

Engineering of CAD/CAM/CAE projects. Week 10
Introduction to the FEM finite Element Method.

CAD/CAM/CAE loyihalarining muhandislik tahlili

10 hafta

Mazu: CEU/MKE/FEM Cheklangan Element Usuliga Kirish

Reja.

1. CEU/MKE/FEA kirish
2. CEU/MKE/FEA afzalliklari
3. Elementlarni tanlash
4. CEU jarayonini bajarish

CEU/MKE/FEA kirish

1. Cheklangan Elementlar Usuli (CEU, MKE, FEM) differentsial tenglamalar, qisman differentsial tenglamalar yordamida tavsiflangan ilmiy / amaliy muhandislik muammolarini hal qilish uchun eng samarali va hozirda ko'p ishlatiladigan raqamli usullar dan biridir.
2. Xususan, MKE qattiq jismlar mexanikasi, issiqlik o'tkazuvchanligi, elektromagnetizm, aero- va gidrodinamika muammolarini hal qilish uchun ishlatiladi.
3. Google qidiruv tizimidagi "finite element method" so'rov natijasi ~12,5 million sahifa, cheklangan farq usuli bilan taqqoslash uchun: "finite difference method" ~2,2 million sahifa.

CEU/MKE/FEM

Elliptik tipdagi qisman hosilalari bo'lgan tenglamalarni raqamli echish uchun cheklangan element usulining matematik asoslarini qisqacha taqdim etadi.

Usulni yaratish uchun chegara muammosidan variatsion (integral) formulaga o'tish kerak. Variatsion muammoni hal qilish masalasini o'rganish noma'lum yechim izlanadi.

Hudud uchburchagiga asoslangan asosiy funktsiyalarning maxsus qurilishi ko'p sonli noma'lum $\sim 10^{-6}$ - 10^{-9} bo'lgan vazifalar uchun cheklangan elementlar usulini qo'llashga imkon beradi.

CEU/MKE/FEM afzalliklari

- murakkab shakllarning namunaviy jismlari
- umumiy / chegara yuklanishni bajara oladi
- kompozit va ko'p fazali materialdan tashkil topgan modellar
- model osonlik turli tomonidan takomillashtirilgan aniqlik uchun toblangan
- element hajmi va turini yaqinlashtirish sxemasi
- Vaqtga bog'liq va o'zgaruvchan effect
- Chiziksiz

CEU/MKE/FEM

Cheklangan elementlar usuli amalga oshiriladigan har qanday dasturi uchun ish tartibi:

1. Dizayner tomonidan 3D qismli modelni yaratish (CAD geometriyasi).
2. Hisoblashda foydalanish uchun 3D modelni idealizatsiya qilish va soddalashtirish.(Simplified)
3. Matematik modelni yaratish.

Matematik model quyidagilarni o'z ichiga oladi:

- a. tahlil turi vazifasi (turli xil vazifalar turli xil matematik yondashuvlarni talab qilishi mumkin);
- b. moddiy xususiyatlarni belgilash;

- c. mahkamlash vazifasi;
 - d. yuklanish vazifasi.
4. Modelni cheklangan elementli panjara bosish. (Meshing)
 5. Yechim. (Solution)

Solidworks ro'yxatdagi harakatlarni bajarishni osonlashtiradi va o'rganish uchun kulay oddiy va intuitiv interfeysga ega.

Avtomatlashtirilgan hisoblashning eng keng tarqalgan usuli – ko'plab dasturiy ta'minot majmualarida mavjud SOLIDWORKS Simulationda amalga oshirilgan cheklangan elementlar usuli (MKE).

CEU tez natija olish yo'li

Cheklangan va uzluksiz ob'ekt cheksiz erkinlik darajasiga ega va muammoni ushbu formatda hal qilish mumkin emas. Cheklangan element usuli mesh (tugunlar va elementlar) diskretizatsiyasi yordamida erkinlik darajasini cheksizdan chekli darajaga kamaytiring.

CEU/MKE/FEM: asosiy qadamlar

Vaqtga bog'liq bolmagan muammolar:

- domenni diskretlashtirish
- element turini tanlash (shakli va
 aproksimatsiya)
- element tenglamalarini chiqarish
- element tenglamalarini global

shaklga to'plash

$$[K] \{U\} = \{F\},$$

bu erda:

[K] - qattqlik yoki mulk matritsasi,

{U}- nodal siljish vektor, ya'ni xulq -atvor

{F}- nodal kuch vektori, ya'ni harakat.

