

# Course: Applied Business Statistics

Week 5

Chapter 3. Discrete Probability Distribution (1)

---

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

# មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិវិភាគសេដ្ឋកិច្ចអន្តរជាតិ

## សប្តាហ៍ទី៥

### មេរៀនទី៣. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរដាច់ (១)

---

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

# មាតិកា

---

១. រំលឹកពីអថេរចៃដន្យ (Review on Random Variables)

២. លក្ខណៈទូទៅរបស់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរដាច់ (General Features of Discrete Probability Distribution)

៣. តម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដារ (Expected Value and Standard Deviation)

៤. ប្រភេទនៃបំណែងចែក (Types of Discrete Probability Distribution)

# ១. លើកពីអចេនចៃដន្យ

---

# និយមន័យ

---

អថេរចៃដន្យ (Random Variable) សង្ខេបលទ្ធផលដែលអាចទៅរួចបន្ទាប់ពីការពិសោធន៍ ជាតម្លៃលេខ (Numerical Values) ។

ជាទូទៅ អថេរចៃដន្យ តាងដោយអក្សរ “X” ។

អថេរចៃដន្យ មានពីរប្រភេទ គឺ អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete Random Variable) និង អថេរចៃដន្យជាប់ (Continuous Random Variable) ។

# អថេរចែងជន្យដាច់

---

អថេរចែងជន្យដាច់ (ហៅកាត់ថា អថេរដាច់) បង្ហាញជាតម្លៃលេខដែលអាចរាប់បាន (Countable Values) ។

ឧទាហរណ៍. អារចំនួនពីរ ត្រូវបានជ្រើសរើសម្តងមួយពីខ្សែចង្វាក់ផលិតកម្ម ហើយអារនីមួយៗអាចខូច (តាងដោយ D) ឬមិនខូច (តាងដោយ N) ។

លទ្ធផលដែលអាចទទួលបានពីការជ្រើសរើសអារទាំងពីរ (តាងដោយ S) រួមមាន៖

$$S = \{(D, D); (D, N); (N, D); (N, N)\}$$

# អថេរចៃដន្យដាច់

---

តាង  $X$  ជាចំនួនអារ៉ែដែលខូច។ ដូច្នោះ តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ  $X$  រួមមាន៖

$$X = \{0; ១; ២\}$$

នេះមានន័យថា តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ  $X$  អាចស្មើនឹងសូន្យ, អាចស្មើនឹងមួយ  
ឬ អាចស្មើនឹងពីរ។ តម្លៃលេខនេះ គឺអាចរាប់បាន។

→ ចំនួនអារ៉ែដែលខូច ជាអថេរដាច់។

# អថេរចែងជន្យជាប់

---

អថេរចែងជន្យជាប់ (ហៅកាត់ថា អថេរជាប់) បង្ហាញជាតម្លៃលេខដែលមិនអាចរាប់បាន ឬ រាប់មិនអស់ (Uncountable Values) ។

ឧទាហរណ៍. សម្រាប់ការប្រឡងដែលមានរយៈពេលសរុប ៦០ នាទី, និស្សិតម្នាក់ៗ អាច ចំណាយរយៈពេលជាក់លាក់មួយ ក្នុងចន្លោះ ៦០ នាទី ដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង។ រយៈពេលនេះ អាចស្មើនឹង ១៥ នាទី និង ១ វិនាទី, ២០ នាទី និង ៣០ វិនាទី, ៣០ នាទី និង ១៥ វិនាទី, ៥០ នាទី និង ១៥ វិនាទី។ល។ តែមិនត្រូវលើសពី ៦០ នាទីឡើយ។

# អថេរចែងជន្យជាប់

---

តារាង X ជារយៈពេលដែលនិស្សិតត្រូវចំណាយដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង។

ដូច្នោះ តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់ X មានច្រើនរាប់មិនអស់ ១៥ នាទី និង ១ វិនាទី, ២០ នាទី និង ៣០ វិនាទី, ៣០ នាទី និង ១៥ វិនាទី, ៥០ នាទី និង ១៥ វិនាទី។ល។

→ រយៈពេលដែលនិស្សិតម្នាក់ៗ ត្រូវចំណាយដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង គឺជា អថេរជាប់។

# បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរណាមួយ

---

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរណាមួយ (តាងដោយ  $X$ ) បង្ហាញពីតម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់របស់អថេរ  $X$  ជាមួយនឹងប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ  $X$  ស្មើទៅនឹងតម្លៃនីមួយៗ ទាំងនោះ។

