

Course: Applied Business Statistics

Week 12

Chapter 6. Interval Estimation

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិវិភាគកិច្ចការអនុវត្ត

សម្ភារៈទី១២

មេរៀនទី៦. ការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

មាតិកា

១. និយមន័យ

២. ការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល

៣. ការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃសមាមាត្រសាកល

១. និយមន័យ

ចន្លោះជឿជាក់ (Confidence Interval) | កម្រិតជឿជាក់ (Confidence Level)

និយមន័យ

នៅពេលដែលយើងធ្វើការស្រាវជ្រាវលើប្រធានបទណាមួយ យើងត្រូវពឹងផ្អែកលើសំណុំ ទិន្នន័យគំរូ។

តាមរយៈសំណុំទិន្នន័យគំរូ យើងអាចគណនារកមធ្យមគំរូ រ៉ាឡង់គំរូ ឬគម្លាតស្តង់ដាគំរូ ប៉ុន្តែយើងមិនអាចគណនារកតម្លៃជាក់លាក់របស់មធ្យមសាកល រ៉ាឡង់សាកល ឬគម្លាត ស្តង់ដាសាកល បានឡើយ។

និយមន័យ

ទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយ ប្រសិនបើយើងដឹងតម្លៃមធ្យមគំរូ (តាងដោយ \bar{x}) យើងអាច ប៉ាន់ស្មានថាតម្លៃមធ្យមសាកល (តាងដោយ μ) ស្ថិតនៅចន្លោះតម្លៃណាមួយបាន។

ជាមួយគ្នានេះ យើងក៏អាចប្រើតម្លៃសមាមាត្រគំរូ (តាងដោយ \bar{p}) ដើម្បីប៉ាន់ស្មានថាតម្លៃ សមាមាត្រសាកល (តាងដោយ p) ស្ថិតនៅចន្លោះតម្លៃណាមួយ ផងដែរ។

និយមន័យ

ចន្លោះនេះត្រូវបានហៅថាជា “ចន្លោះជឿជាក់”។

ជាគោលការណ៍ ចន្លោះជឿជាក់ប្រែប្រួលតាម “កម្រិតជឿជាក់”។

ប្រសិនបើកម្រិតជឿជាក់កាន់តែខ្ពស់ ចន្លោះជឿជាក់កាន់តែធំ។

ប៉ុន្តែ ប្រសិនបើកម្រិតជឿជាក់កាន់តែទាប ចន្លោះជឿជាក់កាន់តែតូចផងដែរ។

និយមន័យ

កម្រិតជឿជាក់ តាងដោយ CL មានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$CL = 100(1 - \alpha)\%$$

ក្នុងនោះ៖

- កន្សោម $(1 - \alpha)$ ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលការប៉ាន់ស្មានតាមរូបមន្តនឹងបង្កើតបានចន្លោះតម្លៃមួយ ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល (ឬ តម្លៃសមាមាត្រសាកល)
- α ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលការប៉ាន់ស្មានតាមរូបមន្តនឹងបង្កើតបានចន្លោះតម្លៃមួយ ដែលមិនមានតម្លៃមធ្យមសាកល (ឬ តម្លៃសមាមាត្រសាកល)

២. ការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមាន តម្លៃបញ្ចប់សាកល

វិធីសាស្ត្រក្នុងការប៉ាន់ស្មាន

វិធីសាស្ត្រក្នុងការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល មានពីរគឺ៖

- ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z
- ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

យើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z ដើម្បីប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល (μ) នៅពេលដែលយើងស្គាល់តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារសាកល (σ)។

ក្នុងនោះ ចន្លោះជឿជាក់ ត្រូវបានកំណត់តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

