

## **Fundamentals of Electrical Engineerings**

### **WEEK 8 - AC ELECTRICAL CIRCUITS CONTAINING RESISTORS, COILS, AND CAPACITORS. SEQUENTIAL AND PARALLEL ASSEMBLY OF R, L, AND C ELEMENTS.**

**Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi**

**Lecturer**

**(Saidjon Ismoilov)**

**Занчирҳои электрикии чараёни тағйирёбандаи дорои резистор, ғалтак  
ва конденсатор. Васли пайдарпай ва мувозии R, L, C элементҳо.**

## **Мундариҷаи лексия:**

1. Бартарии занҷирҳои ҷараёни синусоидалӣ;
2. Элементи резистивӣ дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ;
3. Элементҳои ғайрифазол дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ;
4. Адабиёт.

### **Бартарии занҷирҳои ҷараёни синусоидалӣ**

Ҷараёни тағйирёбанда гуфта, ҷараёнеро меноманд, ки қимати он вобаста ба вақт тағйир меёбад. Дар амалия ҷараёни тағйирёбанда васеъ истифода бурда мешавад, зеро он назар ба ҷараёни доимӣ дорои як қатор бартариҳо мебошад:

- ҷараёни тағйирёбандаро табдил додан мумкин аст ва ин имконият мидиҳад, ки энергияи электрикиро ба масофаи дароз интиқол диҳем;
- истеҳсоли ҷараёни тағйирёбанда содда, оқилона ва сарфакорона мебошад;
- табдил додани энергияи электрикии ҷараёни тағйирёбанда ба энергияи механикӣ содда ва осон аст.

Яке аз намудҳои маъмули ҷараёни тағйирёбанда, ҷараёни синусоидалӣ мебошад, ки дар шабакаҳои электрикии амалкунанда истифода бурда мешавад. Қимати ҷараёни синусоидалӣ вобаста ба вақт мувофиқи қонуни синусоидалӣ тағйир меёбад. Ҷараёни синусоидалӣ ба фарқ аз дигар намудҳои ҷараёнҳои тағйирёбанда дорои бартариҳои зерин мебошад:

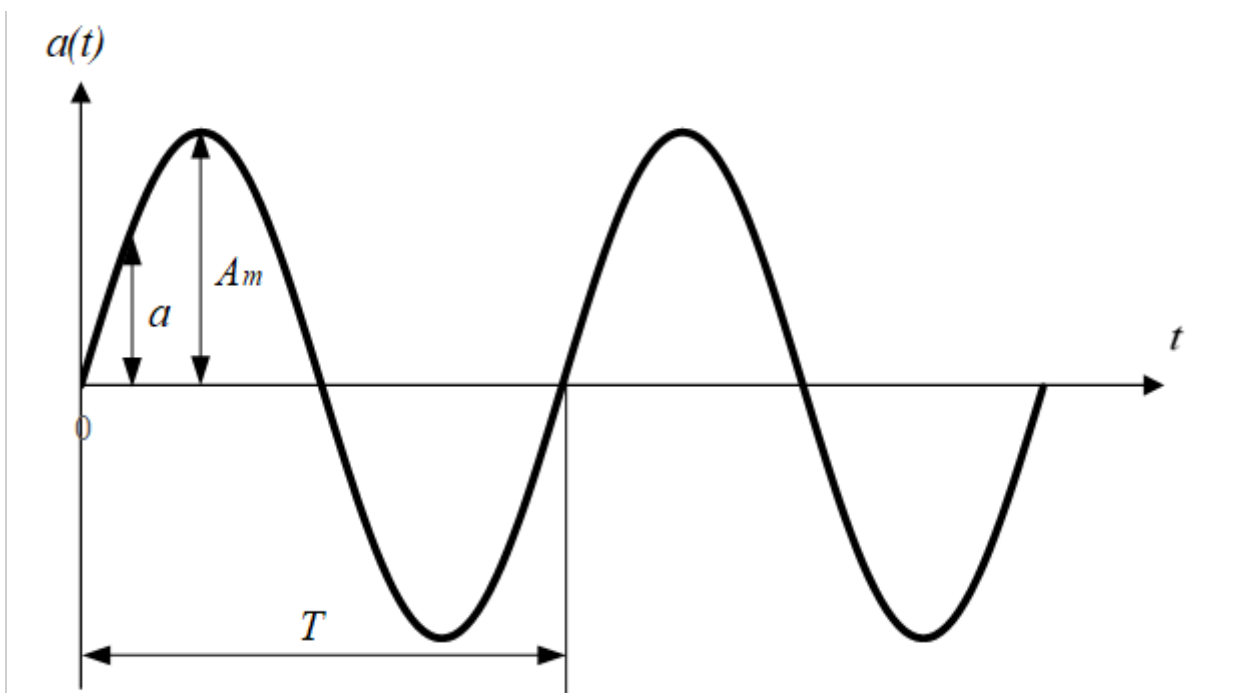
- шакли қачхаттаи шиддат ва ҷараёни синусоидалӣ баъд аз табдилдиҳӣ тағйир намеёбад;
- бузургиҳои синусоидалӣ оҳиста-оҳиста зиёд мешаванд, аз ин рӯ фузуншиддатӣ ва қаҳиши якбораи ҷараён ба вучуд намеояд, ки ин равандҳо дар шабакаҳои электроэнергетика ҷои нестанд.