នៅក្នុងមេរៀននេះ យើងនឹងចាប់ផ្តើមសិក្សាពីបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរដាច់។

# ២. លក្ខណៈទូទៅរបស់បំណែងចែកកម្រិតបរិច្ចាគ របស់អង្គការយូណេស្កូ

---

# លក្ខណៈទីមួយ

---

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ  $X$  ស្មើទៅនឹងតម្លៃណាមួយក៏ដោយ ត្រូវស្ថិតនៅ ចន្លោះលេខសូន្យ និង លេខមួយ។

ក្នុងភាសាស្ថិតិ, យើងអាចសរសេរបានថា៖

$$0 \leq P(X=x_i) \leq 1$$

ក្នុងនោះ,  $i$  មានតម្លៃចាប់ពី 0 រហូតដល់  $n$ ។

# លក្ខណៈទីពីរ

---

ផលបូកនៃតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេទាំងអស់ដែលស្ថិតនៅក្នុងបំណែងចែក ត្រូវស្មើនឹងមួយ។

ក្នុងភាសាស្ថិតិ, យើងអាចសរសេរបានថា៖

$$\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_n) = 1$$

# ៣. តម្លៃព័ត៌មាន និងគម្លាតស្តង់ដារ

---

# តម្លៃរំពឹងទុក

---

តម្លៃរំពឹងទុក របស់អថេរ  $X$  គឺជា តម្លៃមធ្យម (Mean) នៃតម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់ នៅក្នុងបំណែងចែក របស់អថេរ  $X$ ។

តម្លៃរំពឹងទុក របស់អថេរ  $X$  តាងដោយ  $E(X)$  និងមានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$$

# គម្លាតស្តង់ដារ

---

គម្លាតស្តង់ដារ របស់អថេរ  $X$  គឺជា តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារ នៃតម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់ នៅក្នុងបំណែងចែក របស់អថេរ  $X$ ។

គម្លាតស្តង់ដារ របស់អថេរ  $X$  តាងដោយ  $SD(X)$  និងមានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$SD(X) = \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 P(X = x_i)}$$

# ឧទាហរណ៍

---

ក្រុមហ៊ុនមួយ គ្រោងរៀបចំកម្មវិធីផ្តល់ប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំឆ្នាំដល់បុគ្គលិកដែលខិតខំធ្វើការ។ អ្នកដែលបំពេញការងារបានចំណាត់ថ្នាក់ល្អប្រសើរ នឹងទទួលបានប្រាក់លើកទឹកចិត្ត ១០០ ដុល្លារ។ អ្នកដែលបំពេញការងារបានចំណាត់ថ្នាក់ល្អ នឹងទទួលបានប្រាក់លើកទឹកចិត្ត ៦០ ដុល្លារ។ អ្នកដែលបំពេញការងារបានចំណាត់ថ្នាក់មធ្យម នឹងទទួលបានប្រាក់លើកទឹកចិត្ត ៣០ ដុល្លារ។ អ្នកដែលបំពេញការងារបានចំណាត់ថ្នាក់ខ្សោយ មិនទទួលបានប្រាក់លើកទឹកចិត្តអ្វីឡើយ។

# ឧទាហរណ៍

---

បទពិសោធន៍របស់ក្រុមហ៊ុនកន្លងមក បានបង្ហាញឱ្យឃើញថា ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលបុគ្គលិកម្នាក់ទទួលបានចំណាត់ថ្នាក់ល្អប្រសើរ; ល្អ; មធ្យម; និង ខ្សោយ ស្មើនឹង 0,១៥; 0,២៥; 0,៤០; និង 0,២០ រៀងគ្នា។

ក. តើតម្លៃរំពឹងទុកនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ខ. តើគម្លាតស្តង់ដារនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

# ឧទាហរណ៍

## ដំណោះស្រាយ

យើងអាចសង្ខេបព័ត៌មានដែលមានជាតារាងដូចខាងក្រោម៖

ប្រាក់លើកទឹកចិត្ត (ជាដុល្លារ)	ចំណាត់ថ្នាក់	ប្រូបាប៊ីលីតេ
១០០	ល្អប្រសើរ	០,១៥
៦០	ល្អ	០,២៥
៣០	មធ្យម	០,៤០
០	ខ្សោយ	០,២០

# ឧទាហរណ៍

---

ក. គណនាតម្លៃរំពឹងទុកនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែ

តាមរូបមន្ត៖

$$E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$$

ដើម្បីសម្រួលការគណនា, យើងតាង  $x$  ជាអថេរ “ប្រាក់លើកទឹកចិត្ត” និងសង់តារាងដូចនៅស្ថាយបន្ទាប់។

# ឧទាហរណ៍

$x_i$	$P(X = x_i)$	$x_i P(X = x_i)$
១០០	០,១៥	១៥
៦០	០,២៥	១៥
៣០	០,៤០	១២
០	០,២០	០
សរុប		៤២

តាមតារាងខាងលើ, យើងបាន  $E(X) = ៤២$  ដុល្លារ។

ដូច្នេះ តម្លៃរំពឹងទុកនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែស្មើនឹង ៤២ ដុល្លារ។

# ឧទាហរណ៍

---

ខ. គណនាគម្លាតស្តង់ដារនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែ

តាមរូបមន្ត៖

$$SD(X) = \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 P(X = x_i)}$$

ដើម្បីសម្រួលការគណនា, យើងសង់តារាងដូចនៅស្នាយបន្ទាប់។

# ឧទាហរណ៍

$x_i$	$P(X = x_i)$	$(x_i - \mu)^2 P(X = x_i)$
១០០	០,១៥	៥០៤,៦០
៦០	០,២៥	៨១,០០
៣០	០,៤០	៥៧,៦០
០	០,២០	៣៥២,៨០
សរុប		៩៩៦

តាមតារាងខាងលើ, យើងបាន  $SD(X) = \sqrt{៩៩៦} = ៣១,៥៦$  ដុល្លារ។

ដូច្នេះគម្លាតស្តង់ដារនៃប្រាក់លើកទឹកចិត្តប្រចាំខែស្មើនឹង ៣១,៥៦ ដុល្លារ។

# ៤. ប្រភេទបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ របស់អថេរដាច់

---

# ប្រភេទបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរដាច់

---

មាន បួន ប្រភេទសំខាន់ៗ៖

- បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន (Uniform Distribution)
- បំណែងចែកទ្វេធា (Binomial Distribution)
- បំណែងចែកព័រសុដ (Poisson Distribution)
- បំណែងចែកអ៊ីពែរធរណីមាត្រ (Hypergeometric Distribution)

# បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

---

បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន របស់អថេរដាច់ (តាងដោយ  $x$ ) មានលក្ខណៈសម្គាល់ពីរយ៉ាង បន្ថែមពីលក្ខណៈសម្គាល់ទូទៅដែលបានបង្ហាញខាងលើ៖

- តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ  $x$  មានចំនួនកំណត់ (Finite)
- ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ  $x$  ស្មើទៅនឹងតម្លៃណាមួយក៏ដោយ ស្មើនឹងផលចែករវាងចំនួន ១ និងចំនួនតម្លៃទាំងអស់ដែលអាចទៅរួច ( $n$ ) របស់អថេរ  $x$ ។

# បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

---

សម្រាប់អថេរដាច់ (តាងដោយ  $X$ ) ដែលមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន, រូបមន្តសម្រាប់ គណនាតម្លៃរំពឹងទុក និង គម្លាតស្តង់ដារ មានដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i) = \frac{n+1}{2}$$

$$SD(X) = \sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

# បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

---

ឧទាហរណ៍. គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខប្រាំមួយ។ មុខនីមួយៗ មានតម្លៃចាប់ពីលេខមួយ ដល់លេខប្រាំមួយ។ ដូច្នោះ យើងបានព្រឹត្តិការណ៍សាមញ្ញចំនួនប្រាំមួយ។ តើលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងបន្ទាប់ពីការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកដូចម្តេច? តើតម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដាររបស់ “លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងបន្ទាប់ពីការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់” ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ៖ លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងបន្ទាប់ពីការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន។ តម្លៃរំពឹងទុករបស់អថេរ ស្មើនឹង ៣,៥ ហើយ គម្លាតស្តង់ដាររបស់អថេរ ស្មើនឹង ១,៧១។

# បំណែងចែកទ្វេធា

---

អថេរដែលមានបំណែងចែកទ្វេធា មានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម៖

