

Course: Applied Business Statistics

Week 8

Chapter 4. Continuous Probability Distribution (1)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិវិភាគអនុវត្ត

សម្ភារៈទី៤

មេរៀនទី៤. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់ (១)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

១. រំលឹកពីអថេរចៃដន្យជាប់ (Review on Continuous Random Variables)
២. លក្ខណៈទូទៅរបស់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់ (General Features of Continuous Probability Distribution)
៣. តម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដារ (Expected Value and Standard Deviation)
៤. ប្រភេទនៃបំណែងចែក (Types of Continuous Probability Distribution)

១. រំលឹកពីអង្គការថែទាំសុខភាព

អថេរចែងជន្យជាប់

អថេរចែងជន្យជាប់ (ហៅកាត់ថា អថេរជាប់) បង្ហាញជាតម្លៃលេខដែលមិនអាចរាប់បាន ឬ រាប់មិនអស់ (Uncountable Values) ។

ឧទាហរណ៍. សម្រាប់ការប្រឡងដែលមានរយៈពេលសរុប ៦០ នាទី, និស្សិតម្នាក់ៗ អាច ចំណាយរយៈពេលជាក់លាក់មួយ ក្នុងចន្លោះ ៦០ នាទី ដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង។ រយៈពេលនេះ អាចស្មើនឹង ១៥ នាទី និង ១ វិនាទី, ២០ នាទី និង ៣០ វិនាទី, ៣០ នាទី និង ១៥ វិនាទី, ៥០ នាទី និង ១៥ វិនាទី។ល។ តែមិនត្រូវលើសពី ៦០ នាទីឡើយ។

អថេរចែងជន្យជាប់

តាង x ជារយៈពេលដែលនិស្សិតត្រូវចំណាយដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង។

ដូច្នោះ តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់ x មានច្រើនរាប់មិនអស់ ១៥ នាទី និង ១ វិនាទី, ២០ នាទី និង ៣០ វិនាទី, ៣០ នាទី និង ១៥ វិនាទី, ៥០ នាទី និង ១៥ វិនាទី។ល។

→ រយៈពេលដែលនិស្សិតម្នាក់ៗ ត្រូវចំណាយដើម្បីបញ្ចប់ការប្រឡង គឺជា អថេរជាប់។

២. លក្ខណៈទូទៅរបស់បំណែងចែកកម្រិតបរិច្ចាគ របស់អង្គការយូណេស្កូ

លក្ខណៈទីមួយ

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X ស្មើទៅនឹងតម្លៃណាមួយ ត្រូវបានសន្មតថាស្មើនឹងសូន្យ។ នោះគឺ $P(X = x) = 0$ ។

មូលហេតុ៖

- ឧទាហរណ៍ កម្ពស់ គឺជា អថេរជាប់។ យើងមិនអាចប្រាកដចិត្តថា នឹងមានមនុស្សដែលមានកម្ពស់ ១ ម៉ែត្រ ៧០ សង់ទីម៉ែត្រ គត់នោះទេ។ លទ្ធផលដែលយើងទទួលបានពីការវាស់កម្ពស់ គឺជាតម្លៃប្រហែលប៉ុណ្ណោះ។

លក្ខណៈទីពីរ

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់ (X) ឆ្លុះបញ្ចាំងតាមអនុគមន៍មួយដែលហៅថា អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេ (Probability Density Function) ។ នោះគឺ៖ $f(x)$ ។ អនុគមន៍នេះ ប្រែប្រួលទៅតាមប្រភេទនៃបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់។

លក្ខណៈទីពីរ

អនុគមន៍ $f(x)$ មានលក្ខណៈទូទៅពីរយ៉ាង៖

- $f(x)$ មានតម្លៃធំជាងឬស្មើសូន្យ សម្រាប់គ្រប់តម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់របស់អថេរ x ។ នោះគឺ $f(x) \geq 0$ ។
- ក្រឡាផ្ទៃសរុប ដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងរបស់ $f(x)$ (ដែលខ្សែកោងនោះគ្របដណ្តប់លើតម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់របស់អថេរ x) មានតម្លៃស្មើនឹងមួយ។

នោះគឺ
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$
 ។

លក្ខណៈទីបី

តាមរយៈអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេ $f(x)$ យើងអាចកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មានតម្លៃតូចជាងឬស្មើតម្លៃជាក់លាក់ណាមួយ
- ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មានតម្លៃធំជាងឬស្មើតម្លៃជាក់លាក់ណាមួយ
- ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មានតម្លៃស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះតម្លៃជាក់លាក់ណាមួយ

លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រភេទទី១

សន្មតថា តម្លៃជាក់លាក់នោះ គឺ a ។ $f(x)$ ជួយឱ្យយើងអាចកំណត់បាននូវតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មានតម្លៃតូចជាងឬស្មើតម្លៃ a ។ នោះគឺ $P(X \leq a)$ ។

ក្នុងនោះ រូបមន្តត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

$$P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រភេទទី១



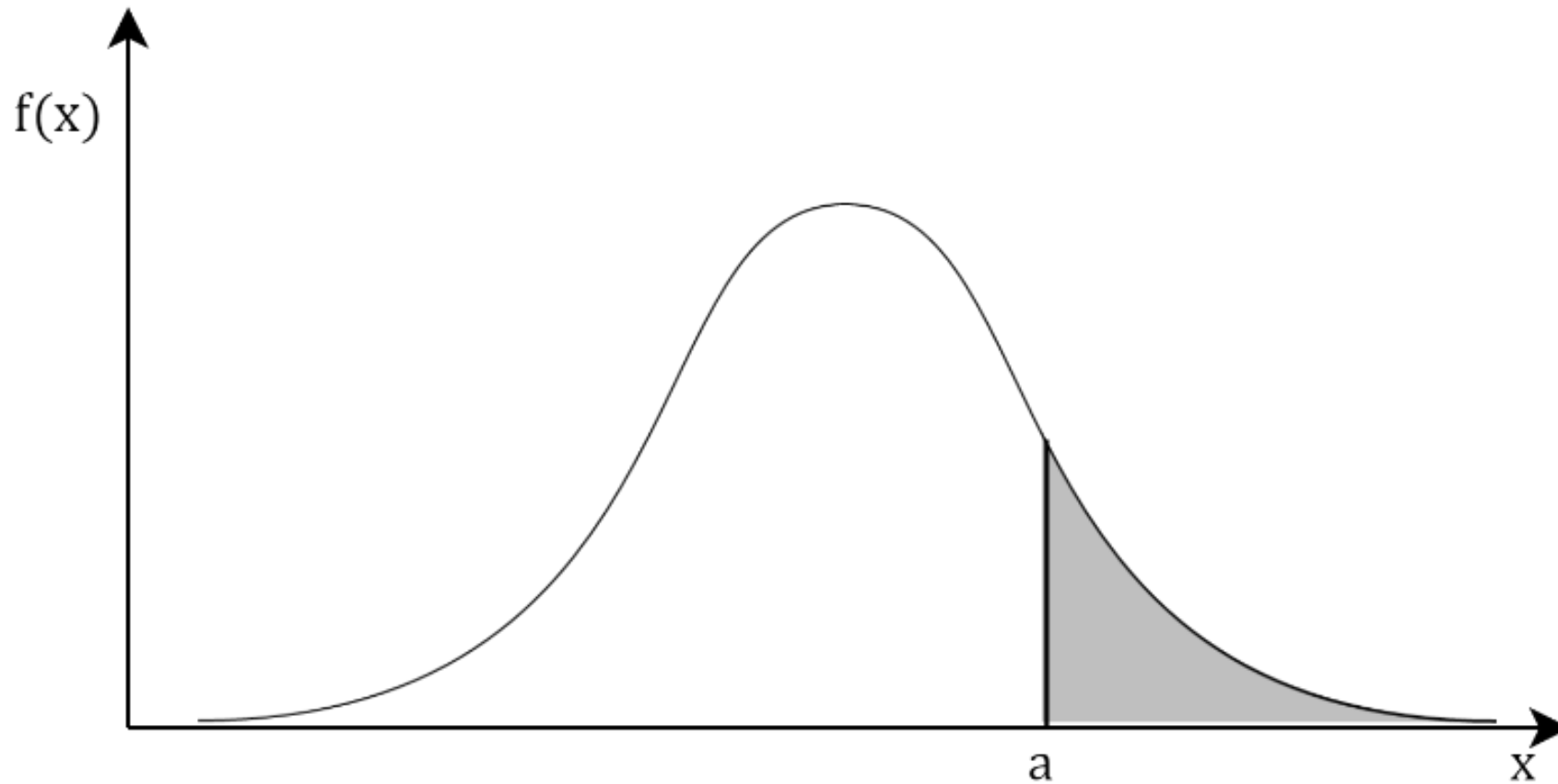
លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រភេទទី២

