

Course: Applied Business Statistics

Week 14

Chapter 7. Hypothesis Testing (2)

Lecturer: Udam Prang, PhD, MEd

មុខវិជ្ជា៖ ស្ថិតិវិភាគវិទ្យាសាស្ត្រ

សម្រាប់ឆ្នាំ១៤

មេរៀនទី៧. ការធ្វើតេស្តសម្រេចចិត្ត (២)

គ្រូបង្រៀន៖ បណ្ឌិត ប្រាំង ឧត្តម

២. តេស្តសម្រេចកម្រិតជំនាញ

តេស្តសម្មតិកម្មគំរូមួយ

យើងធ្វើតេស្តសម្មតិកម្មដោយផ្ដោតលើគំរូតែមួយនៃស្ថិតិសាកលមួយ នៅពេលដែលយើងចង់បញ្ជាក់ពីសុពលភាពនៃអំណះអំណាងដែលពាក់ព័ន្ធនឹងប៉ារ៉ាម៉ែត្ររបស់ស្ថិតិសាកលនោះ។

ក្នុងមេរៀននេះ យើងនឹងសិក្សាលើការធ្វើតេស្តសម្មតិកម្ម សម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល (μ) និង តម្លៃសមាមាត្រសាកល (p)។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

វិធីសាស្ត្រក្នុងការធ្វើតេស្តសម្មតិកម្ម សម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល មានពីរគឺ៖

- ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z
- ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

យើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z នៅពេលដែលយើងស្គាល់តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារសាកល (σ)
ហើយយើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ T នៅពេលដែលយើងមិនស្គាល់តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារ
សាកល (σ)។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ខាងក្រោមនេះ ជាទម្រង់សម្មតិកម្មទៅតាមប្រភេទតេស្តនីមួយៗ៖

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តទាំងសងខាង

- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_1: \mu \neq \mu_0$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តខាងឆ្វេង

- $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_1: \mu < \mu_0$

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តខាងស្តាំ

- $H_0: \mu \leq \mu_0$
- $H_1: \mu > \mu_0$

ក្នុងនោះ μ_0 ជាតម្លៃរបស់មធ្យមសាកលដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តបញ្ជាក់ពីសុពលភាព។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ក្នុងករណីយើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z យើងត្រូវបំប្លែងតម្លៃ \bar{x} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ z តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃបញ្ចប់សាកល

ទន្ទឹមនេះ p-value ត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

សម្រាប់តេស្តទាំងសងខាង៖

- ប្រសិនបើតម្លៃ z ធំជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(Z \geq z)$ ។
- ប្រសិនបើតម្លៃ z តូចជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(Z \leq z)$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងធ្វេង៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(Z \leq z)$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងស្តាំ៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(Z \geq z)$ ។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ក្នុងករណីយើងប្រើបំណែងចែកអក្សរ T យើងត្រូវបំប្លែងតម្លៃ \bar{x} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ t_{df} តាមរូបមន្តដូចខាងក្រោម៖

$$t_{df} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃបញ្ចប់សាកល

ទន្ទឹមនេះ p-value ត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

សម្រាប់តេស្តទាំងសងខាង៖

- ប្រសិនបើតម្លៃ t_{df} ធំជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(T_{df} \geq t_{df})$ ។
- ប្រសិនបើតម្លៃ t_{df} តូចជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(T_{df} \leq t_{df})$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងធ្វេង៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(T_{df} \leq t_{df})$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងស្តាំ៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(T_{df} \geq t_{df})$ ។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ឧទាហរណ៍. សេដ្ឋីវិទូមួយក្រុមបានអះអាងថា គ្រួសារនីមួយៗ ចំណាយប្រាក់ ៣ ០០០ ដុល្លារ ជាមធ្យម សម្រាប់ការអប់រំកុមារតូចនៅក្នុងឆ្នាំនេះ។ សាស្ត្រាចារ្យមួយរូបមិនយល់ ស្របតាមអំណះអំណាងនេះទេ។ គាត់បានធ្វើការស្រាវជ្រាវលើ ៣០ គ្រួសារ និង បានរក ឃើញថា គ្រួសារនីមួយៗ ចំណាយប្រាក់ ៣ ៥០០ ដុល្លារ ជាមធ្យម ដោយមានគម្លាត ស្តង់ដារស្មើនឹង ២០០ ដុល្លារ។ គាត់ចង់ធ្វើតេស្តសម្មតិកម្ម ដោយកំណត់យកកម្រិត សំខាន់ ៥%។ ទន្ទឹមនេះ គាត់ជឿថា គម្លាតស្តង់ដារសាកលស្មើនឹង ៣០០ ដុល្លារ។ តើ គាត់នឹងសម្រេចចិត្តបែបណា បន្ទាប់ពីធ្វើតេស្ត?