Намудҳои тасвири бузургиҳои синусоидалӣ

Намудҳои зиёди тасвири бузургиҳои синусоидалӣ вучуд доранд. Намудҳои маъмултарини онро дида мебароем:

1. Тасвири графикӣ (расми 8.1).

Қимати бузургиҳои тағйирёбандаро дар ягон вақти муайян қимати лаҳзавӣ меноманд. Қиматҳои лаҳзавӣ бо ҳарфҳои хурди лотинӣ (*i*, *u*, *e*) ишора карда мешаванд.



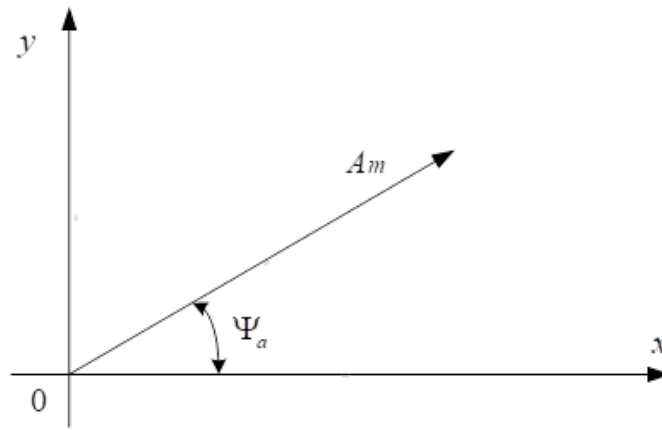
Расми 8.1 – Тасвири графии бузургиҳои синусоидалӣ

2. Тасвир бо истифода аз функсияҳои тригонометрӣ. Бузургиҳои электрикӣ бо ёрии функсияи синусоидалӣ навиштан мумкин аст:

$$A = A_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \Psi_a) \quad (8.1)$$

3. Тасвир дар намуди адаҳои комплексӣ.

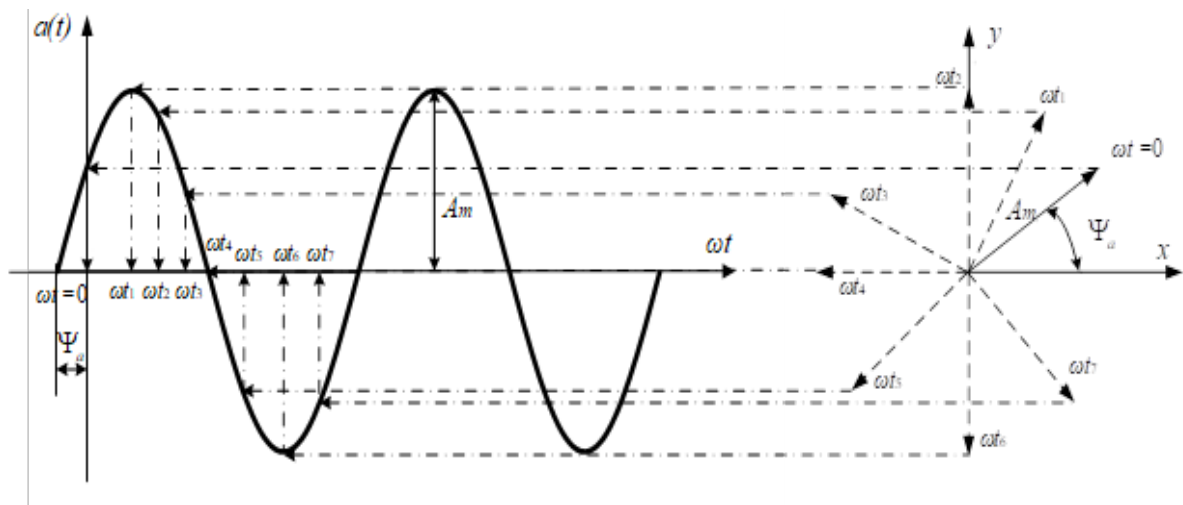
Барои ҳисоби аналитикӣ ҳамвории координатии  $XOY$  – ро бо ҳамвории комплексӣ иваз намудан мумкин аст. Дар ин ҳолат функсияи синусоидалиро (расми 8.1) дар ҳамвории комплексӣ дар намуди вектор тасвир намудан мумкин аст. Бузургии синусоидалиро – ро дар намуди адади комплексӣ навишта, векторашро дар ҳамвории комплексӣ таввир менамоем (расми 8.2).