សន្មតថា តម្លៃជាក់លាក់នោះ គឺ a ។ $f(x)$ ជួយឱ្យយើងអាចកំណត់តម្លៃ $P(X \geq a)$ ។

ក្នុងនោះ រូបមន្តត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

$$P(X \geq a) = \int_a^{+\infty} f(x) dx$$

លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រភេទទី២



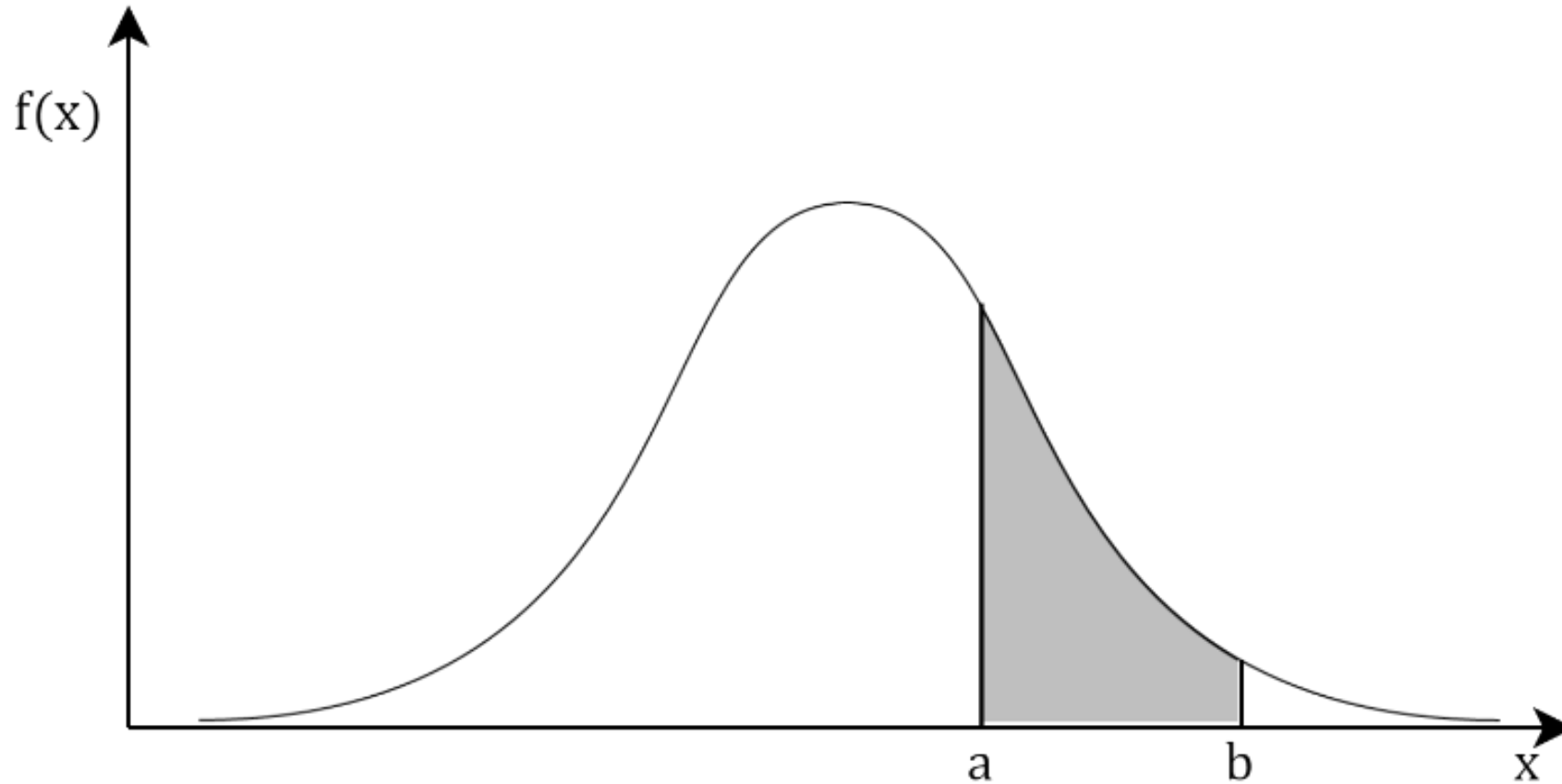
លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រភេទទី៣

សន្មតថា ចន្លោះតម្លៃជាក់លាក់មួយ គិតចាប់ពីតម្លៃ a ដល់ តម្លៃ b ដែលតម្លៃ a តូចជាង តម្លៃ b ។ $f(x)$ ជួយឱ្យយើងអាចកំណត់បាននូវតម្លៃ $P(a \leq X \leq b)$ ។