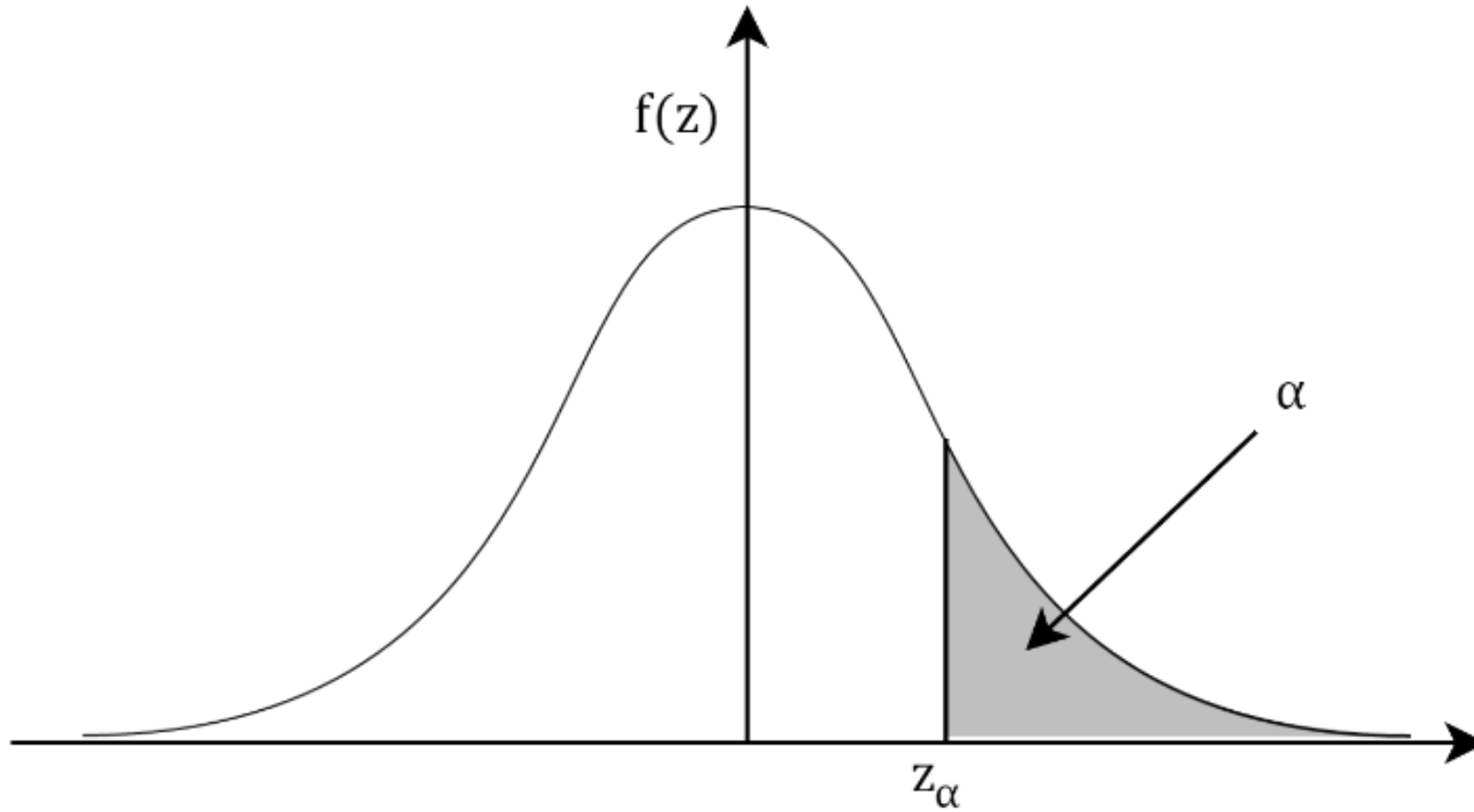
$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

នៅក្នុងរូបមន្ត តម្លៃ α ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលការប៉ាន់ស្មានតាមរូបមន្តនឹងបង្កើតបានចន្លោះតម្លៃមួយ ដែលមិនមានតម្លៃមធ្យមសាកល។

តម្លៃនេះជាក្រឡាផ្ទៃដែលស្ថិតនៅខាងក្រោមខ្សែកោងអនុគមន៍ $f(z)$ ដោយគិតចាប់ពីតម្លៃ z_α រហូតដល់ $+\infty$ ។ នោះគឺ៖ $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$ ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z



ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z

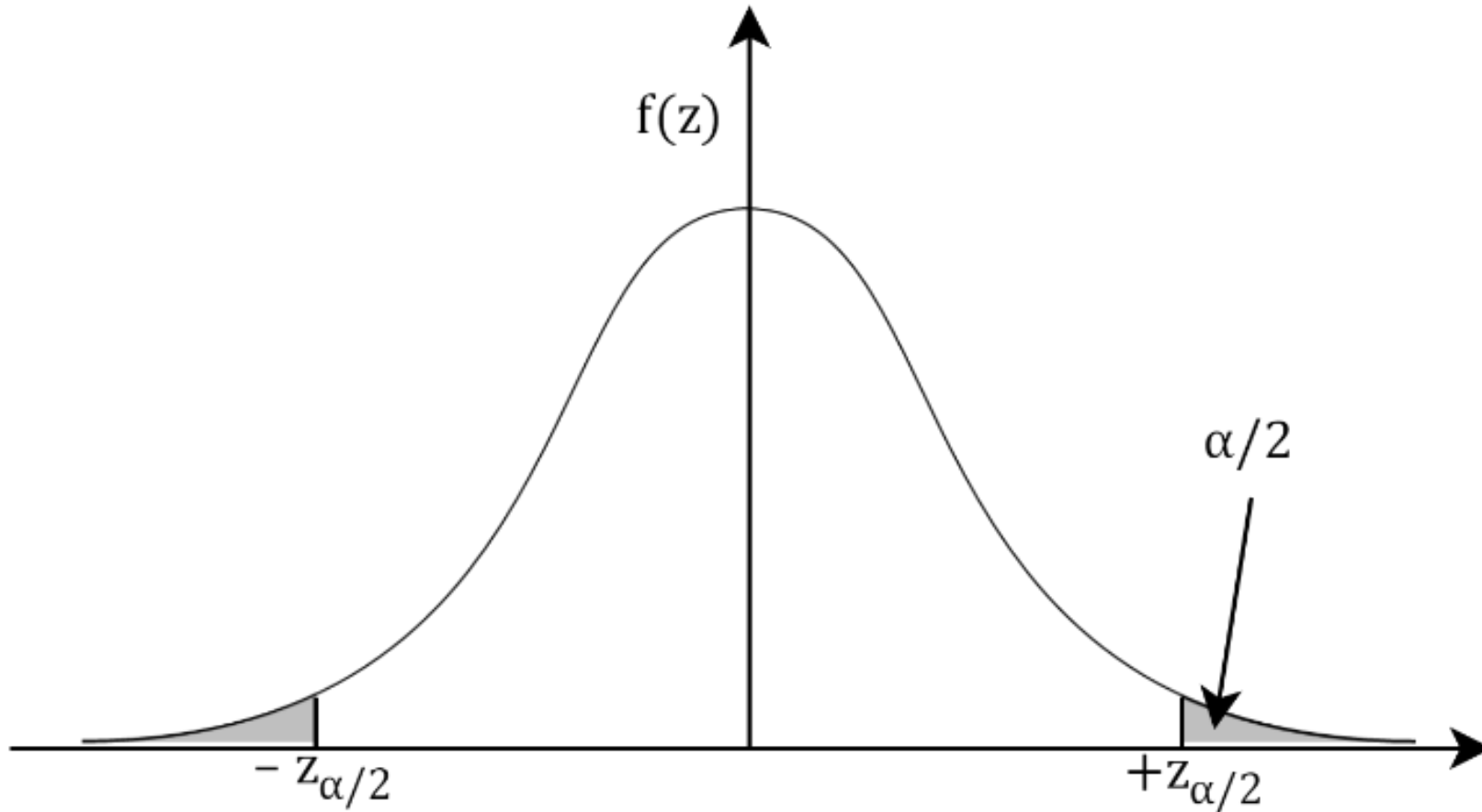
នៅក្នុងរូបមន្តដែលបានបង្ហាញខាងលើ តម្លៃ α ត្រូវចែកនឹងពីរ។

