

Course: Applied Business Statistics

Week 9

Chapter 4. Continuous Probability Distribution (2)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិវិភាគអនុវត្ត

សម្ភារៈទី៤

មេរៀនទី៤. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អថេរជាប់ (២)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

បំណែងចែកធម្មតា

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

បំណែងចែកធម្មតា

អថេរជាប់ (តាងដោយ X) ដែលមានបំណែងចែកធម្មតា មានលក្ខណៈសម្គាល់សំខាន់ៗ ពីរយ៉ាង។

លក្ខណៈទីមួយ៖

- តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ X អាចមានតម្លៃអវិជ្ជមាននិងតម្លៃវិជ្ជមាន ព្រមទាំងមិនស្ថិតនៅក្នុងព្រំដែនតម្លៃជាក់លាក់ណាមួយនោះទេ។ ហេតុដូច្នេះនេះ តម្លៃដែលអាចទៅរួចរបស់អថេរ X ដែលមានបំណែងចែកធម្មតា ស្ថិតនៅចន្លោះ $[-\infty; +\infty]$ ។ ម្យ៉ាងទៀត តម្លៃរំពឹងទុក (ឬមធ្យម) មេដ្យាន និងម៉ូដ មានតម្លៃស្មើគ្នា។

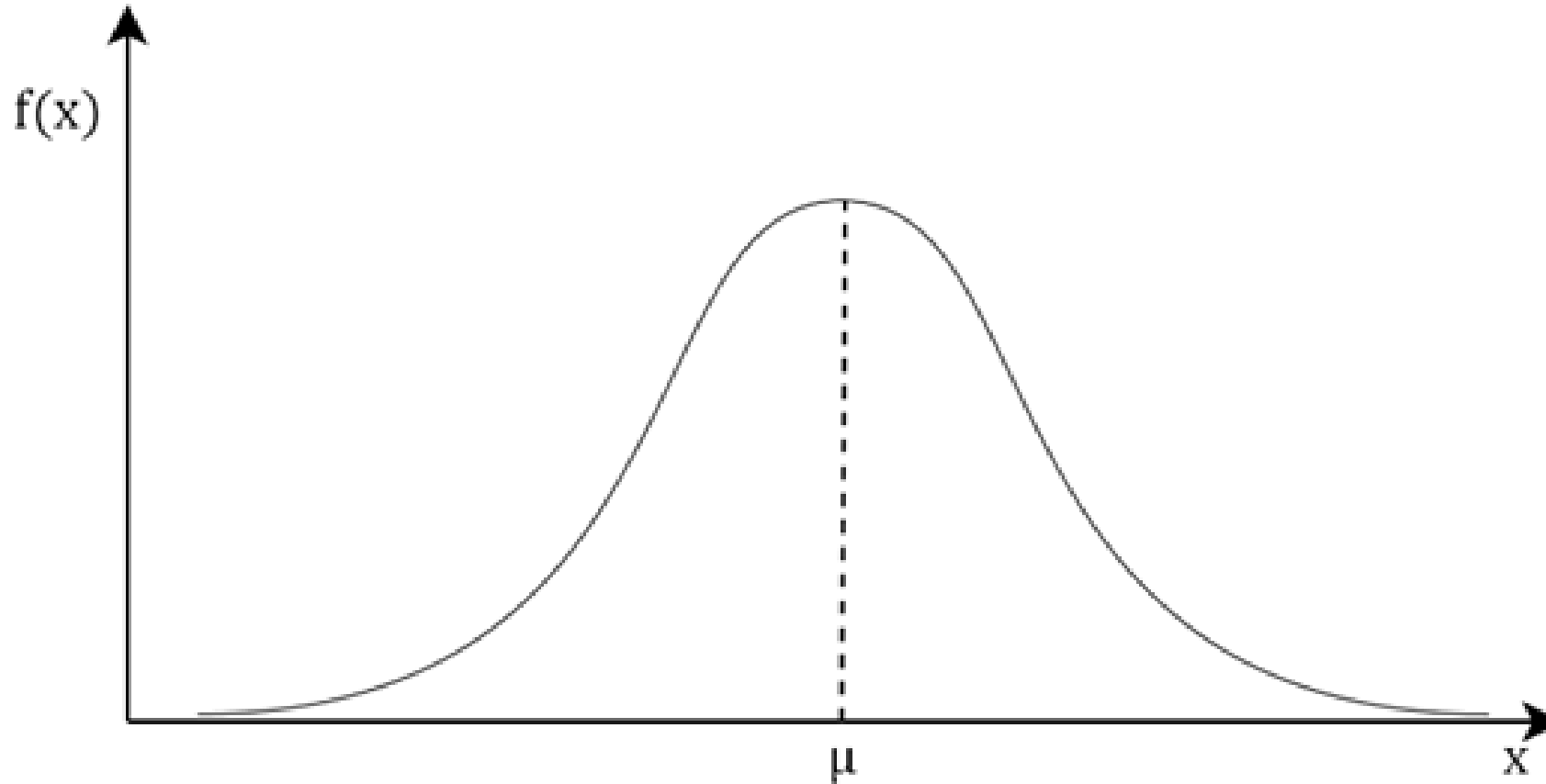
បំណែងចែកធម្មតា

លក្ខណៈទីពីរ៖

- ខ្សែកោងអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេ $f(x)$ មានរាងជាជួង (Bell-shaped) ដែលមានមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូដ ជាចំណុចកណ្តាលខ្សែកោង។
- ក្នុងនោះ អនុគមន៍ $f(x)$ មានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

បំណែងចែកធម្មតា

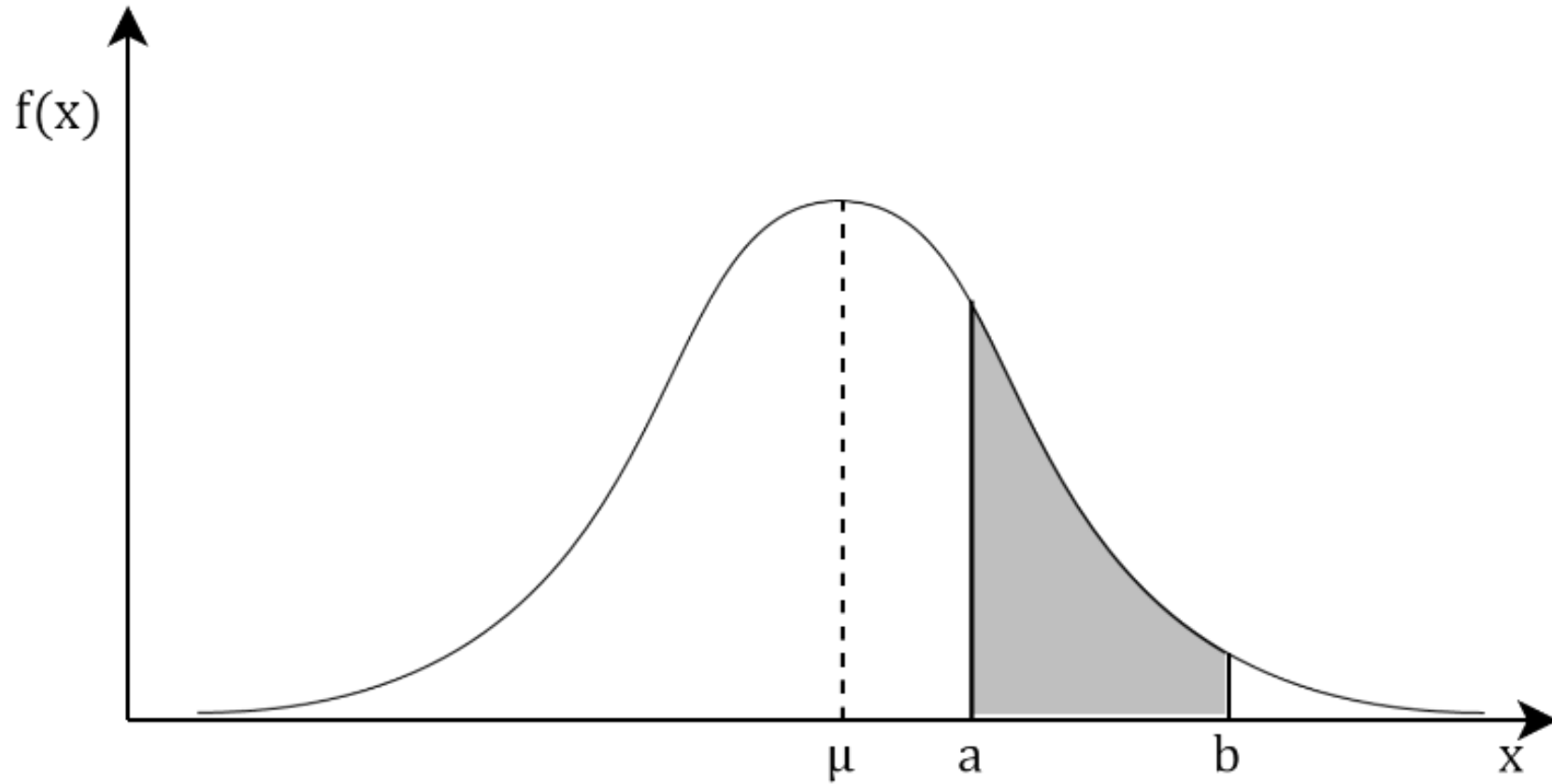


បំណែងចែកធម្មតា

តាមរយៈអនុគមន៍ $f(x)$ យើងអាចគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ X មាន តម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះតម្លៃ a និង តម្លៃ b តាមរូបមន្តខាងក្រោម៖

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

បំណែងចែកធម្មតា



បំណែងចែកធម្មតា

ក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្តែង យើងអាចប្រើប្រាស់កម្មវិធីកុំព្យូទ័រជាជំនួយ។

ក្នុងករណី Microsoft Excel យើងអាចគណនាតម្លៃ $P(X \leq x)$ ដោយប្រើប្រាស់រូបមន្តខាងក្រោម៖

$$= \text{norm.dist}(x, \mu, \sigma, 1)$$

បំណែងចែកធម្មតា

ដោយឡែក រូបមន្តសម្រាប់គណនាតម្លៃរំពឹងទុក និងគម្លាតស្តង់ដារត្រូវបានសម្រួលដូចខាងក្រោម៖

$$E(X) = \mu$$

$$SD(X) = \sigma$$

បំណែងចែកធម្មតា

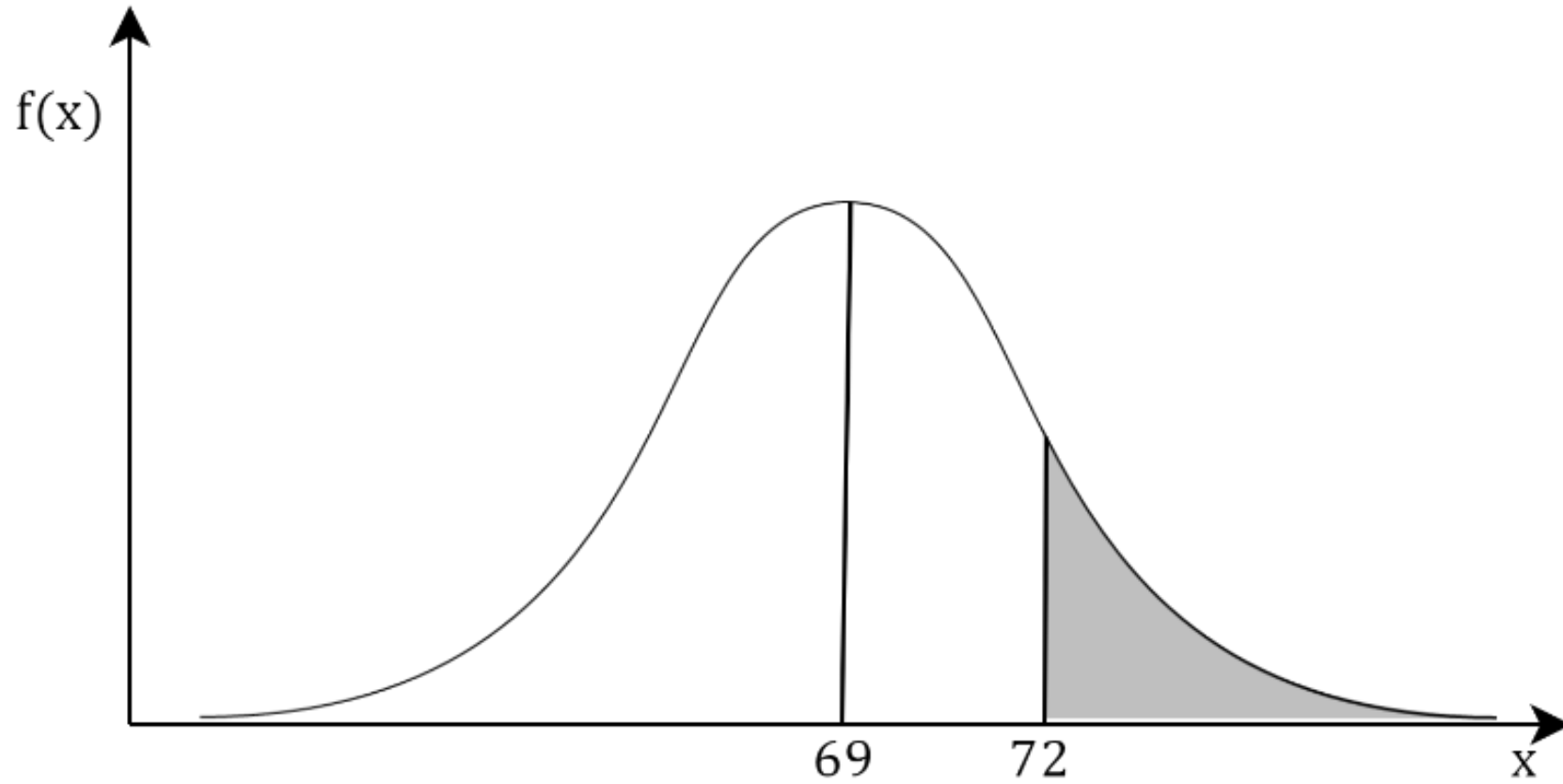
ឧទាហរណ៍. ការវាយតម្លៃមួយ បានបង្ហាញថា មនុស្សប្រុស មានកម្ពស់ ជាមធ្យម ៦៩ Inch ដោយមានគម្លាតស្តង់ដារស្មើនឹង ២,៨ Inch។ សន្មតថា អថេរ “កំពស់មនុស្សប្រុស” តាងដោយ X និងមានបំណែងចែកធម្មតា។ ចូរកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សប្រុសត្រូវឱនចុះនៅពេលដែលដើរឆ្លងកាត់ទ្វារដែលមានកម្ពស់ ៧២ Inch។

បំណែងចែកធម្មតា

តាមប្រធានលំហាត់ អ្វីដែលយើងត្រូវកំណត់ គឺ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្ស
ប្រុសត្រូវឱនចុះនៅពេលដែលដើរឆ្លងកាត់ទ្វារដែលមានកម្ពស់ ៧២ Inch ។

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះ មានទម្រង់ $P(X > 72)$ ។

បំណែងចែកធម្មតា



បំណែងចែកធម្មតា

តាមគោលការណ៍អាំងតេក្រាល យើងបាន៖

$$P(X > 72) = P(72 < X \leq +\infty) = \int_{72}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

បំណែងចែកធម្មតា

យើងនឹងមិនគណនាតាមវិធីសាស្ត្រអាំងតេក្រាលឡើយ។

យើងនឹងគណនាដោយប្រើ Microsoft Excel ជាជំនួយ។

ប៉ុន្តែ តាមកម្មវិធី Microsoft Excel យើងមិនអាចគណនា $P(X > ៧២)$ នោះទេ។

បំណែងចែកធម្មតា

ប៉ុន្តែតាមវិធានបំពេញ យើងដឹងថា៖

$$P(X > 72) = 1 - P(X \leq 72)។$$

ហេតុដូច្នេះ នៅក្នុងកម្មវិធី Microsoft Excel អ្វីដែលយើងត្រូវគណនាគឺ $P(X \leq 72)។$

យើងបញ្ចូលរូបមន្តខាងក្រោម៖

$$= \text{norm.dist}(72, 69, 2.8, 1)$$

យើងនឹងទទួលបានចម្លើយ 0,៨៥៨០។

បំណែងចែកធម្មតា

យើងបាន៖

$$P(X > ៧២) = ១ - P(X \leq ៧២) = ១ - ០,៨៥៨០ = ០,១៤២០$$

ដូច្នេះ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សប្រុសត្រូវឱនចុះនៅពេលដែលដើរឆ្លងកាត់
ទ្វារដែលមានកម្ពស់ ៧២ Inch ស្មើនឹង ០,១៤២០។

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ (ឬហៅកាត់ថា បំណែងចែកអក្សរ Z) គឺជា ប្រភេទមួយនៃ បំណែងចែកធម្មតា។

អថេរជាប់ដែលមានបំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ ត្រូវបានតាងដោយ Z ។

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ មានលក្ខណៈពិសេសពីរយ៉ាង៖

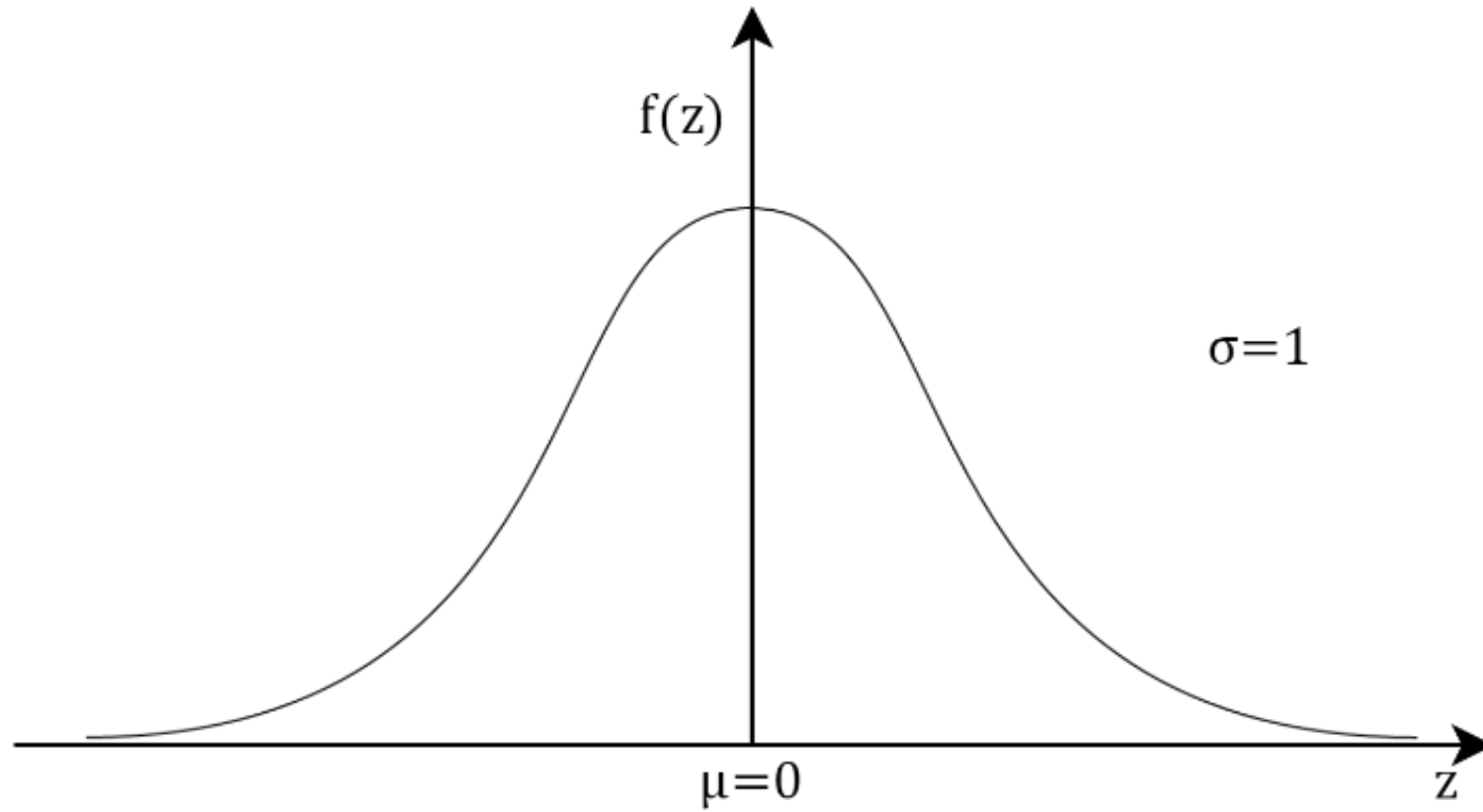
- មធ្យម ស្មើនឹង សូន្យ។ នោះគឺ៖ $E(Z) = \mu = 0$ ។
- គម្លាតស្តង់ដារ ស្មើនឹង មួយ។ នោះគឺ៖ $SD(Z) = \sigma = 1$ ។

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

ដោយឡែក អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេ $f(z)$ មានរាងដូចខាងក្រោម៖

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ



បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

តាមរយៈអនុគមន៍ $f(z)$ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ Z មានតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះ តម្លៃ a និង តម្លៃ b ត្រូវបានកំណត់តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$P(a \leq Z \leq b) = \int_a^b f(z) dz = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

ក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្តែង យើងអាចប្រើប្រាស់កម្មវិធីកុំព្យូទ័រជាជំនួយ។

ក្នុងករណី Microsoft Excel យើងអាចគណនាតម្លៃ $P(Z \leq z)$ ដោយប្រើប្រាស់រូបមន្តខាងក្រោម៖

$$=norm.s.dist(z, 1)$$

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

តាមរយៈរូបមន្តនេះ យើងអាចបង្កើតជាតារាងសង្ខេបមួយ ហៅថា តារាងបំណែងចែក
ប្រូបាប៊ីលីតេធម្មតាស្តង់ដារ (ឬ តារាង Z) ដើម្បីផ្តល់ភាពងាយស្រួលក្នុងការកំណត់តម្លៃ
 $P(Z \leq z)$ ។

តារាងនេះ ជាឧបសម្ព័ន្ធនៃឯកសារមេរៀននេះ។

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

របៀបមើលតារាង Z:

- សន្មតថា យើងចង់ស្វែងរក $P(Z \leq -0,50)$ ។

ជំហានទីមួយ

- យើងត្រូវស្វែងរកតម្លៃ $-0,5$ ដែលនៅជួរឈរទីមួយនៃតារាង

ជំហានទីពីរ

- យើងត្រូវស្វែងរកតម្លៃ $0,00$ ដែលនៅជួរដេកទីមួយនៃតារាង

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

ជំហានទីបី៖

- ចម្លើយគឺជាតម្លៃ ដែលស្ថិតនៅទីប្រសព្វគ្នារវាងជួរដេករបស់តម្លៃ $-៣,៥$ និងជួរឈររបស់តម្លៃ $០,០៣$ នោះ។
- នោះគឺ $០,០០២$ ។

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
-3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

ឧទាហរណ៍. ដោយប្រើប្រាស់តារាងបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេធម្មតាស្តង់ដារ ចូរកំណត់
តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ៖ $P(Z \leq -1,5)$ និង $P(Z > 2)$ ។

ចម្លើយ៖ $P(Z \leq -1,5) = 0,0668$ ហើយ $P(Z > 2) = 0,0028$

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

យើងក៏អាចប្រើប្រាស់តារាង z ដើម្បីសិក្សាលើអថេរជាប់ x ដែលមានបំណែងចែកធម្មតា ផងដែរ។

យើងត្រូវបំប្លែង តម្លៃរបស់អថេរជាប់ x ដែលមានបំណែងចែកធម្មតា ទៅជា តម្លៃរបស់ អថេរជាប់ z ដែលមានបំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ ដោយប្រើរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$z = \frac{x - E(X)}{SD(X)} = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

បំណែងចែកធម្មតាស្តង់ដារ

ឧទាហរណ៍. ក្រុមហ៊ុន A បានប៉ាន់ស្មានថា អតិថិជននឹងអាចប្រើប្រាស់សំបកកង់រថយន្តរបស់ខ្លួនបានចម្ងាយ ៣៦ ៥០០ គីឡូម៉ែត្រ ជាមធ្យម ដោយមានគម្លាតស្តង់ដារស្មើនឹង ៥ ០០០ គីឡូម៉ែត្រ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអតិថិជននឹងអាចប្រើប្រាស់សំបកកង់រថយន្តផលិតដោយក្រុមហ៊ុន A បានចម្ងាយលើសពី ៤០ ០០០ គីឡូម៉ែត្រស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអតិថិជននឹងអាចប្រើប្រាស់សំបកកង់រថយន្តបានចម្ងាយលើសពី ៤០ ០០០ គីឡូម៉ែត្រ ស្មើនឹង ០,២៤២០។

បញ្ចប់មេរៀនត្រីមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងសិក្សាពីបំណែងចែកអក្សរ T និងបំណែងចែក
អុីចស្ទ្រូណង់ស្យែល។