

[Drawing geometry and engineering graphics] week 9 - Axonometric projections of details.

9. MAVZU: Detallarning aksonometrik proyeksiyalari.

Reja:

1. Aksonometrik proeksiyalar haqida umumiy tushunchalar
2. Aksonometriya o'qlari va ular bo'yicha o'zgarish koeffisientlari
3. Aksonometrik proeksiyalarning turlari

9.1. Aksonometrik proeksiyalar haqida umumiy tushunchalar

Ma'lumki, ortogonal proeksiyalash usulida tuzilgan chizmalarda qirqim va kesimlardan foydalanib buyumning ichki va tashqi ko'rinishini yetarlicha aniqlash mumkin. Ammo ortogonal proeksiyalardagi chizmalar har qanday mutaxassis uchun yetarli yaqqollikka ega bo'lmaydi. Ayniqsa, murakkab buyumlar, masalan, mashina detallari va qurilishda ishlatiladigan turli konstruksiyalarning ortogonal chizmalariga ko'ra ularning fazoviy shakllarini tasavvur qilish qiyin. Bunday hollarda buyum chizmasini uning yaqqol tasviri bilan to'ldirish ehtiyoji tug'iladi.

Bunday tasvirlar aksonometrik tasvirlar bo'la oladi. Lekin aksonometrik proeksiyalarning hammasi ham yaqqol bo'lavermaydi. Yaqqollik proeksiyalash yo'nalishi va proeksiyalar tekisligining vaziyatlariga bog'liq. Aksonometrik proeksiya qisqacha *aksonometriya* deyiladi (aksonometriya grekcha so'z bo'lib, *axon* – o'q, *metrein* – o'lchayman, ya'ni o'qlar bo'yicha o'lchash degan ma'noni bildiradi). Dekart koordinatlar sistemasida joylashtirilgan buyumning shu sistema bilan birgalikda berilgan S yo'nalish bo'yicha biror R tekislikda bajarilgan parallel proeksiyasi *aksonometriya* deb ataladi. R tekislik *aksonometriya tekisligi* deyiladi (8.1-shakl).

Parallel aksonometrik proeksiyalar to'g'ri burchakli (S proeksiyalash yo'nalish bilan R tekislik orasidagi burchak $\varphi^0=90^0$ bo'lgan hol) va qiyshiq burchakli ($0^0<\varphi^0<90^0$ bo'lgan hollar) bo'lishi mumkin.

Buyumning aksonometrik proeksiyasini yasash uchun shu buyumning o'zini va uning ortogonal proeksiyalaridan birini aksonometrik proeksiyalar tekisligiga proeksiyalash yetarlidir.

Masalan, A nuqta bilan birga uning ortogonal proeksiyalaridan biri A' (gorizontal proeksiyasi) nuqtaning R aksonometriya tekisligiga proeksiyalanish 8.1-shaklda tasvirlangan. Bu yerda A_A - A nuqtaning aksonometrik proeksiyasi deyiladi. A'_A

nuqta esa A nuqtaning ikkilamchi proeksiyasi deb yuritiladi. 8.2-shakldagi $O_A A_1 A_2$ siniq chiziq A nuqtaning X, Y va Z o‘qlaridagi koordinatalarining yig‘indisidan iborat bo‘lganligi uchun u chiziqni *koordinatalar siniq chizig‘i* deyiladi. Uning aksonometrik proeksiyasi $O_A A_{XA} A'_{YA}$ bo‘ladi. 8.2-shakldagi $O_A X_A, O_A Y_A, O_A Z_A$ lar aksonometrik proeksiyalari, O_A esa O koordinatalar boshining aksonometriyasi bo‘ladi. Aksonometrik proeksiyalar parallel proeksiyalar turiga mansub bo‘lganligi sababli ular parallel proeksiyalarning hamma xossalariga ega. Shunga ko‘ra $AA' \parallel OZ$, $A'_{XA} \parallel OY$, $A'_{YA} \parallel OX$ bo‘lgani uchun $A_A A'_{YA} \parallel O_A Z_A$, $A'_{XA} A_{XA} \parallel O_A Y_A$, $A'_{YA} A_{YA} \parallel O_A X_A$ bo‘ladi.