នេះដោយសារតែចន្លោះតម្លៃដែលមានមធ្យមសាកលស្ថិតនៅតំបន់កណ្តាលនៃខ្សែកោង ហើយចន្លោះតម្លៃដែលមិនមានមធ្យមសាកលស្ថិតនៅតំបន់សងខាងនៃខ្សែកោង។

ក្នុងនោះ៖

- $P(Z \geq z_{\alpha/2}) = \alpha/2$
- $P(Z \leq -z_{\alpha/2}) = \alpha/2$

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូស Z



ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

ឧទាហរណ៍. ការអង្កេតលើនិស្សិតថ្នាក់អនុបណ្ឌិត ៥០ នាក់ នៅសាកលវិទ្យាល័យមួយ បានឱ្យដឹងថា ពួកគេមានប្រាក់បៀវត្សរ៍ ជាមធ្យម ចំនួន ៣០០ ដុល្លារ ក្នុងមួយខែ។ តើ ប្រាក់បៀវត្សរ៍ ជាមធ្យម របស់និស្សិតថ្នាក់អនុបណ្ឌិតទាំងអស់ នៅសាកលវិទ្យាល័យនោះ ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះតម្លៃណា ប្រសិនបើ កម្រិតជឿជាក់មាន ៩០% ហើយគម្លាតស្តង់ដារ សាកល ស្មើនឹង ១៥ ដុល្លារ?

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z

ដំណោះស្រាយ

តាមប្រធានលំហាត់ យើងដឹងថា៖

- $n = ៥០$ នាក់
- $\bar{x} = ៣០០$ ដុល្លារ
- $\sigma = ១៥$ ដុល្លារ
- $CL = ៩០\% \rightarrow \alpha = ០,១០ \rightarrow \alpha/2 = ០,០៥$

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z

តាមរូបមន្ត យើងបាន៖

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$1000 - z_{0,05} \frac{95}{\sqrt{50}} \leq \mu \leq 1000 + z_{0,05} \frac{95}{\sqrt{50}}$$

មកដល់ចំណុចនេះ យើងត្រូវកំណត់តម្លៃ $z_{0,05}$ ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z

យើងដឹងថា៖

- $P(Z \leq z_{0,05}) = 1 - P(Z \geq z_{0,05}) = 1 - 0,05 = 0,95$

តាមតារាង Z យើងកំណត់បានថា តម្លៃ 0,95 ស្ថិតនៅចន្លោះរវាងតម្លៃ 0,9495 និង តម្លៃ 0,9505 ហើយតម្លៃទាំងពីរនេះ ត្រូវនឹងតម្លៃ Z 1,64 និង 1,65 រៀងគ្នា។

យើងបាន $z_{0,05} = 1,645$ ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

ដូច្នោះ យើងបាន៖

$$300 - 9,645 \frac{95}{\sqrt{50}} \leq \mu \leq 300 + 9,645 \frac{95}{\sqrt{50}}$$

$$286,59 \leq \mu \leq 303,41$$

តាមលទ្ធផលខាងលើ ប្រាក់បៀវត្សរ៍ ជាមធ្យម របស់និស្សិតថ្នាក់អនុបណ្ឌិតទាំងអស់នៅ សាកលវិទ្យាល័យ ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះរវាង 286,59 ដុល្លារ និង 303,41 ដុល្លារ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

យើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ T ដើម្បីប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល (μ) នៅពេលដែលយើងមិនស្គាល់តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារសាកល (σ)។

ក្នុងនោះ ចន្លោះជឿជាក់ ត្រូវបានកំណត់តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

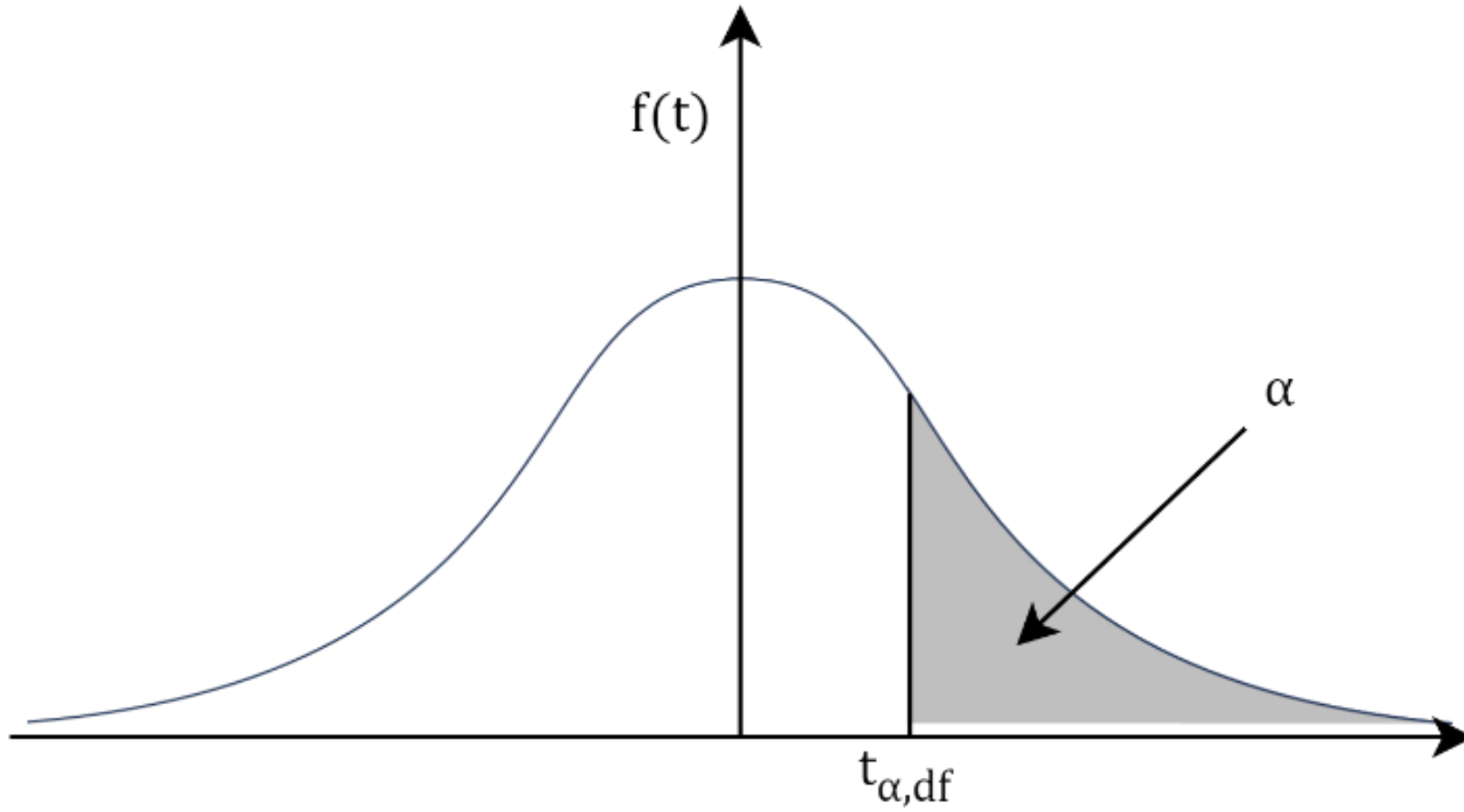
$$\bar{x} - t_{\alpha/2,df} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,df} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

នៅក្នុងរូបមន្ត តម្លៃ α ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលការប៉ាន់ស្មានតាមរូបមន្តនឹងបង្កើតបានចន្លោះតម្លៃមួយ ដែលមិនមានតម្លៃមធ្យមសាកល។

តម្លៃនេះជាក្រឡាផ្ទៃដែលស្ថិតនៅខាងក្រោមខ្សែកោងអនុគមន៍ $f(t)$ ដោយគិតចាប់ពីតម្លៃ $t_{\alpha,df}$ រហូតដល់ $+\infty$ ។ នោះគឺ៖ $P(T_{df} \geq t_{\alpha,df}) = \alpha$ ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូស T



ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូ T

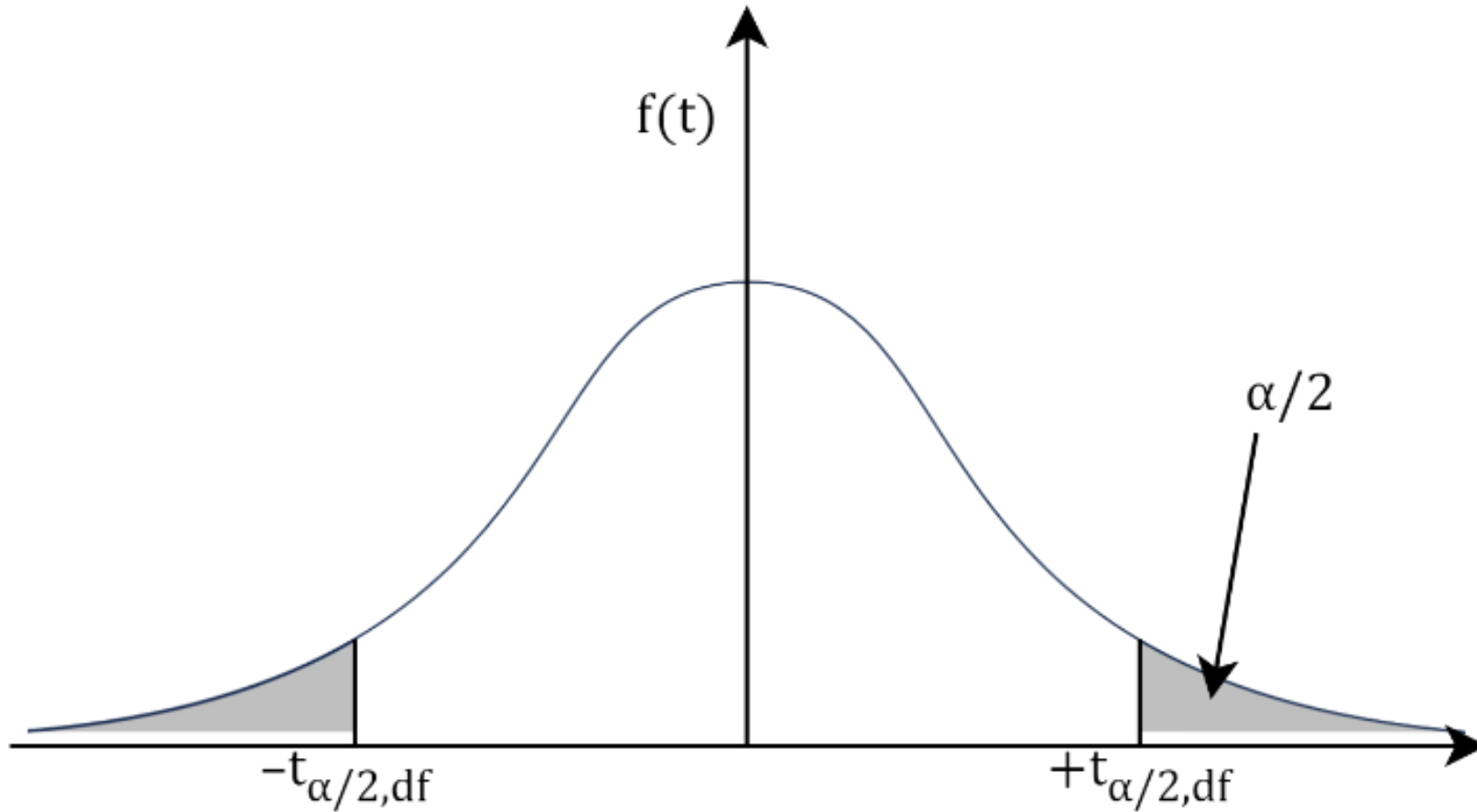
នៅក្នុងរូបមន្តដែលបានបង្ហាញខាងលើ តម្លៃ α ត្រូវចែកនឹងពីរ។

