Course: Applied Business Statistics

Week 6

Chapter 3. Discrete Probability Distribution (2)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិធុរកិច្ចអនុវត្តន៍

សប្តាហ៍ទី៦

មេរៀនទី៣. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរដាច់ (២)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

នៅសប្តាហ៍នេះ យើងមានមាតិកាតែមួយប៉ុណ្ណោះ ពោលគឺ៖

- បំណែងចែកព័រសុង

បំណែងចែកព័រសុង

បំណែងចែកព័រសុង មានឈ្មោះតាម គណិតវិទូបារាំងឈ្មោះ Simeon Poisson។

អថេរដាច់ ដែលមានបំណែងចែកព័រសុង ជាចំនួនដងនៃការកើតឡើង (the Number of Occurrences) របស់ព្រឹត្តិការណ៍ជាក់លាក់ណាមួយ (a Specific Event) នៅក្នុងចន្លោះកំណត់ណាមួយនៃពេលវេលា (an Interval of Time) ឬ ក្នុងចន្លោះកំណត់ណាមួយនៃលំហ (an Interval of Space)។

បំណែងចែកពស៊ុង

ប៉ុន្តែ អថេរនោះ ត្រូវគោរពតាមលក្ខខណ្ឌបីយ៉ាង៖

- ចំនួនដងនៃការកើតឡើងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ នៅក្នុងចន្លោះកំណត់នៃពេលវេលាឬលំហ គឺអាចគ្មានដែនកំណត់។
- ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងចន្លោះកំណត់មួយ មានតម្លៃស្មើទៅនឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ដដែលនៅក្នុងចន្លោះកំណត់មួយទៀត ប្រសិនបើចន្លោះកំណត់ទាំងពីរនោះមានទំហំស្មើគ្នា។
- ការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ នៅក្នុងចន្លោះកំណត់ណាក៏ដោយ គឺដោយថៃដន្យ និងឯករាជ្យពីគ្នា។

បំណែងចែកព័រសុង

ដើម្បីយល់ពីគោលគំនិតខាងលើ, យើងអាចពិនិត្យមើលឧទាហរណ៍ខាងក្រោម៖

អថេរ "ចំនួននិស្សិតដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤"

➔ តើអថេរនេះ មានបំណែងចែកព័រសុងដែរឬទេ?

បំណែងចែកពាក្យ

យើងអាចសាកល្បងវិភាគដូចតទៅ៖

១. តើអ្វីជាព្រឹត្តិការណ៍?

➔ ការបោះបង់ការសិក្សារបស់និស្សិត គឺជា ព្រឹត្តិការណ៍។

បំណែងចែកព័ត៌មាន

២. តើព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើងនៅក្នុងចន្លោះកំណត់នៃពេលវេលាឬលំហដែរឬទេ?

➔ ព្រឹត្តិការណ៍នេះ គឺកើតឡើងនៅក្នុងចន្លោះកំណត់ជាក់លាក់មួយនៃពេលវេលា ពោលគឺ ឆ្នាំសិក្សា២០២៤ (ដែលចន្លោះកំណត់នេះ មានរយៈពេល ១២ ខែ)

បំណែងចែកព័រសុង

៣. តើការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងចន្លោះកំណត់នៃពេលវេលា មានន័យយ៉ាងដូចម្តេច?

➔ ការកើតឡើងលើកទីមួយរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា មាននិស្សិតម្នាក់ (ជានិស្សិតទីមួយ) បោះបង់ការសិក្សា។ ការកើតឡើងលើកទីពីររបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា មាននិស្សិតម្នាក់ទៀត (ជានិស្សិតទីពីរ) បោះបង់ការសិក្សា។ ចំនួនដងនៃការកើតឡើងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍អាចគ្មានដែនកំណត់។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកព័ត៌សុខ

៤. តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ មានតម្លៃស្មើទៅនឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ដដែលនៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៥ ដែរឬទេ?

➔ ឆ្នាំសិក្សា២០២៤ និង ឆ្នាំសិក្សា២០២៥ មានចន្លោះស្មើគ្នា ពោលគឺ ១២ ខែ។ ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមាននិស្សិតម្នាក់បោះបង់ការសិក្សានៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ មានតម្លៃស្មើគ្នានឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមាននិស្សិតម្នាក់បោះបង់ការសិក្សានៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៥។

បំណែងចែកព័ស្សុខ

៥. តើការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ ឬឆ្នាំសិក្សាណាក៏ដោយបន្ទាប់ឆ្នាំសិក្សា២០២៤ គឺដោយចៃដន្យដែរឬទេ?

➔ ការបោះបង់ការសិក្សារបស់និស្សិតម្នាក់ៗ គឺដោយចៃដន្យ ព្រោះគ្មាននរណាអាចកំណត់ ឬប៉ាន់ស្មានបានថា និស្សិតរូបណានឹងបោះបង់ការសិក្សានោះទេ។

បំណែងចែកព័ត៌មាន

៦. តើការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ ឬឆ្នាំសិក្សាណាក៏ដោយបន្ទាប់ឆ្នាំសិក្សា២០២៤ គឺឯករាជ្យពីគ្នាដែរឬទេ?