9.2. Aksonometriya o‘qlari va ular bo‘yicha o‘zgarish koeffisientlari

Dekart koordinatalar sistemasidagi uchala koordinata o‘qi uchun umumiy bo‘lgan uzunlik masshtab birligi sifatida e ni qabul qilamiz. (8.1-shakl). Buni natural masshtab birligi deb ataymiz. Natural masshtab birligi ye kesmani OX, OY va OZ koordinata o‘qlariga qo‘yamiz. Ularni R tekislikka proeksiyalasak, e_{XA}, e_{YA}, e_{ZA} kesmalar hosil bo‘ladi. Bu kesmalar aksonometriya masshtab birliklari deb yuritiladi. Ularning natural masshtab birligi e ga nisbatlari aksonometriya o‘qlari bo‘yicha o‘zgarish koeffisientlari deyiladi va quyidagicha yoziladi:

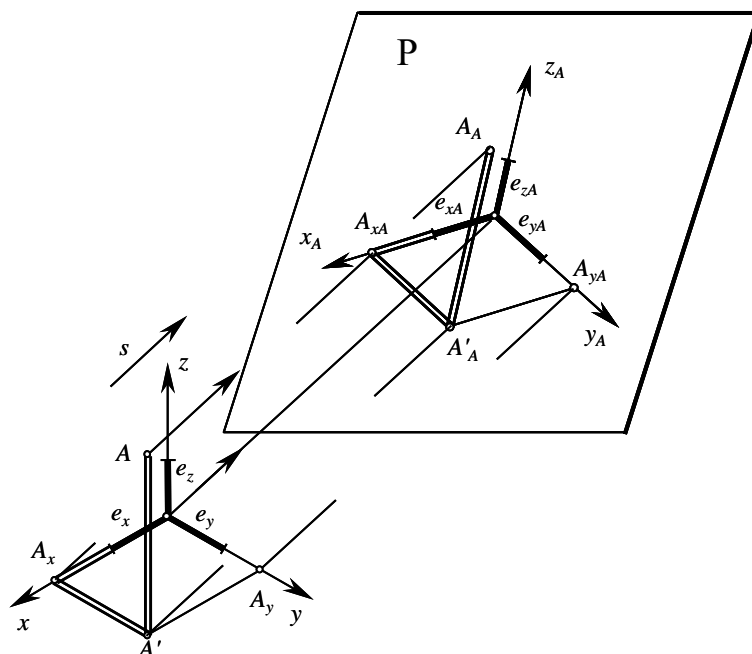
$$\frac{e_{xA}}{e} = K_x, \frac{e_{yA}}{e} = K_y, \frac{e_{zA}}{e} = K_z.$$

8.1-shakldan

$$\frac{O_A A_{XA}}{O_A X_A} = \frac{e_{xA}}{e} = K_x, \quad \frac{O_A A_{YA}}{O_A Y_A} = \frac{e_{yA}}{e} = K_y, \quad \frac{O_A A_{ZA}}{O_A Z_A} = \frac{e_{zA}}{e} = K_z$$

tengliklarni yozish mumkin.

Demak, A nuqtaning dekart va aksonometrik koordinatalari orasidagi bog‘lanishini quyidagicha yozishimiz mumkin:



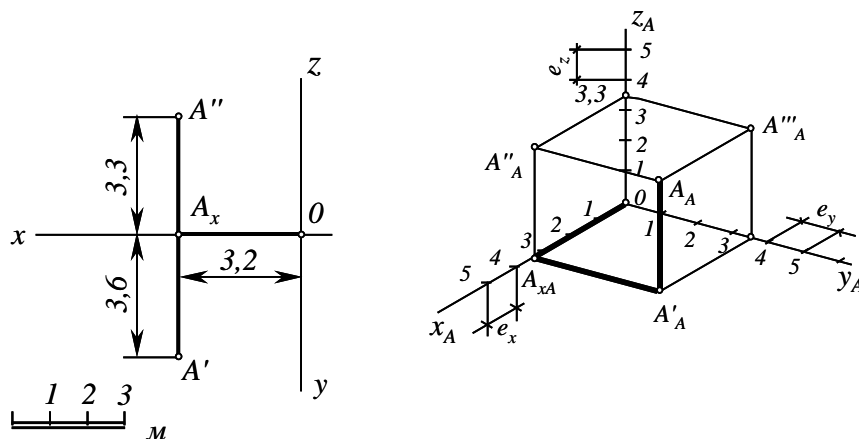
8.1-shakl

$$\frac{X_A}{X} = K_x \text{ yoki } X_A = K_x \cdot X;$$

$$\frac{Y_A}{Y} = K_y \text{ yoki } Y_A = K_y \cdot Y;$$

$$\frac{Z_A}{Z} = K_z \text{ yoki } Z_A = K_z \cdot Z;$$

Aksonometriya o'qlarining vaziyatlari va shu o'qlari bo'yicha o'zgarish koefitsientlari berilgan bo'lsa, fazodagi har qanday nuqtaning aksonometriyasini yasash mumkin. Buning uchun nuqtaning har bir koordinatasini mos o'zgarish koefitsientlariga ko'paytirib, aksonometriya o'qlari bo'yicha (yoki ularga parallel) o'lchab qo'yiladi va uch zvenoli koordinatalar siniq chizig'ining aksonometriyasi yasaladi.



a)

b)

8.2-shakl

Fazodagi koordinatalari $x=3,2$; $u=3,6$ va $z=3,3$ ga teng bo'lgan A nuqtaning aksonometriyasini yasash kerak bo'lsin (8.2-shakl, a). Buning uchun Ox o'qiga O_A nuqtadan boshlab $O_AA_{XA}=3,2 \cdot e_x$ kesmani o'lchab qo'yamiz va A_{xA} nuqtani belgilab olamiz (8.2-shakl b). Bu nuqtadan Ou o'qiga parallel qilib $A_{Ya}A'_A=3,6 \cdot e_u$ kesmani o'lchab qo'yamiz va hosil bo'lgan A'_A nuqtadan O_AZ_A o'qiga parallel qilib $A'_A A_A=3,3 \cdot e_z$ kesmani o'lchab qo'yamiz. A_A nuqta A nuqtaning aksonometrik proeksiyasi, A'_A esa A nuqtaning ikkilamchi proeksiyasi bo'ladi.

8.3. Aksonometrik proeksiyalarning turlari

Proeksiyalash yo'nalishiga qarab aksonometrik proeksiyalar *qiyshiq* (proeksiyalash yo'nalishi s aksonometrik proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar emas) va to'g'ri burchakli (proeksiyalash yo'nalishi s aksonometrik proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar) bo'lishi mumkin.

O'qlar bo'yicha o'zgarish koeffisientlariga qarab aksonometriyaning uchta turi farqlanadi:

1. Uchala o'zgarish koeffisienti turlicha bo'lgan aksonometriyalar, ya'ni $K_x \neq K_u \neq K_z$ bo'lsa, *trimetrik proeksiyalar* deyiladi.
2. Agar $K_x = K_u \neq K_z$, $K_x \neq K_u = K_z$, $K_x = K_u \neq K_z$ bo'lsa, ya'ni o'zgarish koeffisientlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lib, uchinchi ulardan farqli bo'lsa, bunday proeksiyalar *diametrik proeksiyalar* deyiladi.
3. Uchala o'zgarish koeffisientlari o'zaro teng, ya'ni $K_x = K_u = K_z$ bo'lgan proeksiyalar *izometrik proeksiyalar* deyiladi.

8.4. Aksonometriyaning asosiy teoremasi

Aksonometriyaning asosiy teoremasi nemis geometri K.Polke tomonidan ta'riflangan.

Polke teoremasi. *Bir nuqtadan chiqqan ixtiyoriy uzunlikdagi bir-biriga ixtiyoriy burchakda bo'lgan uch to'g'ri chiziqning tekislikdagi tasvirini fazodagi o'zaro perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy uzunlikdagi uchta to'g'ri chiziqning proeksiyasi deb qabul qilish mumkin.*

Ushbu teoreмага muvofiq bir nuqtada kesishuvchi har qanday uchta to'g'ri chiziqning tekislikdagi tasvirini aksonometriya o'qlari sifatida qabul qilinishi mumkin. Shu to'g'ri chiziqlarda tanlab olingan ixtiyoriy uzunlikdagi kesmalar esa aksonometriya masshtabi deb qabul qilinishi mumkin.

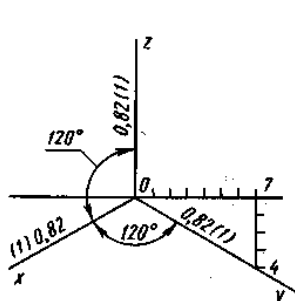
Bu aksonometriya o'qlari va masshtablar sistemasi qandaydir to'g'ri burchakli koordinata o'qlari va mastablarining parallel proeksiyalari hisoblanadi, ya'ni aksonometriya masshtablarini ixtiyoriy ravishda berilishi mumkin bo'ladi.

O'zgarish koeffitsientlari esa o'zaro $u^2+v^2+w^2=2+ctg^2\varphi$ ko'rinishidagi bog'lanishda bo'ladi, bu yerda φ -proeksiyalash yo'nalishi bilan aksonometrik proeksiyalar tekisligi orasidagi burchak.

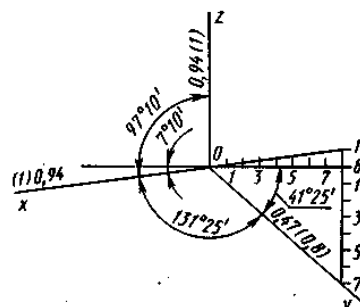
To'g'ri burchakli aksonometrik proeksiyalar uchun $\varphi=90^\circ$ bo'ladi, va

$$u^2+v^2+w^2=2+ctg^2\varphi \quad (1)$$

ko'rinishidagi tenglik to'g'ri bo'ladi, ya'ni o'zgarish koeffitsientlari kvadrlarining yig'indisi ikkiga teng bo'ladi.



8.3-shakl



8.4-shakl

To'g'ri burchakli proeksiyalashda bitta izometrik va cheksiz dimetrik va trimetrik proeksiyalar qurish mumkin.

DS 2.317-69 ga binoan muhandislik grafikasida quyidagi ikki to'g'ri burchakli aksonometriyani qo'llash qabul qilingan. Ular o'zgarish koeffitsientlari $u=w=2v$ ko'rinishdagi tenglikni qoniqtiradigan to'g'ri burchakli izometriya va to'g'ri burchakli dimetriyadir.

To'g'ri burchakli izometriya uchun (1) tenglikdan quyidagi qiymatni olamiz:

$$3u^2=2 \text{ yoki } u=w=v=\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82,$$

ya'ni uzunligi 100 mm bo'lgan koordinatalar o'qi to'g'ri burchakli izometriyada 0,82 mm bo'lib proeksiyalanadi. Amaliyotda ushbu o'zgarish koeffitsientlaridan foydalanish noqulay hisoblanadi. Shuning uchun muhandislik chizmalarida DS 2.317-69 ga binoan *keltirilgan o'zgarish koeffitsientlaridan* foydalaniladi: $u=w=v=1$.

Ushbu tarzda bajarilgan tasvirlar asl o'lchamlariga nisbatan 1,22 marta katta bo'lib tasvirlanadi, ya'ni to'g'ri burchakli izometriyaning masshtabi $M^A 1,22:1$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli izometriyada aksonometriya o'qlari o'zaro 120° ni tashkil etadi (8.3-shakl).

To'g'ri burchakli dimetriya uchun (1) tenglikdan quyidagi qiymatni olamiz:

$$u^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 + w^2 = 2;$$

$$u^2 = \frac{8}{9}; \quad u = w = \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,94; \quad v \approx 0,47.$$

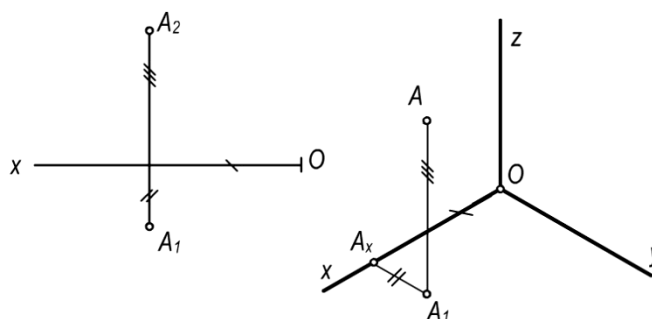
DS 2.317-69 ga binoan to'g'ri burchakli dimetriyada *keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari* $u=w=1$ va $v=0,5$ bo'ladi.

8.4-shaklda to'g'ri burchakli dimetriya o'qlarining joylashuvi ko'rsatilgan. To'g'ri burchakli dimetriyaning masshtabi $M^A 1,06:1$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli izometrik proeksiyalar

Nuqtaning izometrik proeksiyasi. Nuqtaning ortogonal proeksiyasi va uning asosida chizilgan aksonometrik proeksiyasi o'rtasidagi bog'liqlikni 8.5-shaklda berilgan tasvirdan ko'rish mumkin. Nuqtaning koordinatlari mos ravishda aksonometriya o'qlariga parallel holda o'lchab qo'yiladi. Bu yerdagi A nuqta yaqqol tasvir hisoblanadi. OA_xA_1A chiziqlar *aksonometriya siniq chizig'i* deyiladi. Aksonometriya siniq chizig'ining uzunligi nuqtaning koordinata qiymatlari yig'indisiga teng.

Proeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan aylanalar aksonometrik proeksiyalarda ellips ko'rinishida bo'ladi.



8.5-shakl

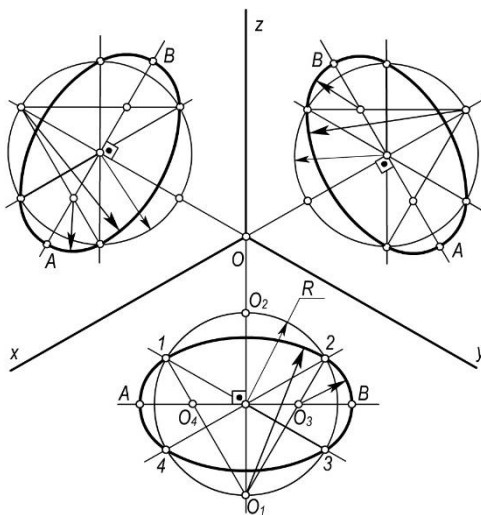
Ellipslarni qurishning bir necha usullari mazkur kitobning geometrik chizmachilik bobida ko'rib chiqilgan. Texnik chizmalarda ellips o'rniga sirkul bilan bajariladigan oval chiziladi.

Aylananing izometrik proeksiyasi. Agar aylana gorizontal proeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, ovalning AB katta o'qi Z o'qiga perpendikulyar ($AB \perp Z$) bo'ladi. Uni quyidagi tartibda bajariladi (8.6-shakl):

- izometriya o'qlarini chizib, tegishli markazdan berilgan R radiusda aylana chiziladi;
- Z o'qiga perpendikulyar qilib ovalning katta o'qi AB o'tkaziladi;
- aylananing X va Y o'qlari bilan kesishgan nuqtalari 1, 2, 3, 4 larni aniqlanadi;
- aylananing Z o'qi bilan uchrashuv nuqtalari O_1, O_2 belgilanadi;
- sirkul ignasini O_1 ga qo'yib 1,2 va O_2 ga qo'yib 3,4 nuqtalarni tutashtiruvchi yo'ylar chiziladi;

- O_1 nuqtani 1 hamda 2 nuqtalar bilan tutashtiriladi, ular AB bilan kesishib mos ravishda O_3 va O_4 markazlarni beradi;
- O_3 va O_4 markazlardan 1,3 va 2,4 nuqtalarni tutashtirib oval, ya'ni aylananing izometriyasi yasaladi.