នេះដោយសារតែចន្លោះតម្លៃដែលមានមធ្យមសាកលស្ថិតនៅតំបន់កណ្តាលនៃខ្សែកោង ហើយចន្លោះតម្លៃដែលមិនមានមធ្យមសាកលស្ថិតនៅតំបន់សងខាងនៃខ្សែកោង។

ក្នុងនោះ៖

- $P(T_{df} \geq t_{\alpha/2,df}) = \alpha/2$
- $P(T_{df} \leq -t_{\alpha/2,df}) = \alpha/2$

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូ T



ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

ឧទាហរណ៍. អ្នកស្រាវជ្រាវម្នាក់បានរកឃើញថា មនុស្ស ១០០ នាក់ បានចំណាយប្រាក់ ជាមធ្យម ១៥០ ០០០ រៀល ក្នុងមួយឆ្នាំ ទៅលើការចាក់ឆ្នោត ដោយមានគម្លាតស្តង់ដារ ១០ ០០០ រៀល។ ចូរប៉ាន់ស្មានចំណាយប្រចាំឆ្នាំ ជាមធ្យម ទៅលើការចាក់ឆ្នោត របស់ ប្រជាពលរដ្ឋទាំងអស់នៅខេត្តនោះ ដោយដឹងថាកម្រិតជឿជាក់មាន ៩៥%។

ចម្លើយ

ចំណាយប្រចាំឆ្នាំ ជាមធ្យម ទៅលើការចាក់ឆ្នោតរបស់ប្រជាពលរដ្ឋនៅខេត្តនោះ ស្ថិតនៅ ចន្លោះរវាង ១៤៨ ០២០ រៀល និង ១៥១ ៩៨០ រៀល។

៣. ការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមាន តម្លៃសមហេតុសាស្ត្រ

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអេក្សូន Z

វិធីសាស្ត្រក្នុងការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃសមាមាត្រសាកល (p) មានលក្ខណៈស្រដៀងគ្នាទៅនឹង វិធីសាស្ត្រក្នុងការប៉ាន់ស្មានចន្លោះជឿជាក់ដែលមានតម្លៃមធ្យមសាកល (μ) ផងដែរ។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

យើងត្រូវប្រើបំណែងចែក Z ហើយរូបមន្តត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

$$\bar{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

ក្នុងនោះ α ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលការប៉ាន់ស្មានតាមរូបមន្តនឹងបង្កើតបាន ចន្លោះតម្លៃមួយ ដែលមិនមានតម្លៃសមាមាត្រសាកល។

ការប៉ាន់ស្មានដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z

ឧទាហរណ៍. អ្នកស្រាវជ្រាវផ្នែកសេដ្ឋកិច្ចម្នាក់ បានសិក្សាលើគំរូមួយដែលមាន ១ ២០០ គ្រួសារ និងទទួលបានលទ្ធផលថា គ្រួសារចំនួន ៥៦០ គ្រួសារ បានចូលរួមយ៉ាងសកម្ម នៅក្នុងទីផ្សារមូលបត្រ។ បើធៀបទៅនឹងចំនួនគ្រួសារទាំងអស់ តើចំនួនគ្រួសារដែលបាន ចូលរួមយ៉ាងសកម្មនៅក្នុងទីផ្សារមូលបត្រ មានប្រហែលប៉ុន្មានភាគរយ? សន្មតថា កម្រិតជឿជាក់ស្មើនឹង ៩០%។

ចម្លើយ

បើធៀបទៅនឹងចំនួនគ្រួសារទាំងអស់ ចំនួនគ្រួសារដែលបានចូលរួមយ៉ាងសកម្មនៅក្នុង ទីផ្សារមូលបត្រ ស្ថិតនៅចន្លោះរវាង ៤៤% និង ៤៨%។

បញ្ចប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងសិក្សាមេរៀនទី៧ ស្តីពី ការធ្វើតេស្តសម្មតិកម្ម
(Hypothesis Testing)។