ក្នុងនោះ រូបមន្តត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

លក្ខណៈទីបី៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រីត្តិការណ៍ប្រភេទទី៣



៣. តម្លៃព័ត៌មាន និងគម្លាតស្តង់ដារ

តម្លៃរំពឹងទុក

តម្លៃរំពឹងទុក របស់អថេរ X តាងដោយ $E(X)$ និងមានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

គម្លាតស្តង់ដារ

គម្លាតស្តង់ដារ របស់អថេរ X តាងដោយ $SD(X)$ និងមានរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$SD(X) = \sqrt{Var(X)} = \sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx}$$

ឧទាហរណ៍

តាង x ជាអថេរ “រយៈពេលដែលមនុស្សម្នាក់ត្រូវរង់ចាំជណ្តើរយន្ត”។ សន្មតថា រយៈពេលយូរ
បំផុតដែលគាត់ត្រូវរង់ចាំជណ្តើរយន្ត គឺ បី នាទី។ ដូច្នោះ តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ x គឺ គិត
ចាប់ពីសូន្យនាទី រហូតដល់ ពីរនាទី។

គេឱ្យអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់ x ដូចខាងក្រោម៖

- ក្នុងករណី $0 \leq x \leq 1$ អនុគមន៍ $f(x) = x$ ។
- ក្នុងករណី $1 \leq x \leq 2$ អនុគមន៍ $f(x) = x - 2$ ។
- ក្នុងករណីផ្សេងទៀត អនុគមន៍ $f(x) = 0$ ។

ចូរកំណត់តម្លៃរំពឹងទុករបស់អថេរ x ។

ឧទាហរណ៍

តាមរូបមន្ត តម្លៃរំពឹងទុករបស់អថេរជាប់ X ៖

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

ឧទាហរណ៍

យើងបាន៖

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot x dx + \int_1^2 x \cdot (x - 2) dx$$

$$E(X) = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (x^2 - 2x) dx = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 9$$

ឧទាហរណ៍

ដូច្នោះ តម្លៃរំពឹងទុករបស់អថេរ X ស្មើនឹងមួយនាទី។

នេះមានន័យថា យើងបានស្មានថា មនុស្សម្នាក់នឹងត្រូវរង់ចាំជណ្តើរយន្តរយៈពេល ជាមធ្យម មួយនាទី ទម្រាំជណ្តើរយន្តមកដល់។

៤. ប្រភេទបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ របស់អថេរចាស់

ប្រភេទបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរចាស់

មាន ប្រាំ ប្រភេទសំខាន់ៗ៖

- បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន (Uniform Distribution)
- បំណែងចែកធម្មតា (Normal Distribution)
- បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ (Standard Normal Distribution)
- បំណែងចែកអក្សរ T (T Distribution)
- បំណែងចែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល (Exponential Distribution)

បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

អថេរជាប់ (តាងដោយ x) ដែលមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន មានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម៖

- តម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់ របស់អថេរ x គឺស្ថិតនៅលើចន្លោះកំណត់មួយ តាងដោយ $[a, b]$ ។ ក្នុងនោះ មិនមានតម្លៃណាមួយ ដែលនឹងអាចកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេនោះទេ។
- ខ្សែកោងអនុគមន៍ $f(x)$ ជាបន្ទាត់ត្រង់ ដែលគ្របដណ្តប់លើចន្លោះពី a ទៅ b ។

បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

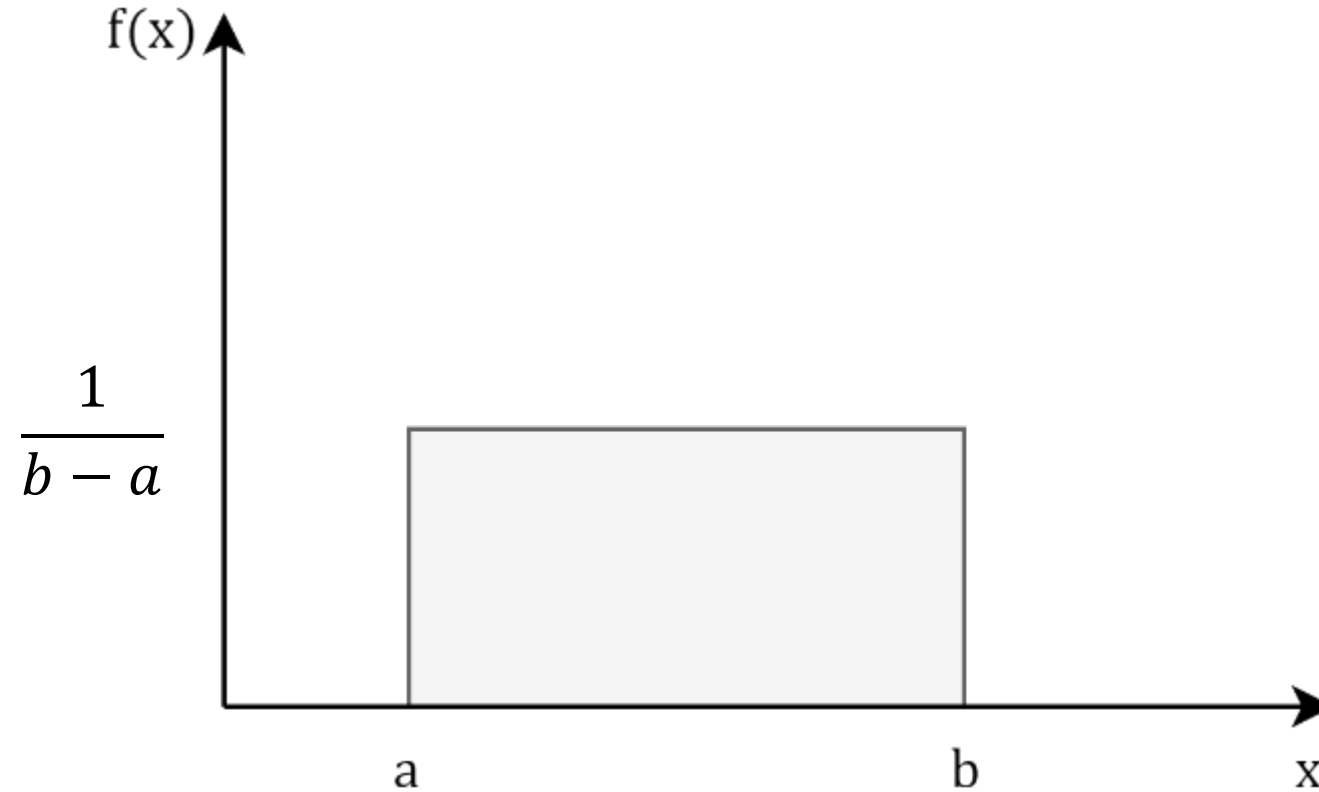
ហេតុដូច្នេះ អនុគមន៍ $f(x)$ មានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = \frac{1}{b - a}$$

ម្យ៉ាងទៀត ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មានតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះ a និង b ស្មើនឹងមួយ។ នោះគឺ៖ $P(a \leq X \leq b) = 1$ ។

អថេរជាប់ ដែលមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន មានដូចជា ចំណូលពីការលក់, រយៈពេលប្រឡូង, រយៈពេលដឹកជញ្ជូន និង រយៈពេលហោះហើរ។

បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន



បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

តាមរយៈលក្ខណៈដែលបានបង្ហាញខាងលើ រូបមន្តសម្រាប់គណនាតម្លៃរំពឹងទុក និង គម្លាតស្តង់ដារ ត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = \mu = \frac{a + b}{2}$$

$$SD(X) = \sigma = \sqrt{\frac{(b - a)^2}{12}}$$

បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

ឧទាហរណ៍. អាជីវករម្នាក់កំពុងធ្វើការព្យាករចំណូលពីការលក់នៅខែក្រោយ របស់គាត់។ ផ្អែកតាមសំណុំទិន្នន័យដែលគាត់មាន, គាត់កត់សម្គាល់ថា ចំណូលពីការលក់របស់គាត់ស្របតាមបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន។ ក្នុងនោះ: ចំណូលទាបបំផុតស្មើនឹង ២៥០០ ដុល្លារ រីឯ ចំណូលខ្ពស់បំផុតស្មើនឹង ៥០០០ ដុល្លារ។ តើតម្លៃរំពឹងទុក និង គម្លាតស្តង់ដាររបស់ចំណូលពីការលក់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន? តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំណូលពីការលក់របស់គាត់មានចំនួនលើស ៤០០០ ដុល្លារ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ៖

$$E(X) = ៣៧៥០ \text{ ដុល្លារ} \mid SD(X) = ៧២១,៦៩ \text{ ដុល្លារ} \mid P(៤០០០ \leq X \leq ៥០០០) = ០,៤$$

បញ្ចប់មេរៀនត្រីមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងសិក្សាពីបំណែងចែកធម្មតានិងបំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ។