Course: Applied Business Statistics

Week 10

Chapter 4. Continuous Probability Distribution (3)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិធុរកិច្ចអនុវត្តន៍

សប្តាហ៍ទី១០

មេរៀនទី៤. បំណែងចែកប្រូបាបីលីតេរបស់អថេរដាច់ (៣)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

បំណែងចែកអក្សរ T

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T

បំណែងចែកអក្សរ T ត្រូវបានស្នើឡើងដំបូងដោយស្ថិតិវិទូជនជាតិអង់គ្លេសឈ្មោះ William S. Gossett។

អថេរជាប់ ដែលមានបំណែងចែកអក្សរ T ត្រូវបានតាងដោយអក្សរ T និងមានលក្ខណៈស្រដៀងគ្នានឹង អថេរជាប់ ដែលមានបំណែងចែកអក្សរ Z ផងដែរ។

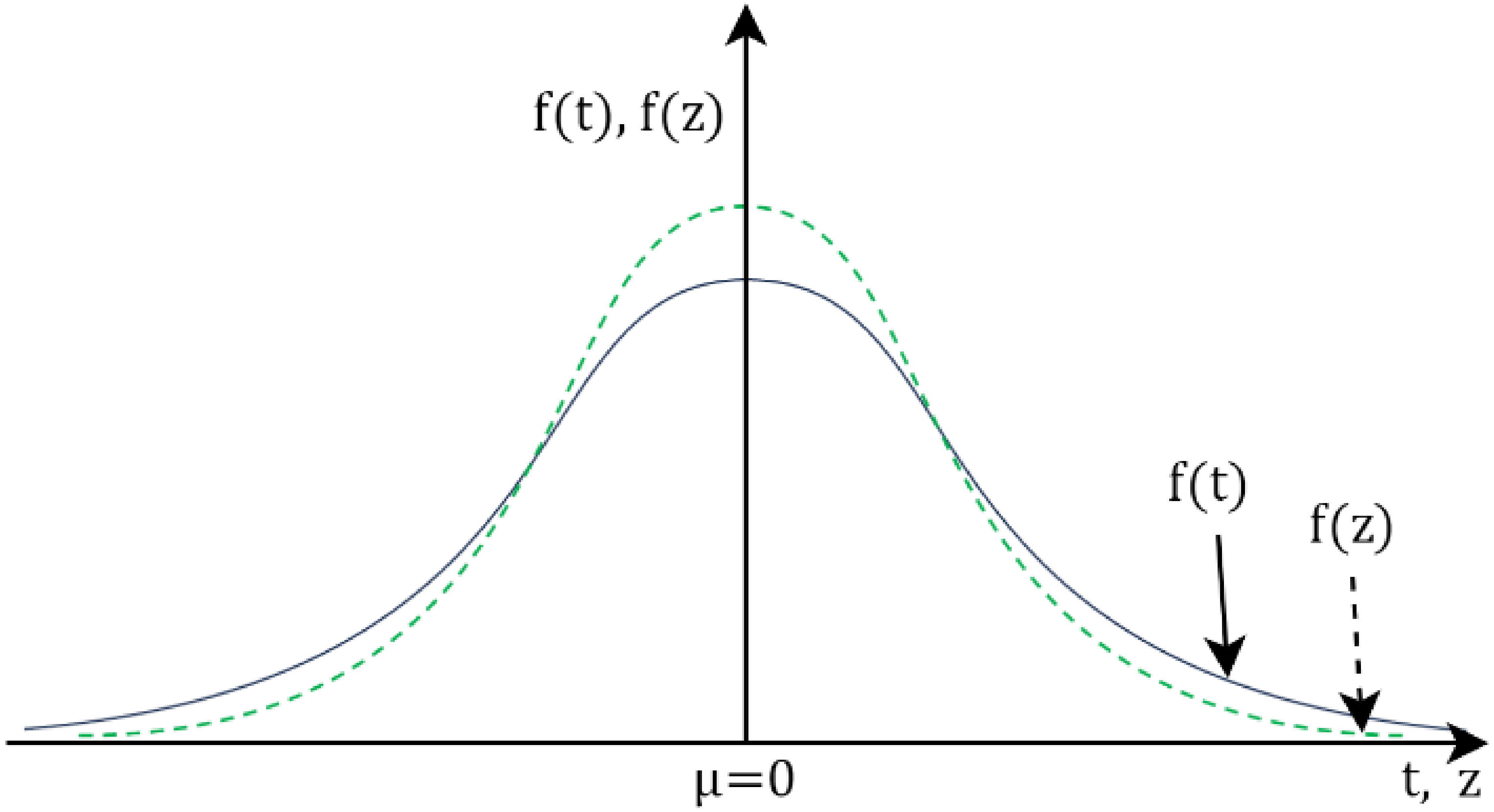
បំណែងចែកអក្សរ T

ខ្សែកោងអនុគមន៍ f(t) មានរាងជាជួងដូចនឹង ខ្សែកោងអនុគមន៍ f(z) ប៉ុន្តែ

- កំពូលនៃខ្សែកោងអនុគមន៍ f(t) មានលក្ខណៈទាបជាង កំពូលនៃខ្សែកោងអនុគមន៍ f(z)។
- ចុងទាំងសងខាងនៃខ្សែកោងអនុគមន៍ f(t) មានលក្ខណៈខ្ពស់ជាងនិងវែងជាង ចុងទាំងសងខាងនៃខ្សែកោងអនុគមន៍ f(z)។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T



© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T

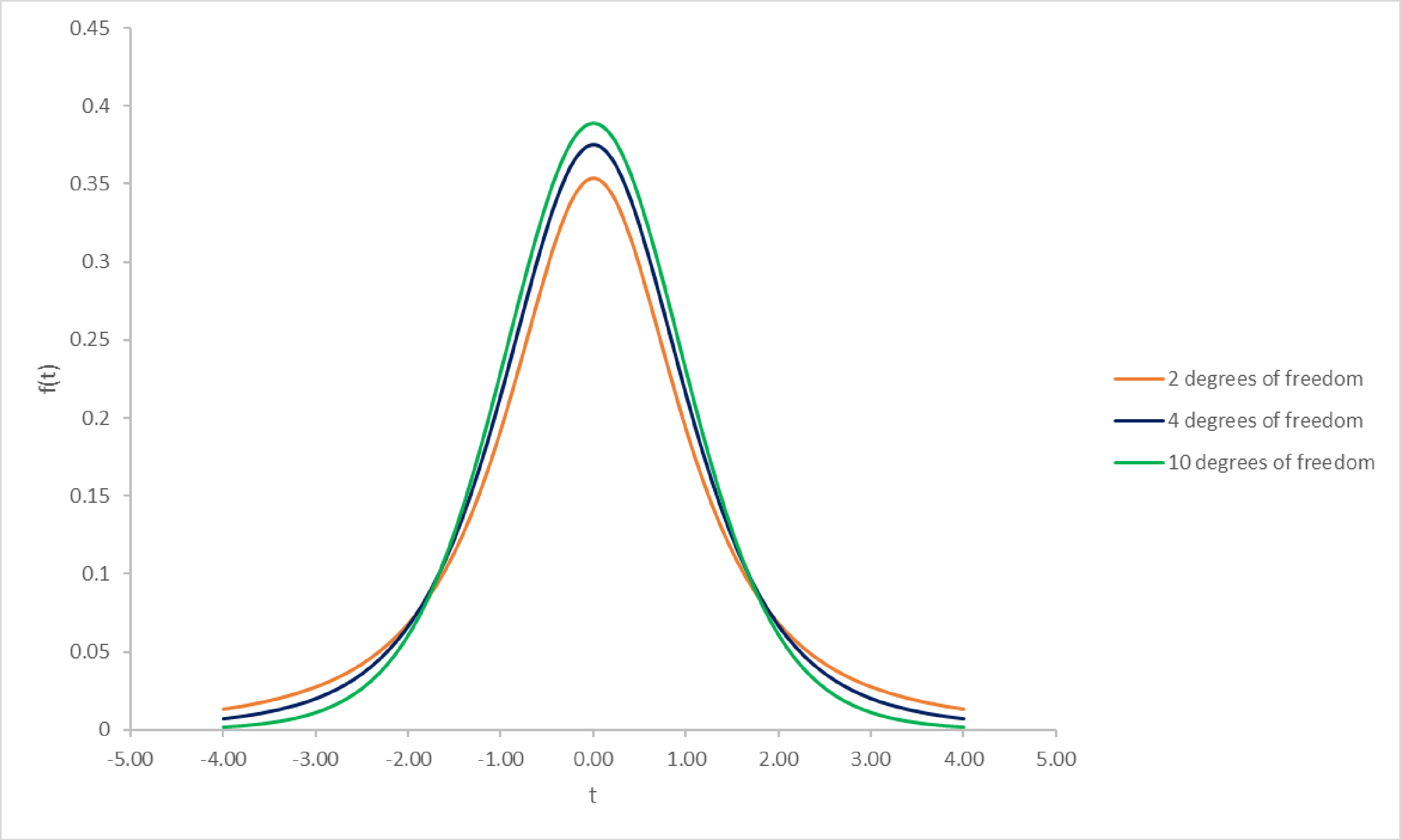
ការសិក្សាលើអថេរដាច់ ដែលមានបំណែងចែកអក្សរ T ត្រូវផ្អែកលើតម្លៃមួយ ដែលហៅតាមពាក្យបច្ចេកទេសថាជា កម្រិតសេរី (Degree of Freedom) តាងដោយ df។

តម្លៃ df បានមកពីផលដករវាងទំហំគំរូនិងចំនួនមួយ។

នោះគឺ៖ $df = n - 1$។

ដោយសារតែតម្លៃនេះ ខ្សែកោងអនុគមន៍ f(t) មានច្រើនទម្រង់ ហើយអនុគមន៍ f(t) ជាញឹកញាប់ ត្រូវបានសរសេរជាទម្រង់បែបនេះជំនួសវិញ៖ $f(t_{df})$។

បំណែងចែកអក្សរ T



© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T

ទន្ទឹមនេះ អនុគមន៍ $f(t_{df})$ ក៏មានច្រើនទម្រង់ផងដែរ (Ahsanullah, Kibria, & Shakil, 2014)។

មេរៀននេះ បង្ហាញតែមួយទម្រង់ប៉ុណ្ណោះ។ នោះគឺ៖

$$f(t_{df}) = \frac{1}{\sqrt{df}\,\beta\left(\frac{df}{2},\frac{1}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{df}\right)^{\frac{-(1+df)}{2}}$$

ក្នុងនោះ $\beta(.\,,.)$ ជាអនុគមន៍បេតា (Beta Function) ដែល $\beta(a,b) = \frac{(a-1)!(b-1)}{(a+b-1)!}$ ។

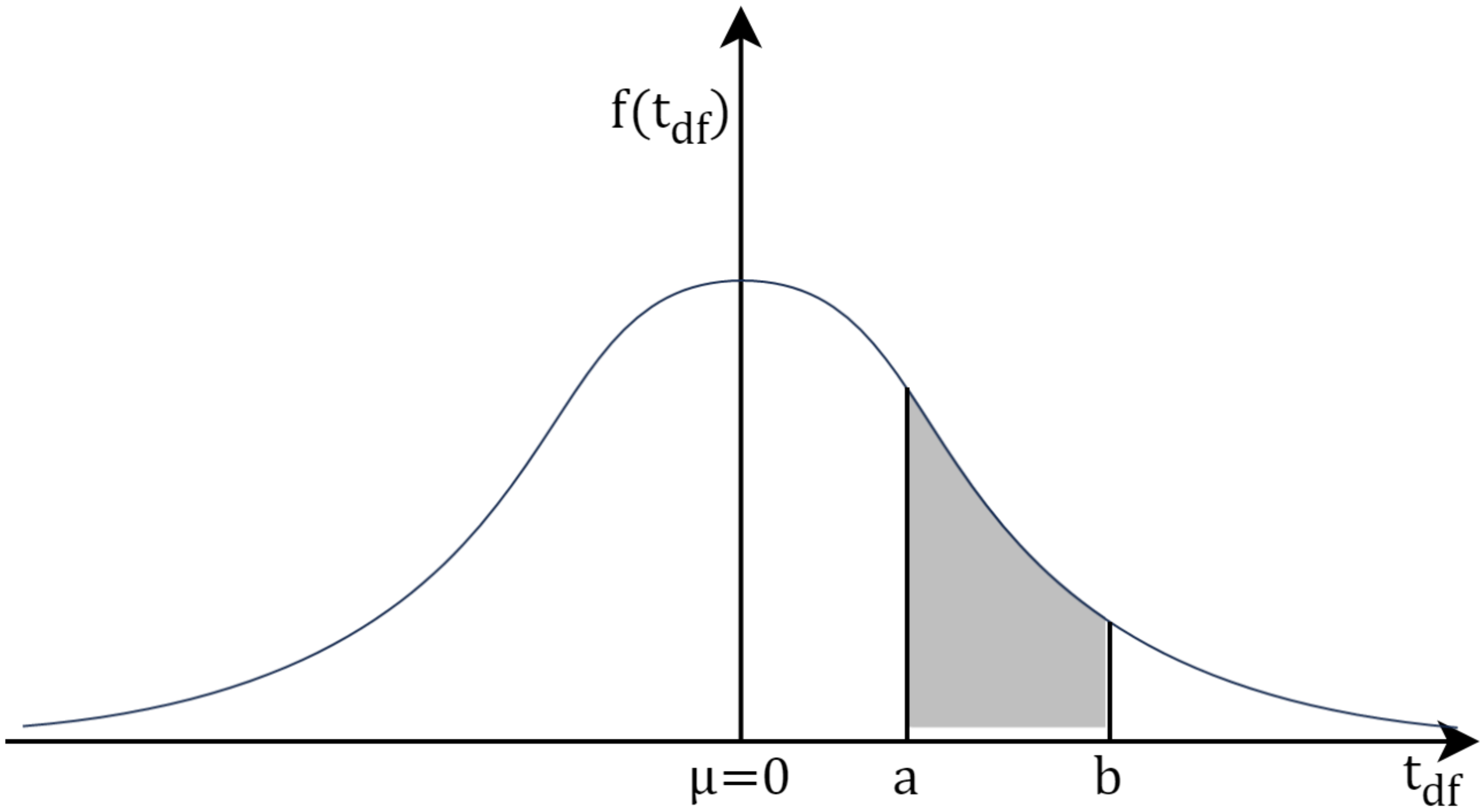
បំណែងចែកអក្សរ T

តាមរយៈអនុគមន៍ $f(t_{df})$ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអថេរ T_{df} មានតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះតម្លៃ a និង តម្លៃ b ត្រូវបានកំណត់តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$P\left(a \leq T_{df} \leq b\right) = \int_{a}^{b} f(t_{df})\, dt = \int_{a}^{b} \frac{1}{\sqrt{df}\,\beta\left(\frac{df}{2},\frac{1}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{df}\right)^{\frac{-(1+df)}{2}} dt$$

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T



© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអក្សរ T

ក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្តែង យើងអាចប្រើប្រាស់កម្មវិធីកុំព្យូទ័រជាជំនួយ។

ក្នុងករណី Microsoft Excel យើងអាចគណនាតម្លៃ $P(T \leq t)$ និង $P(T \geq t)$ ដោយប្រើរូបមន្តខាងក្រោម៖

ប្រូបាប៊ីលីតេ	រូបមន្តក្នុង Microsoft Excel
$P(T \leq t)$	=t.dist(t, df, 1)
$P(T \geq t)$	=t.dist.rt(t, df)

© 2023 Udam Prang

Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកអក្សរ T

ជាទូទៅ យើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ T ដើម្បីធ្វើការប៉ាន់ស្មានតម្លៃមធ្យមសាកលស្ថិតិ (μ) និងដើម្បីធ្វើតេស្តសម្មតិកម្មផ្សេងៗ។

នេះជាកម្មវត្ថុនៃការសិក្សានៅក្នុងមេរៀនបន្ទាប់ទៀត។

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

អថេរជាប់ (តាងដោយ X) ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជា ចន្លោះពេល (Time Interval) ឬ ចន្លោះលំហ (Space Interval) រវាងការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍មួយ។

© 2023 Udam Prang
Not For Citation | For Educational Purposes Only

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉្លូណាច់សៀល

ដើម្បីយល់ពីគោលគំនិតនេះ យើងអាចពិនិត្យមើលឧទាហរណ៍ដូចខាងក្រោម៖

"ឡានក្រុងមកដល់ចំណុតឡានក្រុង"

ខាងលើនេះ គឺជា ព្រឹត្តិការណ៍!

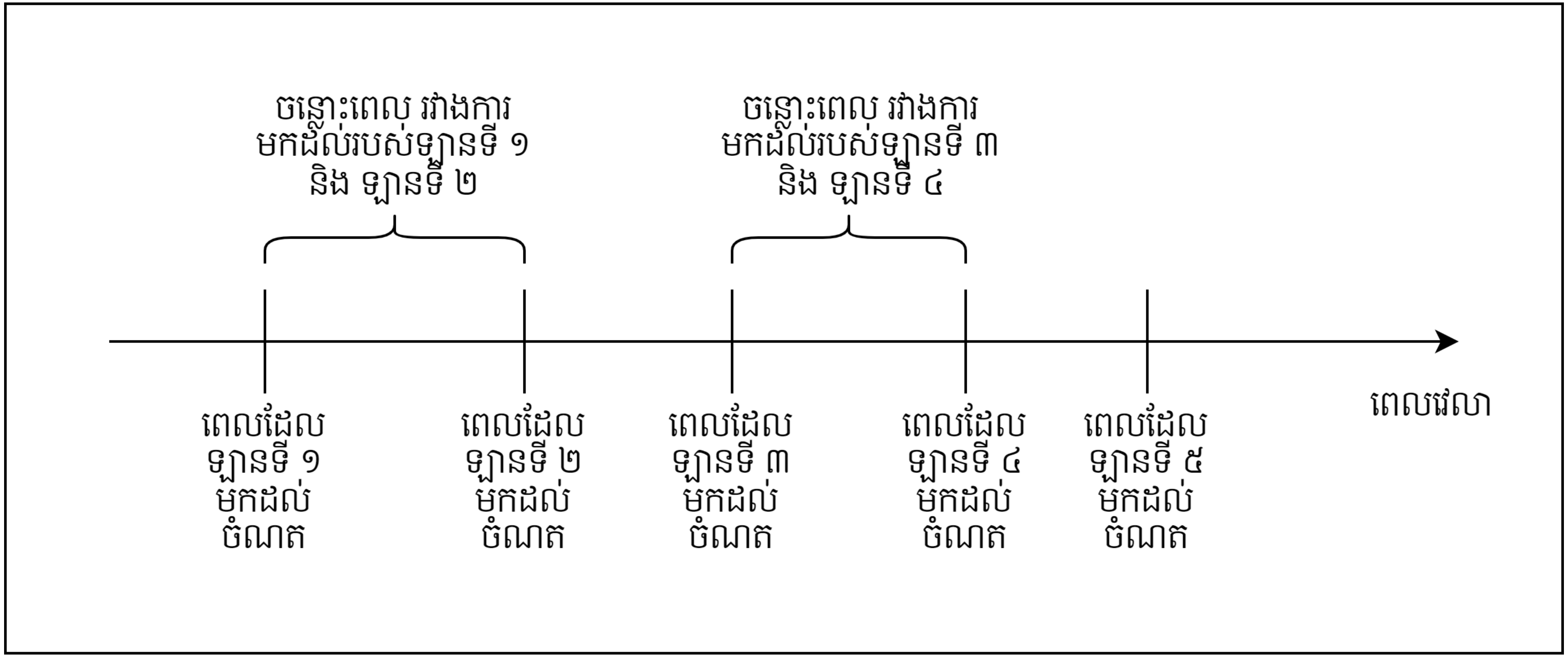
បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១. តើការកើតឡើងម្តងៗ របស់ព្រឹត្តិការណ៍មានន័យដូចម្តេច?

➔ ការកើតឡើងលើកទីមួយរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា ឡានក្រុងទីមួយមកដល់ចំណត។ ការកើតឡើងលើកទីពីររបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា ឡានក្រុងទីពីរ មកដល់ចំណត។ ការមកដល់ចំណតរបស់ឡាននីមួយៗ គឺ ឯករាជ្យពីគ្នា។

បំណែងចែកអុិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

២. តើចន្លោះពេលរវាងការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍មានន័យដូចម្តេច?



© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

៣. តើអថេរជាប់ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអថេរមួយណា?

- ចន្លោះពេលរវាងការមកដល់របស់ឡាននីមួយៗ?
- ពេលដែលឡាននីមួយៗមកដល់ចំណត?

➔ អថេរជាប់ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល គឺ "ចន្លោះពេលរវាងការមកដល់របស់ឡាននីមួយៗ"។

បំណែចចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

យើងអាចសាកល្បងពិនិត្យមើលឧទាហរណ៍មួយទៀតខាងក្រោម៖

"ការសម្គាល់ឃើញគ្រលុកតាមដងផ្លូវលំមួយខ្សែ"

ខាងលើនេះ គឺជា ព្រឹត្តិការណ៍!

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

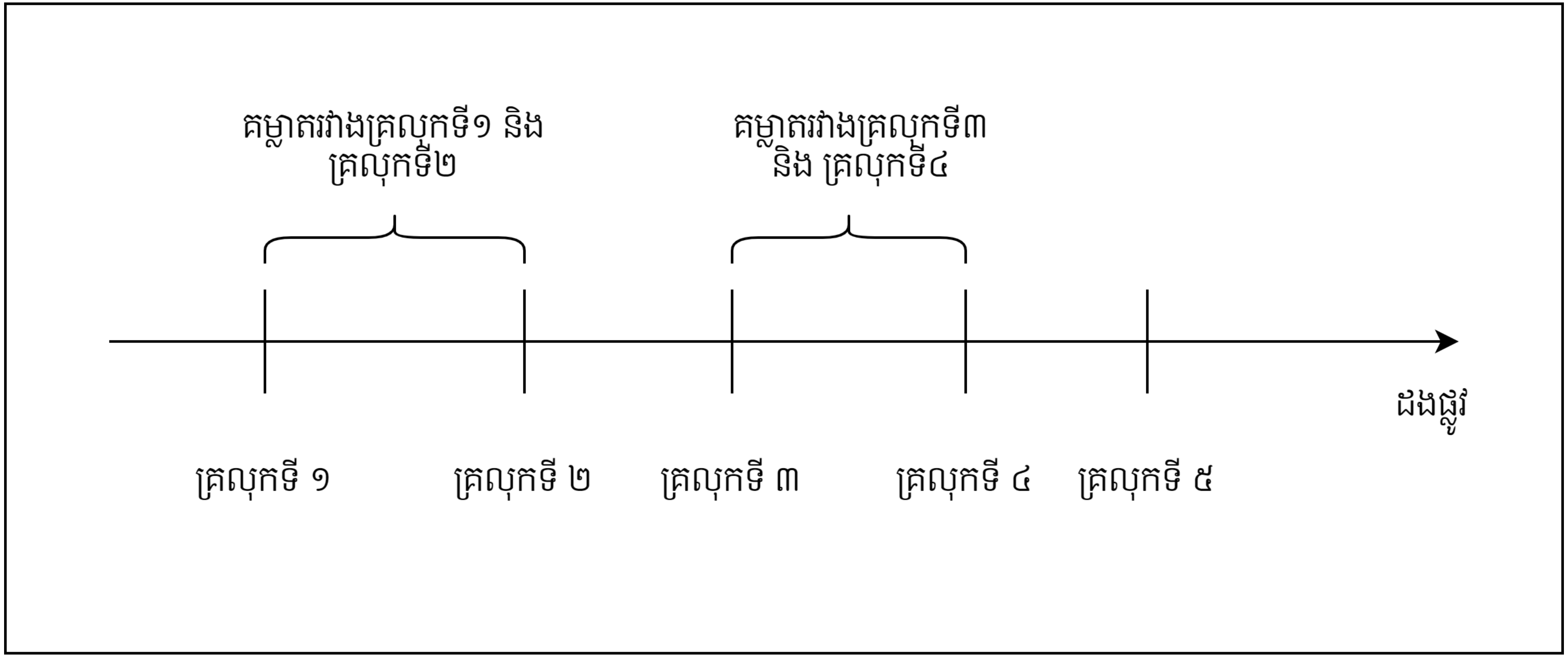
១. តើការកើតឡើងម្តងៗ របស់ព្រឹត្តិការណ៍មានន័យដូចម្តេច?

➔ អ្នកធ្វើដំណើរពីដើមផ្លូវរហូតដល់ចុងផ្លូវ! ការកើតឡើងលើកទីមួយរបស់ព្រឹត្តិការណ៍មានន័យថា អ្នកបានសម្គាល់ឃើញគ្រលុកទីមួយ នៅទីតាំងមួយ នៅលើដងផ្លូវ។ ការកើតឡើងលើកទីពីររបស់ព្រឹត្តិការណ៍ មានន័យថា អ្នកបានសម្គាល់ឃើញគ្រលុកទីពីរ នៅទីតាំងមួយបន្ទាប់ទៀត នៅលើដងផ្លូវ។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

២. តើចន្លោះលំហរវាងការកើតឡើងម្តងៗរបស់ព្រឹត្តិការណ៍មានន័យដូចម្តេច?



© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

៣. តើអថេរជាប់ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអថេរមួយណា?

- គម្លាតរវាងគ្រលុកនីមួយៗនៅលើដងផ្លូវ
- ចំនួនគ្រលុកនៅតាមដងផ្លូវ

➔ អថេរជាប់ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល គឺ "គម្លាតរវាងគ្រលុកនីមួយៗនៅលើដងផ្លូវ"។

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ជារួម អថេរជាប់ (X) ដែលមានបំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល មានពីរលក្ខណៈសំខាន់ៗ។

លក្ខណៈទីមួយ៖

- តម្លៃដែលអាចទៅរួចទាំងអស់របស់អថេរ X ជាតម្លៃវិជ្ជមាន។
- ជាក់ស្តែង ចន្លោះពេល នៃការមកដល់របស់ឡានក្រុងនីមួយៗមិនអាចមានតម្លៃអវិជ្ជមានឡើយ។

បំណែងចែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

លក្ខណៈទីពីរ៖

- តម្លៃរំពឹងទុករបស់អថេរ X (ឬមធ្យមរបស់បំណែងចែក) មានតម្លៃស្មើនឹង គម្លាតស្តង់ដារបស់បំណែងចែក។ នោះគឺ៖ $E(X) = SD(X)$។
- ក្នុងនោះ រូបមន្តគណនាមធ្យម និង គម្លាតស្តង់ដារបស់បំណែងចែក មានលក្ខណៈដូចគ្នាទៅនឹង រូបមន្តគណនាមធ្យម និង គម្លាតស្តង់ដារបស់សំណុំទិន្នន័យសាកលផងដែរ។

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ដោយឡែក អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេ មានរាងដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}}$$

ក្នុងនោះ៖

- e = ២,៧១៨២៨

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

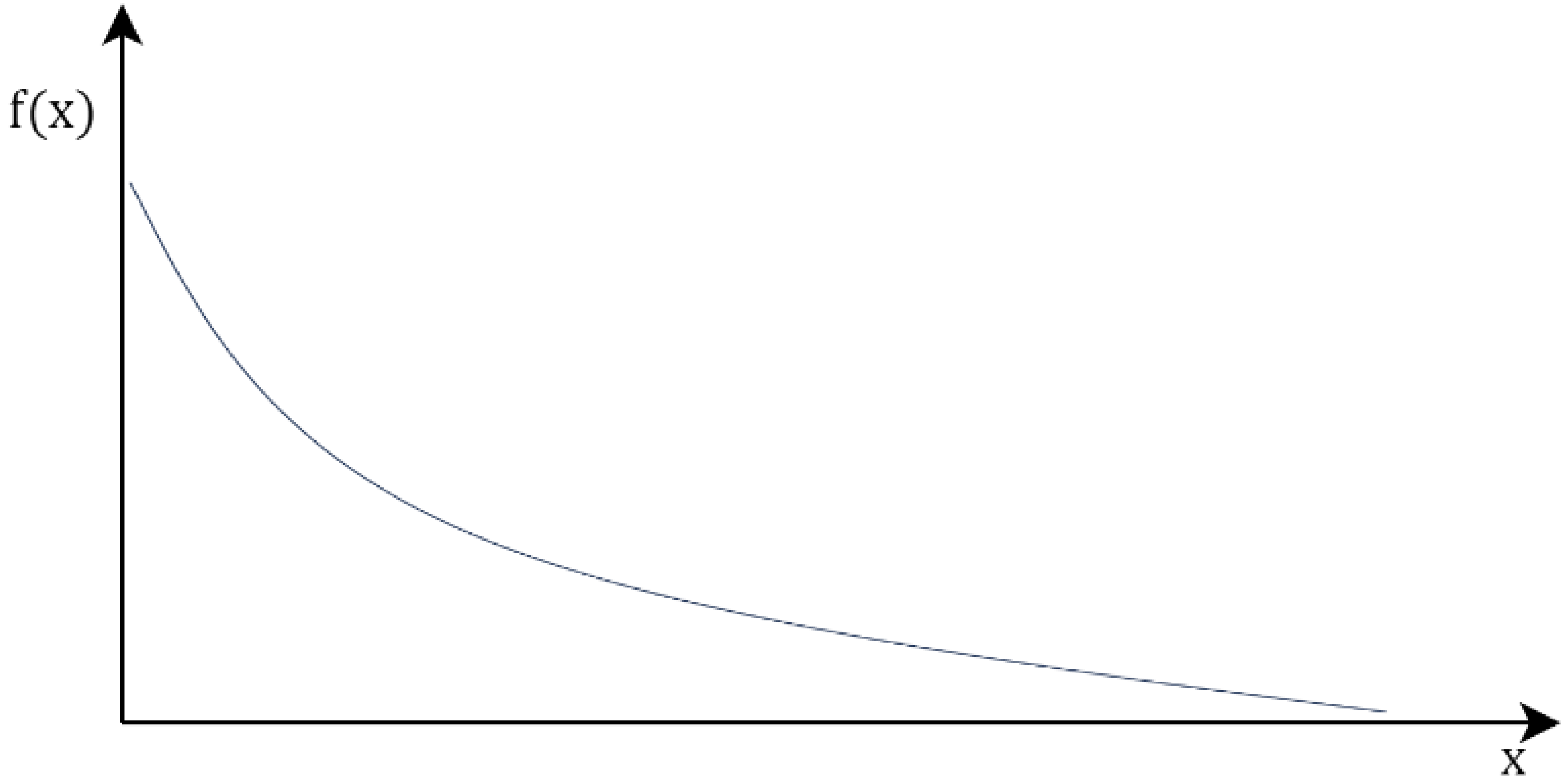
នៅក្នុងឯកសារខ្លះ អនុគមន៍ f(x) មានទម្រង់បែបនេះ៖

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

ក្នុងនោះ អក្សរក្រិក λ (អានថាឡាំដា) ត្រូវបានប្រើប្រាស់ ដើម្បីសម្គាល់កន្សោម $\frac{1}{\mu}$ ។

© 2023 Udam Prang

បំណែងចែកអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល



បំណែងចែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

តាមរយៈអនុគមន៍ f(x) យើងអាចកំណត់តម្លៃ P(X ≤ x) ដោយប្រើប្រាស់រូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$P(X \leq x) = 1 - e^{-\frac{x}{\mu}}$$

ក្នុងនោះ៖

- e = ២,៧១៨២៨

បំណែងចែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ឧទាហរណ៍. អ្នកកត់សម្គាល់ឃើញថា ក្នុងរវាងប្រមាណ ២៥ នាទី ជាមធ្យម អ្នកទទួលបានអ៊ីមែលមួយ នៅក្នុងម៉ោងធ្វើការ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអ្នកទទួលបានអ៊ីមែលមួយក្នុងរវាង ១០ នាទី មានតម្លៃស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ៖ ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអ្នកទទួលបានអ៊ីមែលមួយក្នុងរវាង ១០ នាទី ស្មើនឹង ០,៣២៩៧។

បំណែងចែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្តែង យើងអាចកំណត់តម្លៃ $P(X \leq x)$ ដោយប្រើប្រាស់កម្មវិធីកុំព្យូទ័រជាជំនួយ។ ក្នុងករណី Microsoft Excel យើងអាចប្រើប្រាស់រូបមន្តដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

ប្រូបាប៊ីលីតេ	រូបមន្តក្នុង Microsoft Excel
$P(X \leq x)$	=expon.dist (x, 1/μ, 1)

ឯកសារយោង

Ahsanullah, M., Kibria, B. M., & Shakil, M. (2014). *Normal and student's t distributions and their applications.* Paris, France: Atlantis Press.

បញ្ចប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងចាប់ផ្តើមសិក្សាមេរៀនទី៥ ស្តីពី បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ របស់អថេរ "តម្លៃមធ្យមគំរូ" និង អថេរ "តម្លៃសមាមាត្រគំរូ"។