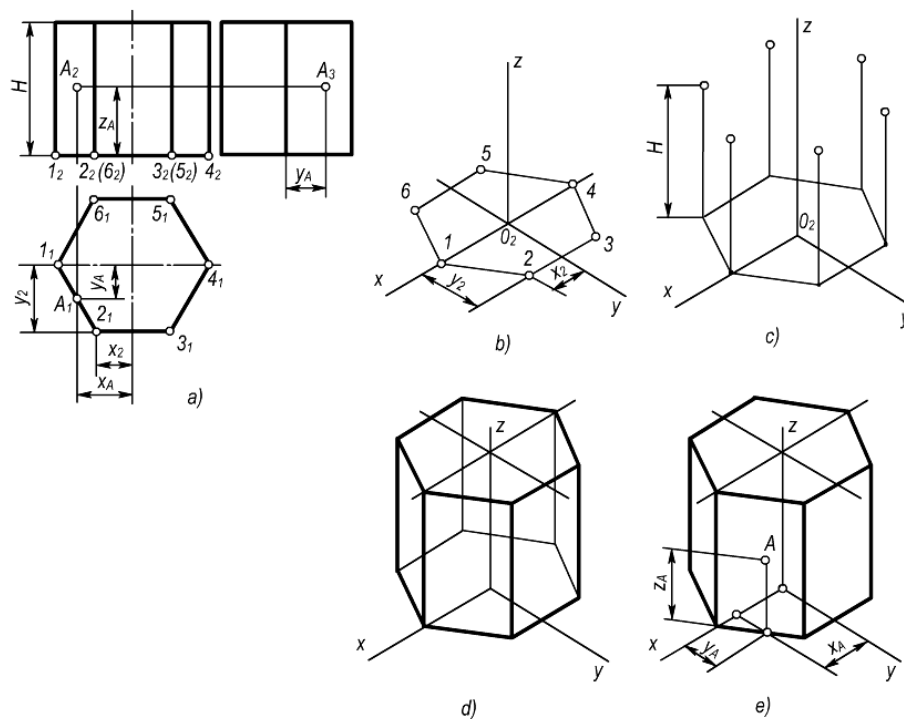
Aylananing boshqa tekislikdagi proeksiyalari ham shu tartibda bajariladi. Faqat frontal aylananing aksonometriyasida ovalning katta o'qi Ou ga perpendikulyar, profil aylana uchun esa ovalning katta o'qi Oz ga perpendikulyar bo'ladi.



8.6-shakl

Oltiyoqli prizmaning izometrik proeksiyasini uning ortogonal proeksiyasi asosida qurish 8.7-shaklda berilgan. Bu ishni quyidagi tartibda bajarish mumkin:

- izometriya o'qlari qurilgach, x o'qida ortogonal proeksiyasiga asosan 1, 4 nuqtalar o'lchab olinadi;
- x_2 va u_2 koordinatalar asosida aksonometrik proeksiyalarda 2 nuqta aniqlanadi. Xuddi shu tarzda 3,5, va 6 nuqtalar topiladi. Topilgan nuqtalar o'zaro tutashtirilca, prizma asosining izometrik tasviri hosil bo'ladi (8.7-shakl, b).
- prizma asosining uchlaridan N balandlikda vertikal to'g'ri chiziqlar tiklanadi. Topilgan nuqtalar prizma yuqori asosining uchlarini beradi (8.7-shakl, s).
- prizmaning ko'rinar qirralari qalin chiziqlarda bajariladi (8.7-shakl, d).
- Prizma sirtiga tegishli A nuqtaning izometrik proeksiyasini x_A , y_A , z_A koordinatalari yordamida qurilishi chizmadan (8.7-shakl, e) ko'rinib turibdi.



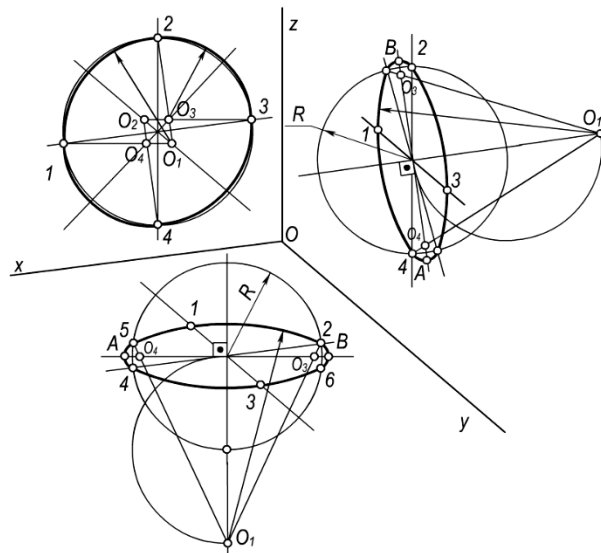
8.7-shakl

To'g'ri burchakli dimetrik proeksiyalar

Aksonometriya o'qlari bo'yicha o'zgarish koeffisientlarining ikkitasi o'zaro teng bo'lsa, dimetrik proeksiya hosil bo'ladi. Demak, x va z o'qlari bo'yicha keltirilgan o'zgarish koeffisientlari, yuqorida ta'kidlanganidek, $u=w=1$, y o'qi bo'yicha $v = 0,5$ ga teng bo'ladi.