- អថេរនោះ ជាលទ្ធផលជោគជ័យ នៃការពិសោធមួយ ដែលមានការសាកល្បងឯករាជ្យ និងដូចគ្នា (Independent and Identical Trials) ចំនួន  $n$  ដង។
- ការសាកល្បងនីមួយៗ មានលទ្ធផលតែពីរប៉ុណ្ណោះ ដែលឱ្យឈ្មោះថា លទ្ធផលជោគជ័យ និងលទ្ធផលមិនជោគជ័យ។
- ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលការសាកល្បងបង្ហាញលទ្ធផលជោគជ័យ និងប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលការសាកល្បងបង្ហាញលទ្ធផលមិនជោគជ័យ នៅរក្សាដដែលសម្រាប់ការសាកល្បងនីមួយៗ។

# បំណែងចែកទ្វេធា

---

ការពិសោធខាងលើ គឺមានលក្ខណៈស្របតាមនិយមន័យ របស់គណិតវិទូជនជាតិស្វីស

James Bernoulli ។

ខាងក្រោមនេះ ជាឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃការពិសោធដែលស្របតាមនិយមន័យ របស់

James Bernoulli ។

- បុគ្គលិកម្នាក់ ធ្វើដំណើរ ឬមិនធ្វើដំណើរ តាមប្រព័ន្ធដឹកជញ្ជូនសាធារណៈ
- និស្សិតម្នាក់ ដាក់ពាក្យ ឬមិនដាក់ពាក្យ ចូលសិក្សាថ្នាក់អនុបណ្ឌិត

# បំណែងចែកទ្វេធា

សម្រាប់អថេរដាច់ (តាងដោយ  $x$ ) ដែលមានបំណែងចែកទ្វេធា, ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ  $x$  ស្មើទៅនឹងតម្លៃណាមួយ មានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} = \frac{n!}{x! (n - x)!} p^x (1 - p)^{n-x}$$

ក្នុងនោះ៖

- $x$  ជាចំនួនលទ្ធផលជោគជ័យ បន្ទាប់ពីការសាកល្បងចំនួន  $n$  ដង នៅក្នុងការពិសោធន៍
- $n$  ជាចំនួនសរុបនៃការសាកល្បងឯករាជ្យនៅក្នុងការពិសោធន៍
- $p$  ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលការសាកល្បងបង្ហាញលទ្ធផលជោគជ័យ

# បំណែងចែកទ្វេធា

---

ដោយឡែក រូបមន្តសម្រាប់គណនាតម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដារ មានដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = np$$

$$SD(X) = \sqrt{np(1 - p)}$$

ក្នុងនោះ៖

- $n$  ជាចំនួនសរុបនៃការសាកល្បងឯករាជ្យនៅក្នុងការពិសោធមួយ
- $p$  ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលការសាកល្បងបង្ហាញលទ្ធផលជោគជ័យ

# ចំណេញចែកចេញ

---

ឧទាហរណ៍. ឆ្លងកាត់បទពិសោធន៍អតីតកាល អ្នកគ្រប់គ្រងហាងទំនើបសន្មតថា អតិថិជនចំនួនប្រហែល ៧៥% នឹងប្រើ Credit Card ដើម្បីទូទាត់ថ្លៃទំនិញ។ ប្រសិនបើ មានអតិថិជន ៣ នាក់ កំពុងតម្រង់ជួរដើម្បីទូទាត់ថ្លៃទំនិញ, តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអតិថិជនមួយនាក់ ក្នុងចំណោមបីនាក់ ទូទាត់ថ្លៃទំនិញ ដោយប្រើ ប្រាស់ Credit Card ស្មើនឹងប៉ុន្មាន? តើតម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដារ នៃចំនួន អតិថិជន ដែលទូទាត់ថ្លៃទំនិញ ដោយប្រើប្រាស់ Credit Card ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

# ចំណេញចែកទ្វេដង

---

ចម្លើយ.

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអតិថិជនមួយនាក់ ក្នុងចំណោមបីនាក់ ទូទាត់ថ្លៃទំនិញ ដោយប្រើប្រាស់ Credit Card ស្មើនឹង 0,១៤។

តម្លៃរំពឹងទុក នៃចំនួនអតិថិជន ដែលទូទាត់ថ្លៃទំនិញ ដោយប្រើប្រាស់ Credit Card ស្មើ នឹង ២,២៥ ឬ ប្រហែល ២ នាក់។

គម្លាតស្តង់ដារ នៃចំនួនអតិថិជន ដែលទូទាត់ថ្លៃទំនិញ ដោយប្រើប្រាស់ Credit Card ស្មើនឹង 0,៧៥ ឬ ប្រហែល ១ នាក់។

# បញ្ឈប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

---

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងសិក្សាពី បំណែងចែកព័រសុង។