Расми 8.2 – Тасвири вектории бузургиҳои синусоидалӣ

4. Тасвири бузургиҳои синусоидалӣ дар намуди вектори даврзананда.

Амалҳои математикии бузургиҳои синусоидалӣ дар бисёр мавридҳо душвор мебошад. Аз ин рӯ, дилхоҳ бузургии синусоидалиро дар намуди векторе, ки бо суръати муқобили ақрабаки соат дар гирди нуқтаи нулӣ (ҷои буриши тирҳои  $x$  ва  $y$ ) давр мезанад, тасвир намудан мумкин аст (расми 8.3).

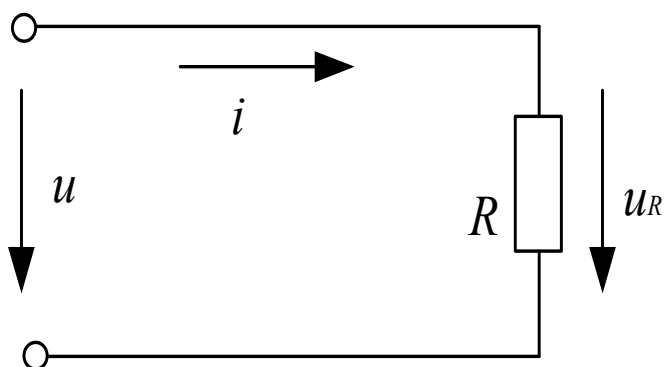


Расми 8.3 – Тасвири бузургиҳои синусоидалӣ ба намуди вектори даврзананда.

**Элементи резистивӣ дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ**

Элементи резистивӣ - ин элементи идеалии занҷир аст, ки дар ин ҷо он элементи ҳақиқии занҷирҳои электрикӣ ҷудошавии гармиро ба назар мегирад. Вобастагии байни шиддат дар бандакҳои элементи ( $u$ ) ва ҷараёни аз он гузарондари ( $i$ ), тавсифи волтамперӣ меноманд ва ин вобастагӣ тавсифдиҳандаи асосии занҷир мебошад ( $R = u / i$ ). Дар нақша онро дар

намуди росткунҷа (расми 8.4) ишорат менамоянд. Дар элементи резистивӣ самти векторҳои ҷараён ( $i$ ) ва шиддат ( $u$ ) мувофиқ меоянд.



Расми 8.4 – Нақшаи занҷири электрикии пайвасти элементи резистивӣ ба манбаи ҷараёни синусоидалӣ

Бигзор, ҷараёни синусоидалӣ дар намуди

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t) \quad (8.4)$$

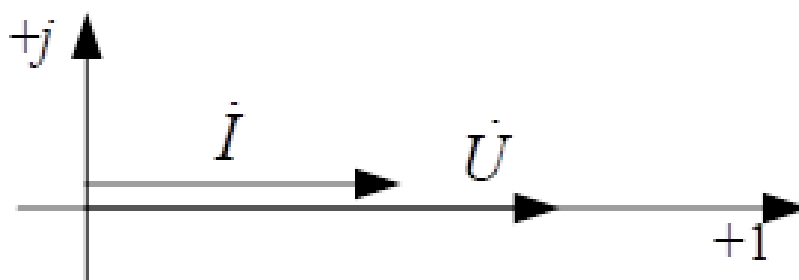
дода шуда бошад.

Мувофиқи қонуни Ом:

$$u = i \cdot R = R \cdot I_m \cdot \sin(\omega t) = U_m \cdot \sin(\omega t) \quad (8.5)$$

$$U_m = R \cdot I_m \quad (8.6)$$

Диаграммаи вектории ҷараён  $I$  ва шиддати комплексӣ  $U$ , ки дар ҳамвории комплексӣ самти якхела доранд, дар расми 8.5 нишон дода шудааст.

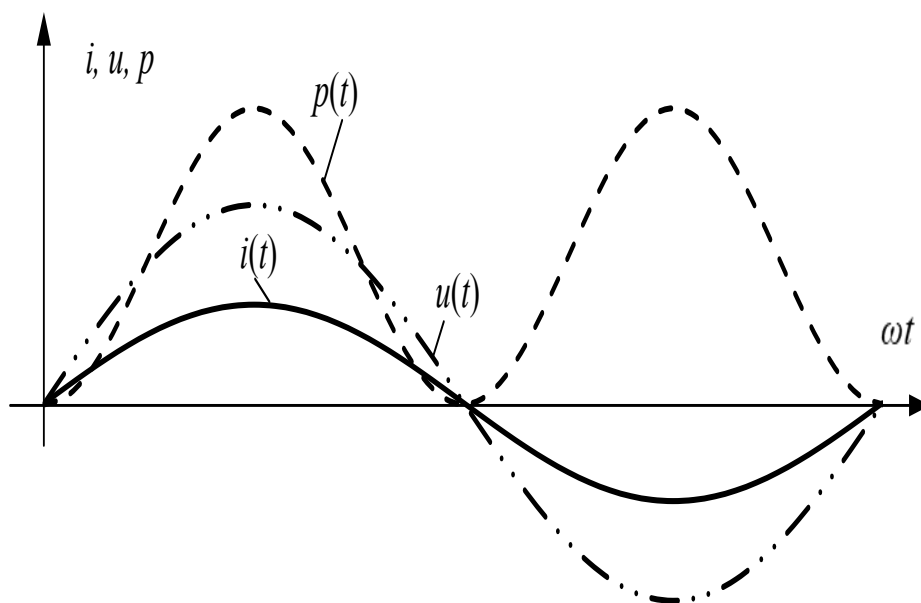


Расми 8.5 – Диаграммаи вектории шиддат ва ҷараён хангоми пайвасти элементи резистивӣ ба манбаи ҷараёни синусоидалӣ

Дар расми 8.6 бошад, қачхатҳои қиматҳои лаҳзавии ҷараён ( $i$ ), шиддат ( $u$ ) ва иқтидор ( $p$ ) тасвир шудаанд. Иқтидори лаҳзавиро аз рӯи ифодаи зерин муайян намудан мумкин аст:

$$P = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2(\omega \cdot t) = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \quad (8.7)$$

Мувофиқи муодилаи (8.7) гуфтан мумкин аст, ки иқтидори лаҳзавӣ дорои ташкилдихандаи доимии  $\frac{U_m \cdot I_m}{2}$  ва тағйирёбандаи аз рӯи басомади дучанди  $2\omega$ , яъне  $\frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos 2\omega t$  иборат аст. Энергияи истеъмолшаванда аз манбаъ дар муддати вақти  $dt$  ба  $Pdt$  баробар аст.



Расми 8.6 – Вобастагии шиддат, ҷараён ва иқтидор аз вақт дар элементи резистивӣ

*Мисоли 1* Агар элементи резистивии муқовиматаш  $R = 26 \Omega$  ба манбаи синусоидалии шиддат  $u = 242 \cdot \sin(314 \cdot t + 24^\circ)$  пайваст шуда бошад, иқтидори ҷаъоли занҷирро муайян намоед.

*Ҳал:* Қимати лаҳзавии ҷараён ва иқтидори ҷаъолро мувофиқи қонуни Ом ҳангоми  $t = 0$  будан, муайян менамоем:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 24^\circ)}{R} = \frac{242 \cdot \sin(\omega \cdot t + 24^\circ)}{26} = 9,31 \cdot \sin(\omega \cdot t + 24^\circ) = 3,79 A;$$

$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot (\omega \cdot t + 24^\circ))) = \frac{242 \cdot 9,31}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot 24^\circ)) = 373 W.$$

### Элементҳои ғайриҷаъол дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ

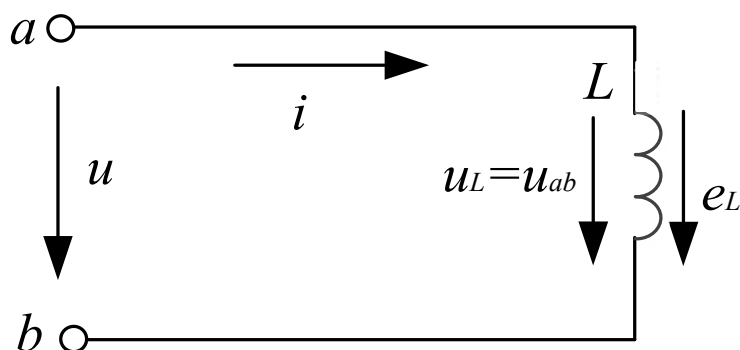
*Элементи индуктивӣ дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ*

Элементи индуктивӣ имкон медиҳад, ки ҳодисаи ҷоришавии ҚЭҲ-и вобаста ба вақт тағйирёбандаи майдони магнитиро ва ҳодисаи захирашавии энегияро дар майдони магнитӣ дар элементҳои ҳақиқии занҷирҳои электрикӣ ба назар гирем. Инро вобастагии байни селбандии  $\psi$  аз ҷараёни  $i$  (тавсифи вебер-амперӣ) ва ё худ индуктивият ( $L$ ) тавсиф медиҳад:

$$L = \frac{\psi}{i} \quad (8.8)$$

Дар нақшаи электрикӣ элементи индуктивӣ ба монанди расми 8.8 тасвир карда мешавад. Дар нақшаи электрикӣ ғалтаки индуктивӣ ҳамчун пайвасти пайдарпай муқовимати ғаёл ( $R$ ) ва индуктивият ( $L$ ) тасвир карда мешавад (расми 8.7), зеро дилхоҳ ноқили электрикӣ дорои муқовимат мебошад.

Самти мусбати ҷараёни аз ғалтаки индуктивӣ гузаранда ( $i$ ), ҚЭҲ-и худиндуксия ( $e_L$ ) ва шиддат дар ғалтаки индуктивӣ  $u_{ab}$  дар расми 1.5.1 нишон дода шудаанд.



Расми 8.7 – Нақшаи занҷири электрикӣ пайвасти элементи индуктивӣ ба манбаи ҷараёни синусоидалӣ

Бигзор ҷараёни синусоидалӣ дар намуди  $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t)$  бошад, пас

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L \cdot I_m \cdot \cos \omega t = \omega L \cdot I_m \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (8.9)$$

Фарқи потенциалҳои байни нуқтаҳои  $a$  ва  $b$ -ро (расми 8.7) муайян менамоем. Ҳангоми кучиш аз нуқтаи  $b$  ба нуқтаи  $a$ , муқобили ҚЭҲ-и  $e_L$ , аз ин рӯ:

$$\begin{cases} \varphi_a = \varphi_b - e_L \\ u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = -e_L = L \frac{di}{dt} \end{cases} \quad (8.10)$$

Шиддатро дар элементи индуктивӣ ҳамчун  $u_L$  ишорат мекунем:

$$u_{ab} = u_L = -e_L \quad (8.11)$$

Ҳамин тавр,

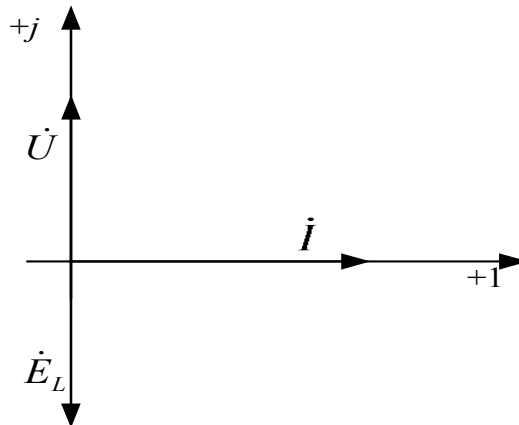
$$\begin{cases} u_L = \omega L \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \\ U_m = \omega L \cdot I_m \end{cases} \quad (8.12)$$

Зарбшавандаҳои  $\omega L$  -ро ҳамчун  $X_L$ , ишора намуда, онро муқовимати индуктивӣ меномем.

$$X_L = \omega L \quad (8.13)$$

Муқовимати индуктивӣ низ бо Ом чен карда мешавад.

Ҳамин тавр, элементи индуктивӣ, ҳангоми ҷараёни синусоидалӣ дорони муқовимате мебошад, ки модули он ба  $X_L = \omega L$  баробар буда бо басомади кунҷии  $\omega$  мутаносиби роста мебошад. Диаграммаи вектории шиддат ва ҷараён дар элементи индуктивӣ дар расми 8.8 оварда шудааст ва чи хеле ки аз диаграммаи векторӣ маълум аст вектори шиддат ( $\dot{U}$ ) нисбат ба вектори ҷараён ( $\dot{I}$ )  $90^\circ$  пеш меҳобад. Вектори ҚЭҲ-и худиндуксия бошад муқобили вектори шиддат меҳобад (расми 8.8).



Расми 8.8 – Диаграммаи вектории шиддат, ҚЭҲ – и худиндуксия ва ҷараён ҳангоми пайвасти элементи индуктивӣ ба манбаи ҷараёни синусоидалӣ.

Вобастагиҳои қиматҳои лаҳзавии ҷараён ( $i$ ), шиддат ( $u$ ) ва иқтидор ( $p$ ) дар элементи индуктивӣ дар расми 8.9 оварда шудааст.

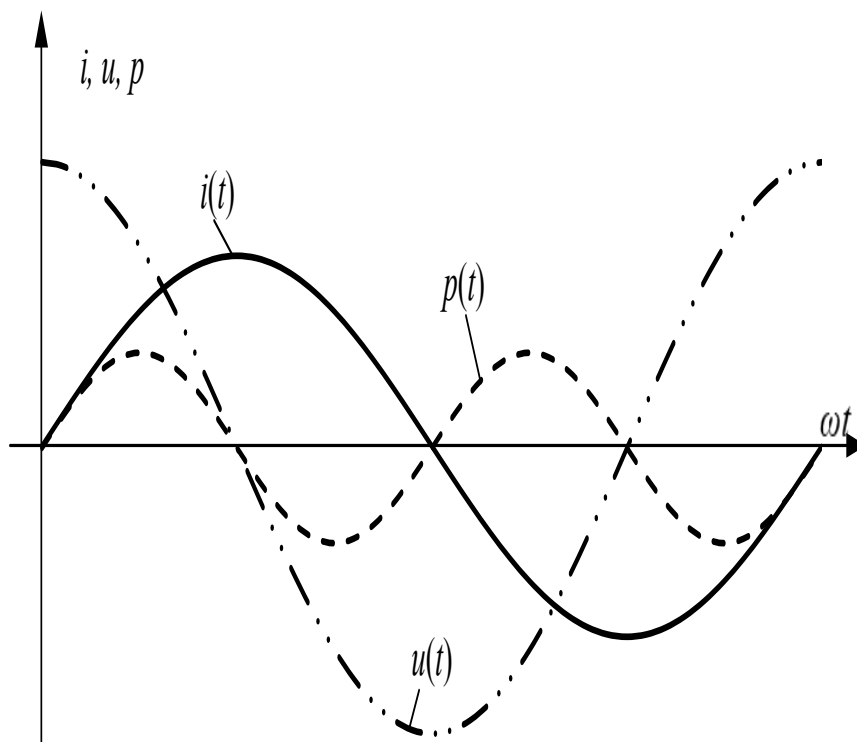
Иқтидори лаҳзавиро муайян менамоем:

$$P = u \cdot i = U_m \cdot \cos \omega t \cdot I_m \cdot \sin \omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin 2 \omega t \quad (8.14)$$

Иқтидори лаҳзавӣ ҳангоми аз нуқтаи нулӣ гузаштани шиддат ( $u$ ) ва ё чараён ( $i$ ) ба сифр баробар мешавад (расми 8.9).

Дар чоряки аввали даври лаппиш ҳангоме, ки шиддат ( $u$ ) ва чараён ( $i$ ) дорои қиматҳои мусбӣ мебошанд, иқтидор низ дорои қимати мусбӣ мебошад. Дар ин муддати вақт элементи индуктивӣ аз манбаъ энергия гирифта барои ба вуҷуд овардани майдони магнитӣ дар худ сарф мекунад. Дар чоряки дуюм бошад, ҳангоме, ки чараён дар элементи индуктивӣ аз қимати максималӣ то ба сифр коҳиш меёбад, энергияи майдони магнитӣ ба манбаъ дубора баргардонида мешавад. Дар ин муддати вақт (чоряки дуюм) қимати иқтидори лаҳзавӣ манфӣ мебошад. Дар чоряки сеюм бошад, боз элементи индуктивӣ ба худ энергияро гирифта, дар чоряки чорум боз ба манбаъ бар мегардонад. Ин раванд ҳамин тавр идома меёбад. Ҳамин тариқ, энергияро элементи индуктивӣ ё аз манбаъ ба худ мегирад ва ё онро дубора ба манбаъ бармегардонад. Аз ин рӯ, дар ин раванд ягон кор иҷро намешавад, зеро иқтидори фаъол ( $p$ ) ба сифр баробар мешавад.

$$P(t) = u_L \cdot i_L = 0 \quad (8.15)$$

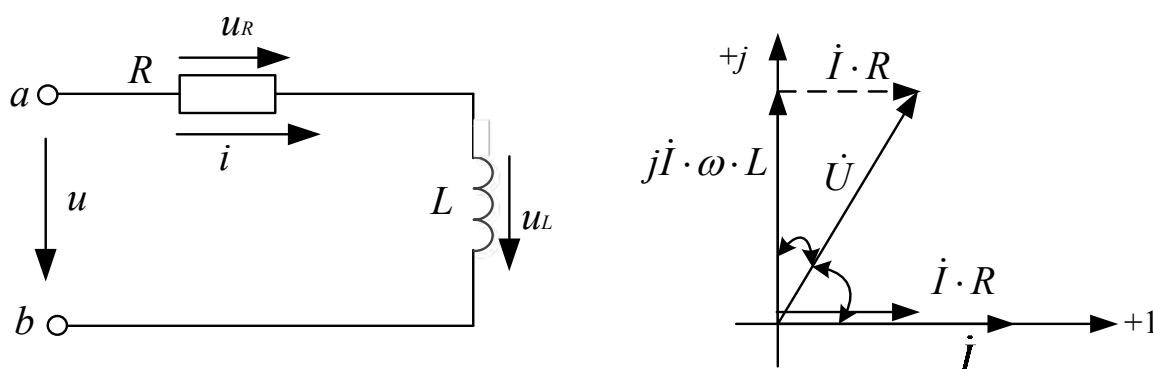


Расми 8.9 – Вобастагии шиддат, чараён ва иқтидор аз вақт дар элементи индуктивӣ

Афтиши шиддат дар ғалтаки индуктиви ҳақиқӣ (дорои муковимати фаъол буда) ба суммаи афтиши шиддатҳо дар муковимати он ( $R$  ва  $X_L$ ) мебошад. Дар расми 8.10 *а* нақшаи электрикии элементи индуктиви ҳақиқӣ оварда шудааст. Дар расми 8.10 *б* бошад, диаграммаи вектории онҳо оварда шудаанд. Чӣ хеле ки аз расми 8.10 *б* маълум аст, кунчи байни афтиши шиддат дар ғалтаки индуктивӣ ( $\dot{U}$ ) ва ҷараён ( $\dot{I}$ ) ба  $90^\circ$  баробар аст. Дар ин маврид  $\operatorname{tg} \delta = \frac{R}{\omega L} = \frac{1}{Q}$ , аст, ки дар инҷо  $Q_L$  – хушсифатии ғалтаки индуктивиро нишон медиҳад ва бо ёрии ифодаи зерин муайян карда мешавад:

$$Q_L = \frac{\omega L}{R} \quad (8.16)$$

Чӣ хеле ки аз ифодаи (8.16) бар меояд, чи қадаре ки қимати  $Q_L$  зиёд бошад, ҳамон қадар  $\delta$  кам мешавад.



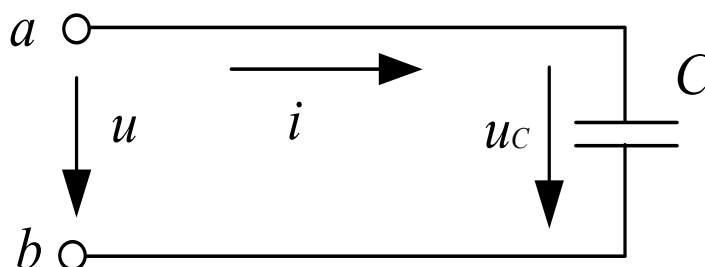
Расми 8.10 – Нақшаи электрикии элементи индуктиви ҳақиқӣ (а) ва диаграммаи вектории он (б)