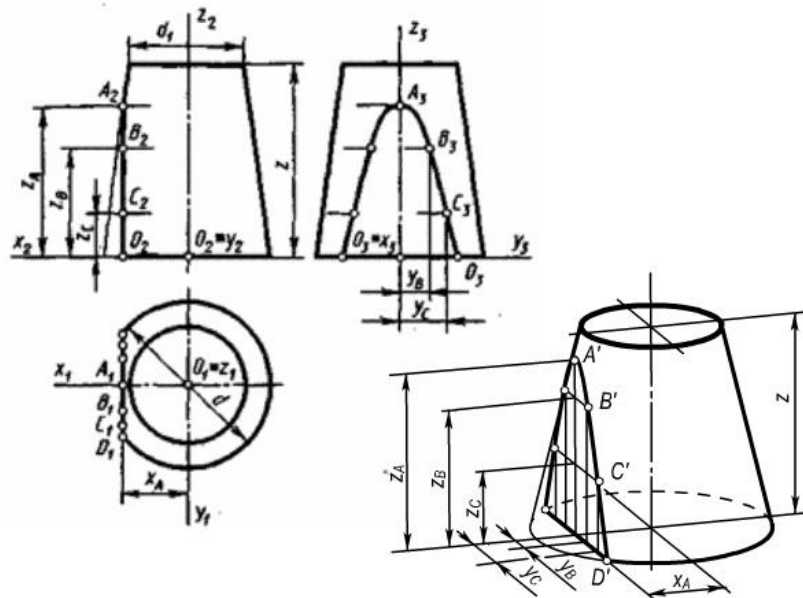
Dimetrik proeksiyalarda x o'qi gorizontal chiziqqa nisbatan $7^{\circ}10''$ ni tashkil etsa, u o'qi $41^{\circ}25''$ ni tashkil etadi (8.4-shaklga qarang).

Aylananing dimetrik proeksiyasi. Dimetrik proeksiyalarda proeksiya tekisliklariga parallel bo'lgan aylanalarning ko'rinishlari turlicha bo'ladi. 8.8-shaklda aylananing dimetrik proeksiyalarini yasash ko'rsatilgan.



8.8-shakl

Geometrik sirtning dimetrik proeksiyasi. Kompleks chizmada balandligi z ga teng bo'lgan kesik konus berilgan (8.9-shakl). Konus profil tekislik bilan kesilgan. Kesim yuzasi giperboladan iborat.



8.9-shakl

Kesik konusning dimetrik tasviri uning pastki va yuqoridagi asoslarining proeksiyalarini qurishdan boshlanadi. Ovallarning kichik o'qlari Oz o'qiga perpendikulyar yo'nalishda joylashgan. Ularning o'lchamlari tegishli aylananalarning diametrlaridan (d – pastki asos, d_1 – yuqori asos) aniqlanadi. Shundan so'ng, konusning profil tekislik bilan kesishgan yuzasi – giperbola quriladi. Profil tekislik konus asosini Ou o'qiga parallel bo'lgan x_A uzunlikdagi to'g'ri chiziq bo'ylab kesadi.

Giperbolaning dimetrik proeksiyasi ortogonal proeksiyasidagi A, B, C va D nuqtalar yordamida quriladi. Keltirilgan o'zgarish koeffisientlariga ($u=w=1$,

$v=0,5$) binoan, x va z o'qlari bo'yicha haqiqiy o'lchamlar, u o'qi bo'yicha yarim o'lcham qiymatlari qo'yiladi.

Topilgan ($A', B', C', D'...$) nuqtalar silliq qilib tutashtiriladi. Tasvirni qurish ellipslarga o'tkazilgan urinma chiziqlarni qurish bilan yakunlanadi. Pastki asosning ko'rinmas qismlari shtrix chiziq bilan chiziladi.

Asosiy adabiyotlar

1. Harvey Willard Miller. Descriptive Geometry. London, 2013. - 149 pages.
2. William Griswold Smith. Practical Descriptive Geometry. London. 2013. - 257 pages.
3. Azimov T.D. Chizma geometriya fanidan ma'ruzalar matni. O'quv qo'llanma –T.: TDTU, 2005. - 155 b.
4. Murodov Sh. va boshqalar. Chizma geometriya. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. -T.: "O'qituvchi", 2008. - 260 b.
5. L. Xeyfes «Инженерная компьютерная графика» СПб: БХБ. - Петербург.: 2005.