

[Drawing geometry and engineering graphics] week 12 - A straight line and a point lying in a plane. The main lines of the plane.

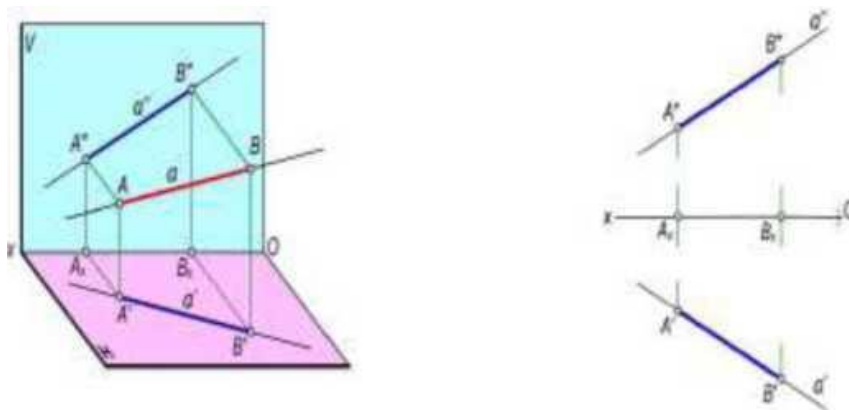
12. MAVZU: Tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziq va nuqta. Tekislikning bosh chiziqlari.

Reja:

1. Tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziq.
2. Tekislikning bosh chiziqlari.
3. To'g'ri chiziqning izlari.

To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik figura hisoblanadi. Fazodagi bir-biridan farqli ikkita A va B nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (1-rasm).

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi *to'g'ri chiziq kesmasi* deyiladi.



1-rasm

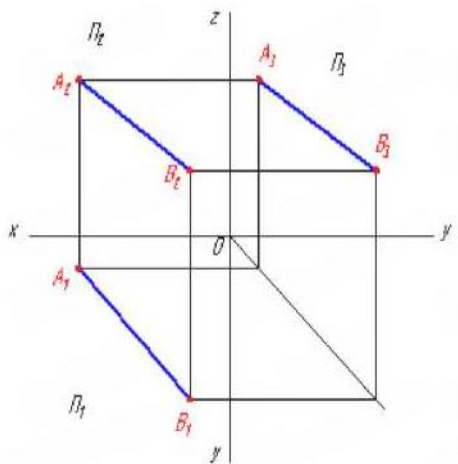
Ta'rif. Proveysivalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

To'g'ri chiziqning gorizontaal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil

proyeksiyasini yasash mumkin. Buning uchun uning tanlab olingan A va B nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi (2-rasm).

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to'g'ri chiziqlar bo'lib, ular proyeksiyalar o'qlariga nisbatan o'tkir burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklarni α , β , γ xarflari bilan belgilanadi.

α , β , γ burchaklar AB kesmaning H , V , W proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi.



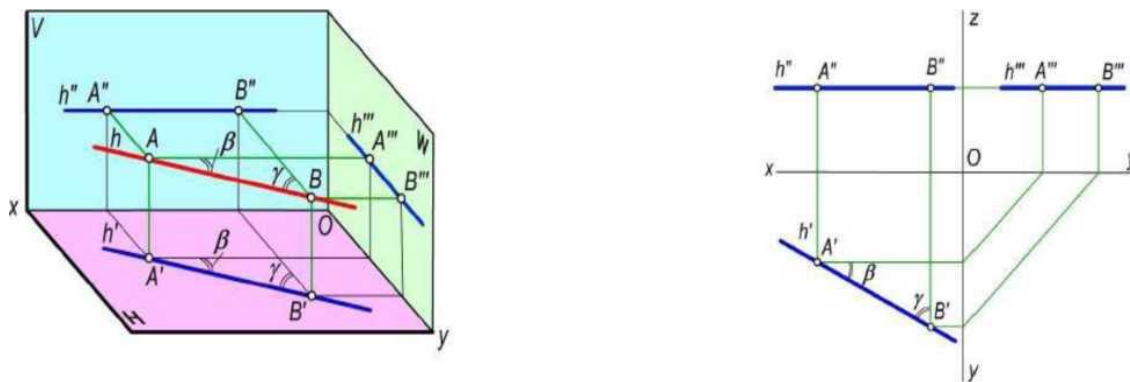
1.2- rasm

Ta'rif. Proyeksiyalar tekisligiga parallel, perpendikulyar bo'lgan yoki proyeksiyalar tekisligiga tegishli bo'lgan to'g'ri chiziq xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

Proyeksiyalar tekisligiga parallel to'g'ri chiziqlar

Gorizontal to'g'ri chiziq. Gorizontal proyeksiyalar tekisligi H ga parallel to'g'ri chiziq *gorizontal chiziq* (yoki *gorizontal*) deb ataladi (2- rasm).

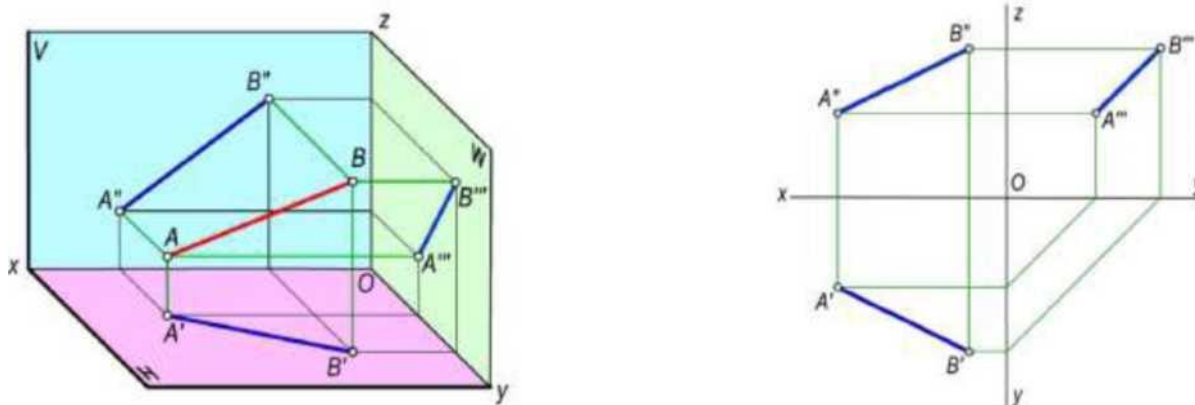
Z



2-rasm

Gorizontalning barcha nuqtalari H tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning frontal proyeksiyasi Ox o'qiga, profil proyeksiyasi esa Oy o'qiga parallel bo'ladi. Gorizontalning gorizontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proyeksiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi p va y burchaklar gorizontalning V va W tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

Frontal to'g'ri chiziq. Frontal proyeksiyalar tekisligi V ga parallel to'g'ri chiziq *frontal to'g'ri chiziq* (yoki *frontal*) (3-rasm) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari V tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning gorizontal proyeksiyasi Ox o'qiga, profil proyeksiyasi esa Oz o'qiga parallel bo'ladi. Frontalning frontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi.

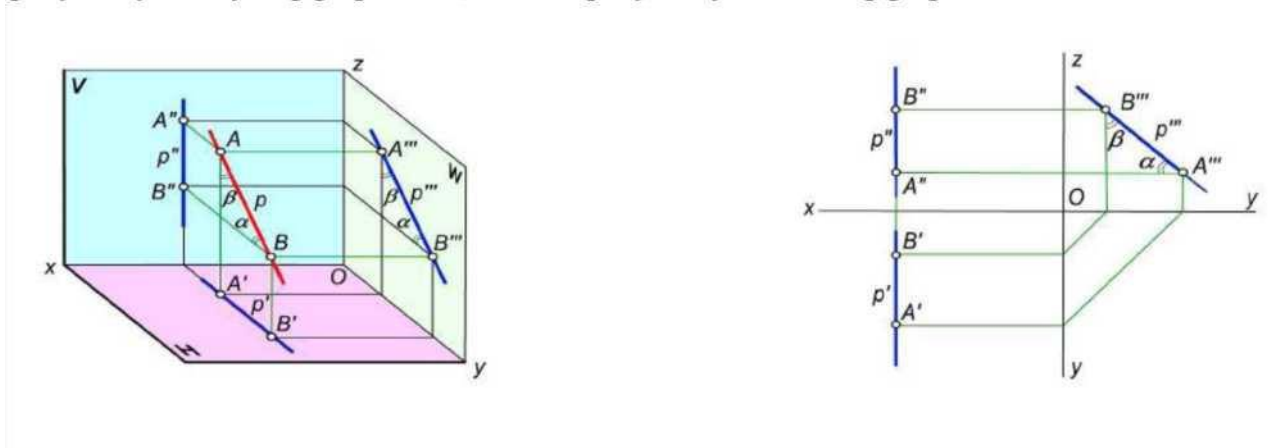


3-rasm

Mazkur chiziq kesmasining frontal proyeksiyasi uning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi α va β burchaklar frontalni H va W proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

Profil to'g'ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligi W ga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq *profil to'g'ri chiziq* (yoki *profil*) deb ataladi (6-rasm). Profilning barcha nuqtalari W tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning gorizonta

proyeksiyasi Oy o'qiga parallel, frontal proyeksiyasi Oz o'qiga parallel bo'ladi.



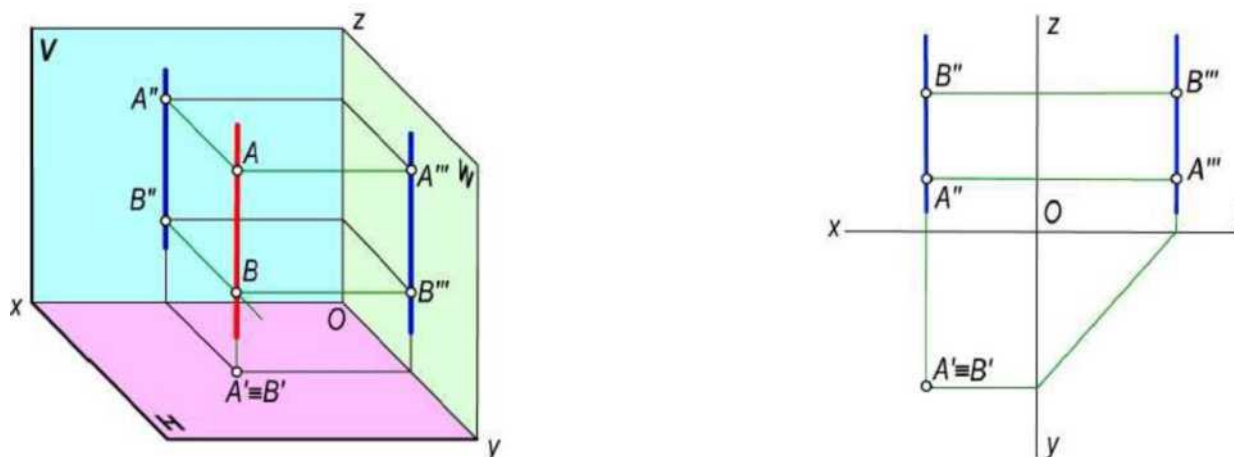
6-rasm

Profilning profil proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo'ladi. Mazkur, chiziq kesmasining profil proyeksiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi α va β burchaklar profil chiziqning H va V tekisliklar bilan tashkil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi.

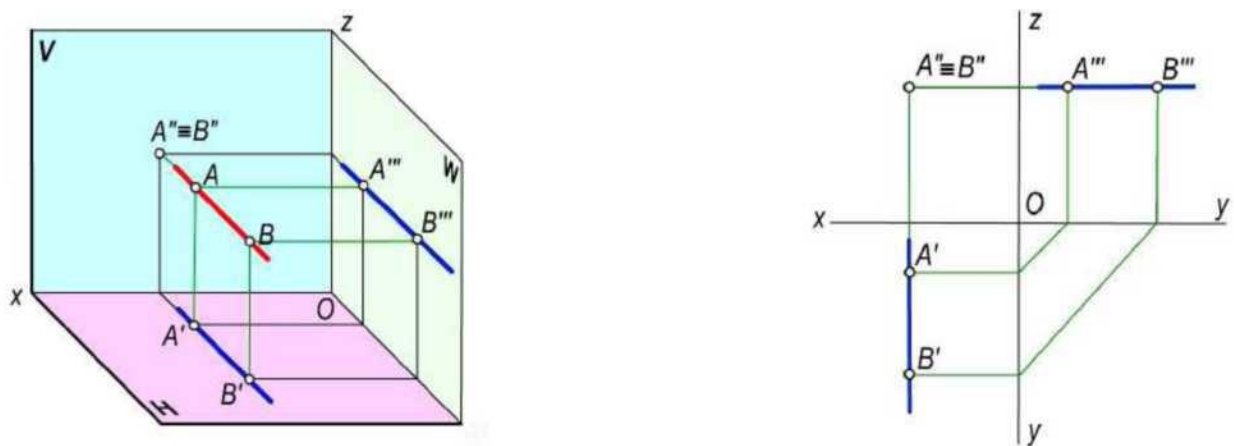
Gorizontai proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq. Gorizonta proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziq *gorizonta proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq* deb ataladi (7-rasm). Bu to'g'ri chiziq H tekislikka nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning frontal va profil proyeksiyalari Oz o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq

kesmasi V va W ga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



7-rasm.

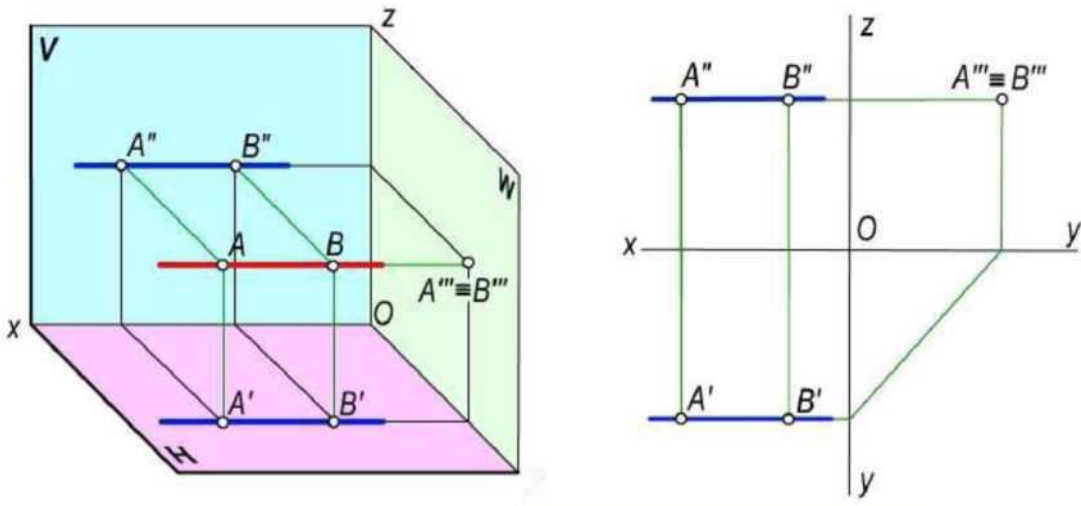
Frontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziq *frontal proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi (8-rasm). Bunday to'g'ri chiziq V tekisligiga nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va profil proyeksiyalari Oy o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi H va W proyeksiyalar tekisliklariga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



8-rasm

Profil proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziq *profil proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi (9-

rasm). Bu to'g'ri chiziq profil tekisligiga nuqta bo'lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proyeksiyalari Ox o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi H va V ga o'zining o'lchami bo'yicha proyeksiyalanadi.



9-rasm

To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'lish

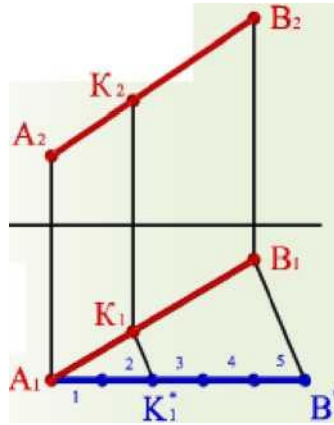
Parallel proyeksiyalashning xossasiga asosan biror nuqta fazodagi to'g'ri chiziq kesmasini qanday nisbatda bo'lsa, uning bir nomli proyeksiyalari to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalarini ham shunday nisbatlarga bo'ladi.

9-rasmda berilgan chizmaga asosan C nuqta AB kesmani AC:CB nisbatda bo'lgan deb qabul qilinsin. Yuqoridagi xossaga binoan C nuqtani proyeksiyalari AB kesmaning proyeksiyalarini xuddi shunday nisbatlarda bo'ladi. ya'ni

$$AC:CB = A'C':C'B' = A''C'':C''B''.$$

To'g'ri chiziqqa tegishli nuqtaning bunday xususiyatidan foydalanib har qanday to'g'ri chiziq kesmasini ixtiyoriy nisbatda proporsional bo'laklarga bo'lish

mumkin. Masalan 10-rasmda berilgan $AB(A'B \setminus A''B'')$ to'g'ri chiziq kesmasini teng 5 bo'lakka bo'lish uchun kesmaning ixtiyoriy, masalan, gorizontal proyeksiyasining A' uchidan ixtiyoriy burchakda yordamchi a to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu to'g'ri chiziqqa ixtiyoriy o'lchamga ega bo'lgan kesma tanlab besh nuqta qo'yib chiqiladi. So'ngra 5 va B' nuqtalarni o'zaro tutashtirilib, 4, 3, 2 va 1 nuqtalardan $5B'$ chiziqqa parallel chiziqlar o'tkaziladi.

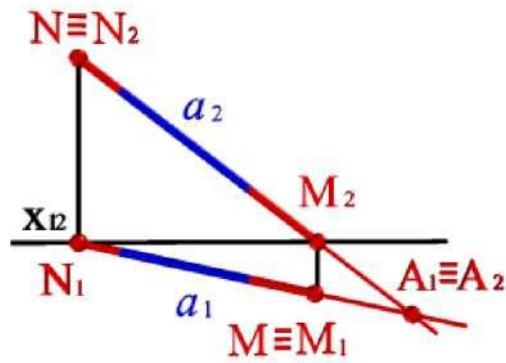


10-rasm

Natijada, $A'B'$ kesma 5 teng bo'lakka o'linadi. To'g'ri chiziq kesmasining gorizontal $A'B'$ proyeksiyasidagi bu nuqtalardan foydalanib kesmaning $A''B''$ frontal proyeksiyasini proyeksiyon bog'lanish chiziqlari yordamida teng 5 bo'lakka bo'lish qiyin emas. Chizmadagi C nuqta AB to'g'ri chiziq kesmasini $AC:CB=3:2$ nisbatda bo'ladi.

Ta'rif. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari to'g'ri chiziqning izlari deyiladi.

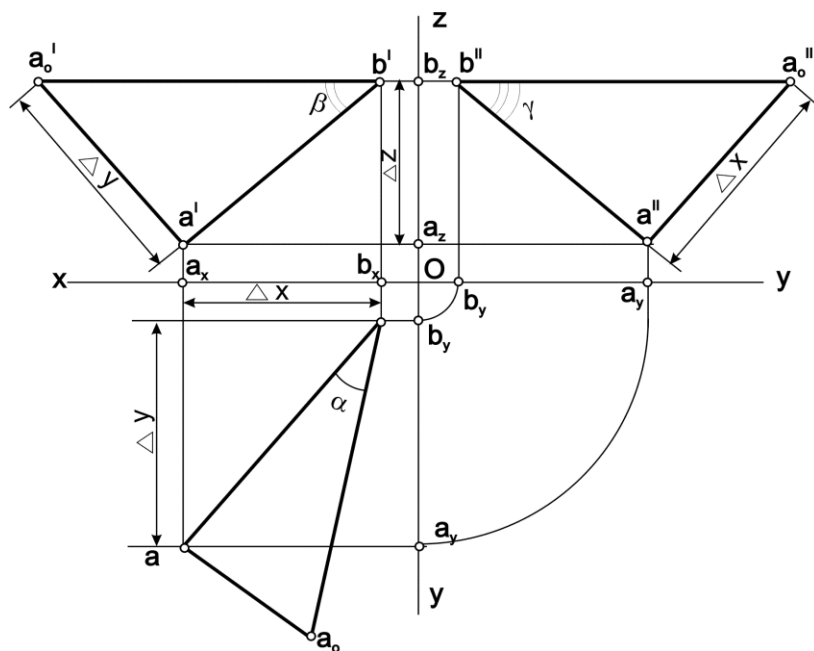
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq hamma proyeksiyalar tekisliklarini kesib o'tadi. Biror a to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqning profil proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi: $anH=M_H$, $anV=N_V$ va ahl $W=F_W$. 31 rasmda, a to'g'ri chiziq izlarini yasashning fazoviy modeli ko'rsatilgan.

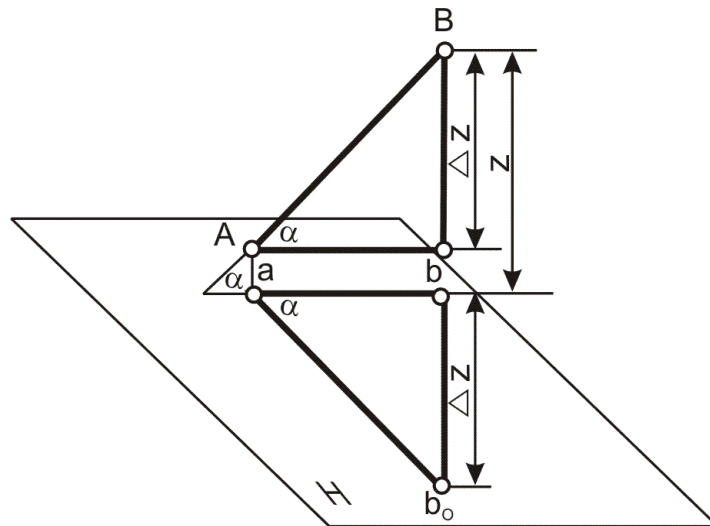


11-rasm

To'g'ri chiziq. To'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi va proyeksiya tekisliklariga og'ish burchaklarini aniqlash.

1 - misol. Koordinatalari bilan berilgan **AB** to'g'ri chiziq kesmasining epyuri chizilsin. **AB** kesmaning haqiqiy uzunligi va proeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ish burchaklari aniqlansin.





$$[AC] \parallel [ab]$$

$$|AC| = |ab|$$

$$[AB] \perp H = a$$

$$[AB] \perp [AC] = a$$

$$[ab] \perp [bb_0] = 90^\circ$$

$$|ab_0| = |AB|$$

$$[ab] \perp [ab_0] = a$$

$$DZ = |Bb| - |Aa| = |BC| = B_z - A_z$$

$$DZ = \frac{1}{2}b'b_x^{1/2} - \frac{1}{2}a'a_x^{1/2} = \frac{1}{2}b'c'^{1/2} = b_z - a_z = 45 - 10 = 30$$

$$DY = \frac{1}{2}aa_x^{1/2} - \frac{1}{2}bb_x^{1/2} = \frac{1}{2}aa'^{1/2} = a_y - b_y = 60 - 10 = 50$$

$$DX = \frac{1}{2}a'a_z^{1/2} - \frac{1}{2}b'b_z^{1/2} = \frac{1}{2}a'c'^{1/2} = a_x - b_x = 55 - 10 = 45$$

$$\frac{1}{2}aa_0^{1/2} = \frac{1}{2}DZ^{1/2}; \frac{1}{2}a_0b^{1/2} = \frac{1}{2}AB^{1/2}; [a_0b] \wedge [ab] = a; a = (AB) \wedge H$$

$$\frac{1}{2}a'a_0^{1/2} = \frac{1}{2}DY^{1/2}; \frac{1}{2}a'_0b'^{1/2} = \frac{1}{2}AB^{1/2}; [a'_0b'] \wedge [a'b'] = b; b = (AB) \wedge V$$

$$\frac{1}{2}a''a''_0^{1/2} = \frac{1}{2}DX^{1/2}; \frac{1}{2}a''_0b''^{1/2} = \frac{1}{2}AB^{1/2}; [a''_0b''] \wedge [a''b''] = g; g = (AB) \wedge W$$

To'g'ri chiziqning izlari

Ta'rif. to'g'ri chiziqning proeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari to'g'ri chiziqning izlari deyiladi.

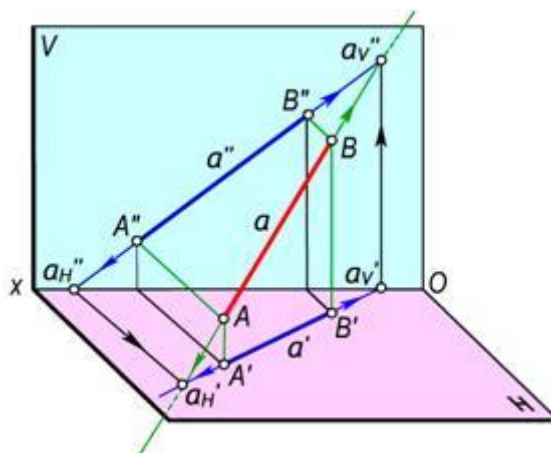
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq hamma proeksiyalar tekisliklarini kesib o'tadi. biror A to'g'ri chiziqning gorizontal proeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. shuningdek, to'g'ri chiziqning profil proeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi:

$$A'h=m_h, A'v=n_v \text{ va } A'w=f_w.$$

3.13,a-rasmda, A to'g'ri chiziq izlarini yasashning fazoviy modeli ko'rsatilgan.

to'g'ri chiziqning gorizontal izini proeksiyalarini chizmada (3.13-b, rasm) aniqlash uchun:

- to'g'ri chiziqni frontal proeksiyasining ox o'qi bilan kesishish nuqtasi $A''_h=A''$ ox topiladi;
- A''_h nuqtadan ox o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
- to'g'ri chiziqning gorizontal proeksiyasi bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi to'g'ri chiziqning gorizontal izining gorizontal proeksiyasi $A'_h \square a_h$ bo'ladi.
-



3.13-rasm

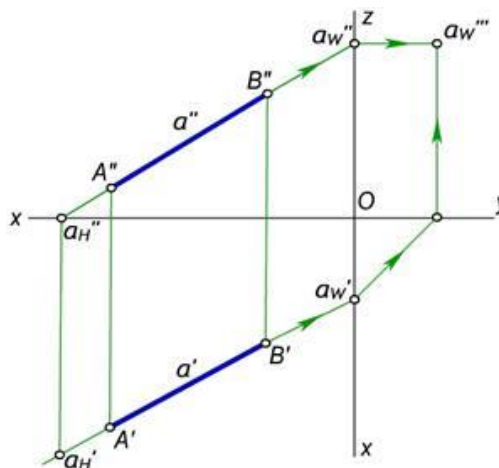
to'g'ri chiziq frontal izining proeksiyalarini chizmada aniqlash uchun:

- to'g'ri chiziq gorizontal proeksiyasining ox o'qi bilan kesishish nuqtasi $A'_v=A''_{ox}$ topiladi;
- bu nuqtadan ox o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
- to'g'ri chiziqning frontal proeksiyasi bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi uning frontal izining frontal proeksiyasi AB' (AB) bo'ladi.