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ដំណោះស្រាយ

តាមប្រធានលំហាត់ សម្មតិកម្មនត្តិភាព និង សម្មតិកម្មអត្តិភាព មានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

- $H_0: \mu = 3000$
- $H_1: \mu \neq 3000$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ទិន្នន័យនេះ យើងដឹងថា៖

- $\bar{x} = 3500$
- $s = 200$
- $\sigma = 300$
- $n = 30$
- $\alpha = 0,05$ (SL = 5%)

ដោយសារយើងស្គាល់តម្លៃគម្លាតស្តង់ដារសាកល យើងអាចប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z។
ប៉ុន្តែក្នុងឧទាហរណ៍នេះ យើងនឹងប្រើបំណែងចែកអក្សរ T ផងដែរ។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ករណីប្រើបំណែងចែកអក្សរ z

តាមរូបមន្តបំប្លែង \bar{x} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ z យើងបាន៖

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{3500 - 3000}{300/\sqrt{30}} = 9,93$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃបញ្ចប់សាកល

ដោយសារតេស្តនេះជាប្រភេទតេស្តទាំងសងខាង ហើយតម្លៃ z ធំជាងសូន្យ យើងបាន៖

$$\text{p-value} = 2 \times P(Z \geq 9,93)$$

$$= 2 \times [1 - P(Z < 9,93)] = 2 \times [1 - P(Z \leq 9,93)]$$

តាមតារាង Z យើងដឹងថា $P(Z \leq 9,93)$ ស្មើនឹង មួយ។

$$\text{ដូចនេះ: } \text{p-value} = 2 \times (1 - 1) = 0$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ Z យើងឃើញថា៖

- p-value មានតម្លៃស្មើសូន្យ តូចជាង តម្លៃ α ។

ហេតុដូច្នេះនេះ សាស្ត្រាចារ្យរូបនោះនឹងបដិសេធសម្មតិកម្មនត្តិភាព។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ករណីប្រើបំណែងចែកអក្សរ T

តាមរូបមន្តបំប្លែង \bar{x} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ t_{df} យើងបាន៖

$$t_{df} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3500 - 3000}{200/\sqrt{30}} = 93,68$$

ក្នុងនោះ $df = 29$ ។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃបឋមសាកល

ដោយសារតេស្តនេះជាប្រភេទតេស្តទាំងសងខាង ហើយតម្លៃ t_{df} ធំជាងសូន្យ យើងបាន៖

$$p\text{-value} = 2 \times P(T_{df} \geq t_{df}) = 2 \times P(T_{29} \geq 93,69)$$

មកដល់ចំណុចនេះ យើងអាចប្រើប្រាស់រូបមន្តក្នុងកម្មវិធី Microsoft Excel ខាងក្រោម ដើម្បីកំណត់តម្លៃ $P(T_{29} \geq 93,69)$ ។ តាមការគណនា យើងបាន៖

$$P(T_{29} \geq 93,69) = 0$$

$$\text{ដូច្នេះ } p\text{-value} = 2 \times 0 = 0$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃមធ្យមសាកល

ដោយប្រើបំណែងចែកអក្សរ T យើងឃើញថា៖

- p-value មានតម្លៃស្មើសូន្យ តូចជាង តម្លៃ α ។

ហេតុដូច្នេះនេះ សាស្ត្រាចារ្យរូបនោះនឹងបដិសេធសម្មតិកម្មនត្តិភាព។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

វិធីសាស្ត្រក្នុងការធ្វើតេស្តសម្មតិកម្ម សម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល មានតែមួយ
ប៉ុណ្ណោះគឺ ដោយប្រើប្រាស់បំណែងចែកអក្សរ Z។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ខាងក្រោមនេះ ជាទម្រង់សម្មតិកម្ម ទៅតាមប្រភេទតេស្តនីមួយៗ៖