- Chegara va dastlabki shartlarni

qo'shing,

- Noma'lum tugun siljishi va kuchlanish qiymatlarining ikkilamchi noma'lumlarga yig'ilgan tenglamalar tizimini echish

Muammoning diskretizatsiyasi

Egiluvchan gepmetrik fazo mayda, ammo cheklangan elementlardan iborat.

Elementlar tugunlarda birlashgan, tugunlar ma'lum erkinlik darajaga ega. Discretizatsiya jarayoni aralashtirish deb ataladi.

Egiluvchan gepmetrik fazo mayda, ammo cheklangan elementlardan iborat.

Elementlar tugunlarda birlashgan, tugunlar ma'lum erkinlik darajaga ega. Discretizatsiya jarayoni aralashtirish deb ataladi.

Nuqtalar soni $P=\infty$

Erkinlik darajasi $E=6$

Tenglamalar soni $\infty*6= \infty$

Nuqtalar soni $P=12$

Erkinlik darajasi $E=6$

Tenglamalar soni $12*6=72$

Erkinlik darajasi

- Mexanik tizimning erkinlik darajasi – bu tizim shaqlini aniqlovchi mustaqil parametrlar sonidir.

- Qattiq jismning fazoviy joylanishi uchta harakatlanish va uchta aylanish imkoniyatlari bilan aniqlanadi, yani erkinlik darajasi oltiga teng.
- Qolgan ko'rsatkichlar: temperatura, molekulalar tebranishi va boshqalar elementning turiga bog'liqdir (1D, 2D, 3D).
- Elementlar turi (yuqa obolochka, yapoloq bosim va kuchlanish, membrana va boshqalar) hamda tahlil turi.

Tugunlar

Tugun – bu erkinlik darajasi aniqlangan va fazoda ma'lum koordinatalarga mos joylashgan nuqtadir. CEA/MKE/FEA tahlilda erkinlik darajasi ko'p shaklda bo'ladi.

Masalan, tarkibiy tahlilda erkinlik darajalari siljishlar (U_x U_y U_z), termal tahlilda esa erkinlik darajasi haroratdir.

Avtomobil chqarish tizimi misolida har bir tugunda erkinlik darajalari mavjud – U_x , U_y , U_z va T , chunki tahlil temperature siljishi bilan bog'langan (termal kengayish effektlari tufayli).

O'zgaruvchilar boshqaruvchi tenglama bo'yica har bir tugunda hisoblanadi.

Tugunlar orasidagi va elementlar ichidagi maydon o'zgaruvchan qiymatlari hisoblab chiqiladi interpolatsiya usulida.

Elementlar turi

CET/MKE/FEA muammo domenni nisbatan kam sonli qismlar/hujayra/elementlarga bo'lib va har bir individual elementga boshqaruvchi differentsial tenglama ishlatiladi.

So'ngi yechim muammo domenida belgilangan elementlarning yechimlari yig'indisi aniqlanganda paydo bo'ladi.

Yechim domendagi kerakli joyning nisbiy nuqtasida burilish, stress va zo'riqishni anglatadi.

XULOSA

1. Cheklangan elementlar usuli (CEU/MKE/FEA) murakkab tuzilmalarning kuch xususiyatlarini tahlil qilish uchun keng qo'llaniladigan raqamli usuldir.
2. U o'rganilayotgan ob'ektni ko'p sonli cheklangan elementlarga ajratishga asoslangan.
3. Har bir element xatti-harakatlarini tavsiflovchi matematik model bilan tavsiflanadi.
4. Hisoblash ANSYS, SolidWorks Simulation, Lira-SAPR kabi ixtisoslashtirilgan dasturlarda amalga oshiriladi.
5. MCE murakkab geometriya, heterojen materiallar va turli xil yuklarni hisobga olishga imkon beradi, bu esa uni kuchni tahlil qilish uchun kuchli vositaga aylantiradi..
6. MCENI qo'llash sohasi.Hozirgi vaqtda MKE chuqurnazariy asoslar va quyidagilar uchun qo'llaniladijuda keng ko'lamlı muammolarni hal qilish, masalan:
7. statsionar issiqlik tarqatish vazifalari ,diffuziya, elektr maydon taqsimoti,maydon nazariyasining boshqa vazifalari;
8. gidromekanikaning vazifalari, xususan,gözenekli muhitda suyuqliklar;
9. mexanika va kuchning vazifalari, shu jumladan dizaynsamolyotlar, raketalar va turli xil fazoviyqobiqlar;
va boshqalar.
10. Cheklangan elementlar usuli (CEU/MKE/FEA) murakkab tuzilmalarning kuch xususiyatlarini tahlil qilish uchun keng qo'llaniladigan raqamli usuldir.
11. U o'rganilayotgan ob'ektni ko'p sonli cheklangan elementlarga ajratishga asoslangan.