➔ ការសម្រេចចិត្តបោះបង់ការសិក្សារបស់និស្សិតម្នាក់ៗ ឯករាជ្យពីគ្នា ព្រោះការបោះបង់ការសិក្សារបស់និស្សិតម្នាក់ មិននាំឱ្យមានការបោះបង់ការសិក្សារបស់និស្សិតម្នាក់ទៀតនោះទេ។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកព័រសុង

តាមការវិភាគខាងលើ អថេរ "ចំនួននិស្សិតដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤" ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័រសុង។

ប៉ុន្តែត្រង់ចំណុចនេះ មានពីរចំណុចដែលត្រូវកត់សម្គាល់!

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកព័រសុង

១. ចំនួននិស្សិតដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័រសុង។ ប៉ុន្តែ ចំនួននិស្សិតជាមធ្យមដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងមួយឆ្នាំសិក្សា មិនមែនជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័រសុងនោះទេ។

២. ចំនួននិស្សិតដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០២៤ ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័រសុង។ ហើយ ចំនួននិស្សិតដែលបោះបង់ការសិក្សាក្នុងឆ្នាំសិក្សាជាក់លាក់ណាមួយ ក៏ជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័រសុងផងដែរ។

បំណែងចែកព័ស្សុង

យើងនឹងសាកល្បងពិនិត្យមើលឧទាហរណ៍ខាងក្រោមមួយទៀត

អថេរ "ចំនួនដងនៃការរញ្ជួយផែនដីនៅក្នុងប្រទេសមួយ"

តើអថេរនេះ មានបំណែងចែកព័ស្សុងដែរឬទេ?

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកព័រសុខ

យើងអាចសាកល្បងវិភាគដូចតទៅ៖

១. តើអ្វីជាព្រឹត្តិការណ៍?

➔ ការរញ្ជួយផែនដី គឺជា ព្រឹត្តិការណ៍។

បំណែងចែកព័ត៌មាន

២. តើព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើងនៅក្នុងចន្លោះកំណត់នៃពេលវេលាឬលំហដែរឬទេ?

➔ ព្រឹត្តិការណ៍នេះ គឺកើតឡើងនៅក្នុងចន្លោះកំណត់ជាក់លាក់មួយនៃលំហ ពោលគឺប្រទេសមួយ។ យើងមិនដឹងថា ប្រទេសនោះឈ្មោះអ្វីនោះទេ។ យើងអាចតាងប្រទេសនោះ ជាប្រទេស ក។

បំណែងចែកពាស្សុង

៣. តើការកើតឡើងម្ដងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងចន្លោះកំណត់នៃលំហ មានន័យយ៉ាងដូចម្ដេច?

➔ ការកើតឡើងលើកទីមួយរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា មានការរញ្ជួយផែនដីបានកើតឡើងមួយដង (លើកទីមួយ)។ ការកើតឡើងលើកទីពីររបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា មានការរញ្ជួយផែនដីបានកើតឡើងមួយដងទៀត (លើកទីពីរ)។ ចំនួនដងនៃការរញ្ជួយផែនដីនៅក្នុងប្រទេស ក អាចគ្មានដែនកំណត់។

បំណែងចែកព័ត៌មាន

៤. តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងប្រទេស ក មានតម្លៃស្មើទៅនឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ដដែលនៅក្នុងប្រទេស ខ ដែរឬទេ?

➔ មិនស្មើគ្នាទេ! ព្រោះប្រទេស ក និង ប្រទេស ខ មិនអាចមានក្រឡាផ្ទៃស្មើគ្នាទេ។ ហើយការរញ្ជួយផែនដីនៅប្រទេសណាមួយក៏ដោយ គឺ អាស្រ័យលើកត្តាភូមិសាស្ត្ររបស់ប្រទេស។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកព័រសុង

៥. តើការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងប្រទេស ក ឬ ប្រទេសណាក៏ដោយ គឺដោយចៃដន្យដែរឬទេ?

➔ ការរញ្ជួយដីម្តងៗ នៅក្នុងប្រទេស ក ឬ ប្រទេសណាក៏ដោយ គឺដោយចៃដន្យ ព្រោះគ្មាននរណាអាចកំណត់បាននោះទេ បើទោះបីជាគេអាចព្យាករថានឹងមានការរញ្ជួយផែនដីក៏ដោយ។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកព័រសុខ

៦. តើការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងប្រទេស ក ឬប្រទេសណាក៏ដោយ គឺឯករាជ្យពីគ្នាដែរឬទេ?

➔ ការរញ្ជួយដីម្តងៗ មិនឯករាជ្យពីគ្នានោះទេ។ ការរញ្ជួយដីលើកទីមួយ អាចនាំឱ្យមានការរញ្ជួយដីលើកទីពីរ។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកព័ស្រុង

តាមការវិភាគខាងលើ យើងអាចកំណត់បានថា អថេរ "ចំនួនដងនៃការរញ្ជួយផែនដីនៅក្នុងប្រទេសមួយ" មិនមែនជាអថេរដែលមានបំណែងចែកព័ស្រុងនោះទេ។

មូលហេតុមាន ពីរ យ៉ាង!

