(T|D^c)P(D^c)}$$

© 2023 Udam Prang

ទ្រឹស្តីបទ Bayes

យើងបាន៖

$$P(D|T) = \frac{0,៧0 \times 0,២0}{(0,៧0 \times 0,២0) + (0,១៥ \times 0,៨0)} = 0,៥៤$$

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិត្តរបស់គាត់ម្នាក់នោះឆ្លងជំងឺ មានតម្លៃស្មើនឹង 0,៥៤។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បញ្ចប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងចាប់ផ្តើមសិក្សា មេរៀនទី៣ ស្តីពី បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេសម្រាប់អថេរចៃដន្យដាច់។