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តទាំងសងខាង

- $H_0: p = p_0$
- $H_1: p \neq p_0$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តខាងឆ្វេង

- $H_0: p \geq p_0$
- $H_1: p < p_0$

សម្មតិកម្មដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តខាងស្តាំ

- $H_0: p \leq p_0$
- $H_1: p > p_0$

ក្នុងនោះ p_0 ជាតម្លៃរបស់មធ្យមសាកលដែលត្រូវឆ្លងកាត់តេស្តបញ្ជាក់ពីសុពលភាព។

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

រូបមន្តបំប្លែងតម្លៃ \bar{p} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ z មានដូចខាងក្រោម៖

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}}$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ទន្ទឹមនេះ p-value ត្រូវបានកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

សម្រាប់តេស្តទាំងសងខាង៖

- ប្រសិនបើតម្លៃ z ធំជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(Z \geq z)$ ។
- ប្រសិនបើតម្លៃ z តូចជាងសូន្យ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $2P(Z \leq z)$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងឆ្វេង៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(Z \leq z)$ ។

សម្រាប់តេស្តខាងស្តាំ៖ p-value មានតម្លៃស្មើនឹង $P(Z \geq z)$ ។

តេស្តសម្បត្តិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ឧទាហរណ៍. អត្ថបទមួយបានផ្សាយថា មនុស្សច្រើនជាង ៦០% នៃខេត្តមួយ បានធ្វើចំណាកស្រុក ទៅធ្វើការនៅទីក្រុង។ ក្រុមអ្នកស្រាវជ្រាវមួយក្រុម មិនឯកភាពតាមព័ត៌មាននេះ និងបានធ្វើការអង្កេតលើមនុស្ស ៣០០ នាក់ ដែលមានទីលំនៅនៅខេត្តនោះ ហើយទទួលបានលទ្ធផលថា ៩០ នាក់ ក្នុងចំណោមនោះ បានចំណាកស្រុក ទៅធ្វើការនៅទីក្រុង។ ផ្អែកលើលទ្ធផលនៃការអង្កេតនេះ តើក្រុមអ្នកស្រាវជ្រាវនឹងសម្រេចបដិសេធការអះអាងនៅក្នុងអត្ថបទដែលបានចុះផ្សាយនោះដែរឬទេ?

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ដំណោះស្រាយ

តាមប្រធានលំហាត់ សម្មតិកម្មនត្តិភាព និង សម្មតិកម្មអត្តិភាព មានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

- $H_0: p \geq 0,6$
- $H_1: p < 0,6$

តេស្តសម្រាប់កម្រិតសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ទិន្នន័យនេះ យើងដឹងថា៖

- $\bar{p} = 80/300 = 0,267$
- $n = 300$
- $\alpha = 0.05$ ($SL = 5\%$)

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

តាមរូបមន្តបំប្លែងតម្លៃ \bar{p} ទៅជាពិន្ទុស្តង់ដារ z យើងបាន៖

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}} = \frac{0,3 - 0,2}{\sqrt{0,2(1 - 0,2)/300}} = -90,69$$

តេស្តសម្មតិកម្មសម្រាប់តម្លៃសមាមាត្រសាកល

ដោយសារតែតេស្តនេះ ជាតេស្តខាងឆ្វេង យើងបាន៖

$$p\text{-value} = P(Z \leq z) = P(Z \leq -90,69)$$

តាមតារាង Z យើងអាចកំណត់បានថា $P(Z \leq -90,69)$ ស្មើនឹង សូន្យ។

$$\text{ដូច្នេះ } p\text{-value} = P(Z \leq -90,69) = 0$$

តាមលទ្ធផលនេះ p-value មានតម្លៃតូចជាង α ។ ដូច្នេះ ក្រុមអ្នកស្រាវជ្រាវនោះនឹង បដិសេធសម្មតិកម្មនតិភាព។

បញ្ឈប់មេរៀនត្រឹមនេះ!

នៅសប្តាហ៍បន្ទាប់ យើងនឹងបន្តសិក្សាពីតេស្តសម្មតិកម្មគំរូពីរ។