បំណែងចែកព័រសុង

១. ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងប្រទេសមួយ មិនមានតម្លៃស្មើនឹង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងប្រទេសមួយទៀតនោះទេ ដោយសារក្រឡាផ្ទៃនៃប្រទេសទាំងពីរ (ទំហំនៃចន្លោះកំណត់នៃលំហាចំនួនពីរ) មិនស្មើគ្នា។

២. ការកើតឡើងម្តងៗ របស់ព្រឹត្តិការណ៍មិនឯករាជ្យពីគ្នា។ ការកើតឡើងមួយដងរបស់ព្រឹត្តិការណ៍នឹងនាំឱ្យមានការកើតឡើងមួយដងទៀតរបស់ព្រឹត្តិការណ៍។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកព័រសុង

សម្រាប់អថេរដាច់ (តាងដោយ X) ដែលមានបំណែងចែកព័រសុង, ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X ស្មើទៅនឹងតម្លៃណាមួយ មានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$P(X = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

ក្នុងនោះ លេខ e (អានថា លេខ Euler) ស្មើនឹង ២,៧១៨២៨។

បំណែងចែកព័រសុង

ដោយឡែក រូបមន្តសម្រាប់គណនាតម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដា មានដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = Var(X) = \sigma^2 = \mu$$

$$SD(X) = \sigma = \sqrt{\mu}$$

ក្នុងនោះ សូមកត់សម្គាល់ថា តម្លៃមធ្យម (μ) មានរូបមន្តដូចមធ្យមនព្វន្តដែរ។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកព័រសុង

យើងអាចពិនិត្យមើលចំនួនប្រជាពលរដ្ឋដែលបានដាក់ពាក្យស្នើសុំកម្ចីធនាគារមួយ (ឈ្មោះ ក) ពីឆ្នាំ២០១៨ ដល់ឆ្នាំ២០២២ ដែលមានបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

តាមរយៈសំណុំទិន្នន័យនេះ មធ្យម ស្មើនឹង ១៥។

យើងអាចចោទជាសំណួរថា តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលប្រជាពលរដ្ឋចំនួន ១៥ នាក់ស្នើសុំកម្ចីធនាគារ ក ក្នុងឆ្នាំកំណត់ជាក់លាក់ណាមួយស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ឆ្នាំ	ចំនួនប្រជាពលរដ្ឋ
២០១៨	១០
២០១៩	១៥
២០២០	១៦
២០២១	១៨
២០២២	១៥

បំណែងចែកព័រសុង

ឧទាហរណ៍. ជាមធ្យម មានបេក្ខជន ១000 នាក់ ដាក់ពាក្យចូលបម្រើការងារនៅស្ថាប័នមួយឈ្មោះ ក ក្នុងមួយឆ្នាំ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលបេក្ខជនចំនួន ៩៥0 នាក់ ដាក់ពាក្យចូលបម្រើការងារនៅស្ថាប័ន ក នៅឆ្នាំកំណត់ជាក់លាក់ណាមួយស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

បំណែងចែកព័រសុង

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាអថេរ “ចំនួនបេក្ខជនដែលបានដាក់ពាក្យចូលបម្រើការងារនៅស្ថាប័ន ក ក្នុងឆ្នាំកំណត់ជាក់លាក់ណាមួយ”

តាមប្រធានលំហាត់ អថេរ X ជាអថេរ ដែលមានបំណែងចែកព័រសុង។

បំណែងចែកព័ត៌សុខ

មូលហេតុមានដូចខាងក្រោម៖

១. ការដាក់ពាក្យចូលធ្វើការ របស់បេក្ខជនម្នាក់ៗ គឺស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះកំណត់ជាក់លាក់នៃពេលវេលា (ឆ្នាំជាក់លាក់ណាមួយ)។

២. ការដាក់ពាក្យចូលធ្វើការ របស់បេក្ខជនម្នាក់ៗ គឺឯករាជ្យពីគ្នា និងដោយចៃដន្យ។

បំណែងចែកព័រសុង

តាមប្រធានលំហាត់ អ្វីដែលយើងត្រូវគណនាគឺ៖ P(X=៩៥0)។

តាមរូបមន្ត៖ $P(X = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$

តាមប្រធានលំហាត់ យើងដឹងថា៖

- លេខ e = ២,៧១៨២៨
- x = ៩៥0
- μ = ១000

បំណែងចែកព័រសុង

យើងបាន៖

$$P(X = ៩៥០) = \frac{(២,៧១៨២៨^{-១០០០})\times(១០០០^{៩៥០})}{៩៥០!} = ០,០០៣៦$$

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលបេក្ខជនចំនួន ៩៥០ នាក់ ដាក់ពាក្យចូលបម្រើការងារនៅស្ថាប័ន ក នៅឆ្នាំកំណត់ជាក់លាក់ណាមួយ ស្មើនឹង ០,០០៣៦។

© 2023 Udam Prang

បញ្ចប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងសិក្សាពី បំណែងចែកអ៊ីពែរធរណីមាត្រ។