To'g'ri chiziqning profil izini yasash uchun:

- uning frontal proeksiyasini oz o'qi bilan kesishguncha dABom ettiriladi.
- hosil bo'lgan nuqtadan oz ga perpendikulyar chiqariladi.
- to'g'ri chiziqning gorizontal proeksiyasi oy o'qi bilan kesishguncha dABom ettiriladi.
- hosil bo'lgan nuqtadan y o'qiga perpendikulyar chiqariladi.
- ikki perpendikulyarning o'zaro kesishish nuqtasi A to'g'ri chiziqning profil izi va shu izning profil proeksiyasi ham bo'ladi.

SHakldagi $A'_w A''_w$ nuqtalar mazkur A to'g'ri chiziq profil izining gorizontal va frontal proeksiyalari bo'ladi. A'''_w nuqta A to'g'ri chiziq profil izining profil proeksiyasidir.



3.14-rasm

3.3. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini va proeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash

Umumiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziq kesmasining proeksiyalari orqali uning haqiqiy o'lchamini aniqlash va proeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash masalasi amaliyotda ko'p uchraydi.

AB to'g'ri chiziq kesmasi hamda uning h , v va w tekisliklardagi proeksiyalari berilgan bo'lsin (3.13-rasm). kesmaning A nuqtasidan $Ae \parallel A'V'$ to'g'ri chiziq o'tkaziladi va to'g'ri burchakli $\triangle ABe$ ni hosil qilinadi. bunda $Ve = BB' - AA'$, bu erda $AA' = eV'$ bo'lgani uchun $Ve = BB' - eV' = \square_z$ bo'ladi.

to'g'ri burchakli ABe uchburchakning AB gipotenuzasi Ae katet bilan \square burchak hosil qiladi. bu burchak AB kesmaning h tekislik bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

to'g'ri chiziq kesmasining v proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan \square burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli ABf uchburchakdan foydalanamiz. Bu uchburchakning Vf kateti AB kesmasining frontal proeksiyasi $A''V''$ ga, ikkinchi Af kateti uning A va V uchlarning v tekislikdan uzoqliklarining ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $Af = AA'' - BB''$, bo'lib, $BB'' = fA''$ bo'lgani uchun $Af = AA'' - fA'' = dy$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli ABf ning AB gipotenuzasi Vf katet bilan hosil qilgan \square burchak AB kesmaning v tekislik hosil qilgan burchagi bo'ladi.

3.13-*b*, rasmda AB kesmaning w tekislik bilan hosil qilgan \square burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Bu burchakni aniqlash uchun to'g'ri burchakli $dABf$ dan foydalanamiz. Bu uchburchakning bir kateti AB kesmasining profil $A'''V'''$ proeksiyasiga, ikkinchi Ad kateti A va V uchlarning w tekislikdan uzoqliklari ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $Ad = AA''' - BB'''$, bo'lib, $BB''' = dA'''$ bo'lgani uchun $Ad = AA''' - dA''' = dx$ bo'ladi.

CHizmada kesmaning berilgan proeksiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. SHuning uchun bu usulni to'g'ri burchakli uchburchak usuli deb yuritiladi.

Asosiy adabiyotlar

1. Harvey Willard Miller. Descriptive Geometry. London, 2013. - 149 pages.
2. William Griswold Smith. Practical Descriptive Geometry. London. 2013. - 257 pages.
3. Azimov T.D. Chizma geometriya fanidan ma'ruzalar matni. O'quv qo'llanma – T.: TDTU, 2005. - 155 b.
4. Murodov Sh. va boshqalar. Chizma geometriya. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. -T.: "O'qituvchi", 2008. - 260 b.
5. L. Xeyfes «Инженерная компьютерная графика» СПб: БХБ. - Петербург.: 2005.