12. Har bir element xatti-harakatlarini tavsiflovchi matematik model bilan tavsiflanadi.
13. Hisoblash ANSYS, SolidWorks Simulation, Lira-SAPR kabi ixtisoslashtirilgan dasturlarda amalga oshiriladi.
14. MCE murakkab geometriya, heterojen materiallar va turli xil yuklarni hisobga olishga imkon beradi, bu esa uni tahlil qilish uchun kuchli vositaga aylantiradi.

NAZORAT SAVOLLAR

1. Tuzilmalarni hisoblashning asosiy zamonaviy raqamli usullarini sanab o'ting.
2. Cheklangan elementlar usulining mohiyati (asosiy g'oyasi) nima?
3. MKENI hisoblashda dizaynning dizayn maydonini diskretlashtirish nima?
4. MKE bo'yicha hisoblangan dizaynning diskret modelining mohiyati nimada?
5. MKE uchun umumiy statik hisoblash algoritmining asosiy bosqichlarini sanab bering?
6. Cheklangan elementlar, ularning turlari. Cheklangan elementning erkinlik darajasi. Albatta - elementli dizayn sxemasi. Tizimdagi yukni tugunga etkazish.
7. Cheklangan elementning qattqlik matritsasi. Uning tuzilishi. Element tugunlarining harakatlari va ularga ta'sir qiladigan harakatlar o'rtasidagi bog'liqlik.
8. Raqamli matritsani aniqlang.- Qaysi matritsa kvadrat, to'rtburchaklar, birlik, matritsa-vektor deb ataladi?
9. Matritsalar qanday qo'shiladi, ayiriladi va ko'paytiriladi?
10. Teskari matritsa nima va u nima uchun ishlatiladi?

11. Oxirgi elementning qattqlik matritsasi elementlari qanday formulalar bilan hisoblanadi?
12. Oxirgi elementning geometrik qattqlik matritsasi elementlari qanday formulalar bilan hisoblanadi?
13. Oxirgi elementning massa matritsasi elementlari qanday formulalar bilan hisoblanadi?
14. O'zingizning shakllaringiz bo'yicha parchalanish usulini shakllantirasizmi?
15. Hisob-kitoblarda qaysi matritsaning o'ziga xos shakllari ishtirok etadi?
16. Matritsalarining funktsiyalari qanday aniqlanadi?
17. Cheklangan elementlar tizimining qattqlik matritsasi. Uning tuzilishi. Cheklangan element sxemasi tugunlarining harakatlari va ularga ta'sir qiladigan harakatlar o'rtasidagi bog'liqlik.
18. Elementga ta'sir qiluvchi harakatlar va harakatlar vektorlari. Elementlar tizimiga ta'sir qiluvchi harakatlar va harakatlar vektorlari, ularning tuzilishi va bir-biri bilan aloqasi.
19. Cheklangan elementlarning ulanishi. Cheklangan element sxemasidagi tugunlarning muvozanat holati. Cheklangan elementlar usulining hal qiluvchi tenglamalari tizimini shakllantirish.
20. Cheklangan elementlarning qattqlik matritsalaridan cheklangan element sxemasining global qattqlik matritsasini shakllantirish.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. What Is FEA | Finite Element Analysis?
<https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-fea-finite-element-analysis>
2. Инженерный анализ: Пособие для студентов - Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2022. - 340 с.

3. Метод конечных элементов своими руками.
<https://habr.com/ru/articles/792464/>
4. Уланов А. М. Основы метода конечных элементов. Лекции Самара, САМГУ, 2011, 19 стр.
5. Солдаткин А.В., Баранова Е.С. Введение в метод конечных элементов. Учебное пособие. Санкт-Петербург. Балтийский государственный технический университет «Военмех», 2020. 123 стр.
6. Ю. А. Сагдеева и др. Введение в метод конечных элементов. Ижевск. Удмуртский университет, 2011. 44 стр.
7. Метод конечных элементов в SOLIDWORKS.
<https://dipro.ru/vvedenie-v-metod-konechnykh-elementov/>
8. Лаврова О.А. Метод конечных элементов.
<https://km.mmf.bsu.by/courses/2020/fem.html>
9. What Is FEA | Finite Element Analysis?
<https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-fea-finite-element-analysis/>
10. Choudhary Chetan. Introduction to Finite Element Analysis.
https://www.youtube.com/watch?v=f3N0yM_Wt7w&list=PLICzjluc4UqH3hllQc1kEF19YoBfAkEBQ
11. Prithvirajan D. Introduction to Finite Element Method (FEM) for Beginners. <https://www.youtube.com/watch?v=C6X9Ry02mPU>