### *Элементи ғунҷоишӣ дар занҷири ҷараёни синусоидалӣ*

Элементи ғунҷоишӣ гуфта, элементи идеалиеро меноманд, ки имконияти ба назар гирифтани ҷоришавии ҷараёнҳои ҷой ивазкуниро (смещение) ва ҳодисаи захира намудани энергияро дар майдони электрикӣ дар элементҳои ҳақиқии занҷири электрикӣ медиҳад. Вобастагии байни заряди  $q$  ва шиддат ( $u$ ) ғунҷоишӣ электрикӣ ва ё тавсифи кулон-волтиро нишон медиҳад:

$$C = \frac{q}{U} \quad (8.17)$$

Элементи ғунчоиширо дар нақшаи электрикӣ ба монанди расми 8.11 тасвир менамоянд.



Расми 8.11 – Нақшаи занҷири электрикии пайвасти элементи ғунчоишӣ ба манбаи чараёни синусоидалӣ

Самти мусбии чараён ва шиддат дар элементи ғунчоишӣ мувофиқ меояд. Агар шиддати ба элементи ғунчоишӣ таъсиркунанда ( $u$ ) вобаста ба вақт тағйир наёбад, пас заряди  $q = C \cdot U$  дар як рӯи конденсатор ва заряди  $-q$  дар рӯи дигари он ( $C$ -ғунчоиши конденсатор) бетағйир мемонад. Дар ин маврид чараён аз конденсатор намегузарад, зеро  $i = \frac{dq}{dt} = 0$  мешавад. Аммо, агар шиддати ба конденсатор (элементи ғунчоишӣ) таъсиркунанда вобаста ба вақт тағйир ёбад, масалан аз рӯи қонуни синусоидалӣ

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t) \quad (8.18)$$

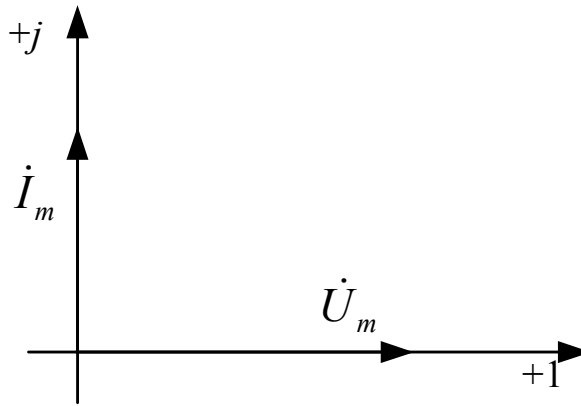
тағйир ёбад, пас заряди  $q$  низ аз рӯи қонуни синусоидалӣ тағйир меёбад, яъне:

$$q = C \cdot U = C \cdot U_m \cdot \sin(\omega t) \quad (8.19)$$

Дар ин маврид конденсатор низ даврӣ безаряд мешавад. Даврӣ безаряд шудани конденсатор аз он вобаста аст, ки аз он чараён ҷорӣ мешавад:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega C \cdot U_m \cdot \cos \omega t = \frac{U_m}{1/\omega C} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (8.20)$$

Дар асоси формулаҳои (8.19) ва (8.20) хулоса баровардан мумкин аст, ки чараёни аз конденсатор гузаранда нисбат ба шиддати ба он таъсиркунанда  $90^\circ$  пеш меҳабад. Аз ин рӯ, дар диаграммаи векторӣ (расми 8.12) вектори  $\dot{I}_m$  нисбат ба шиддат  $\dot{U}_m$   $90^\circ$  пеш меҳабад.



Расми 8.12 – Диаграммаи вектории шиддат ва чараён ҳангоми пайвасти  
элементи ғунҷоишӣ ба манбаи чараёни синусоидалӣ

Амплитудайи чараёни аз конденсатор гузаранда ба нисбати амплитудайи шиддат  $\dot{U}_m$  ба муқовимати ғунҷоиши мебошад:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{X_C} \quad (8.21)$$

дар ин ҷо муқовимати ғунҷоишӣ ба

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (8.22)$$

баробар аст.

Муқовимати ғунҷоишӣ ба басомад мутаносиби чаппа мебошад. Воҳиди муқовимати ғунҷоишӣ низ Ом мебошад.

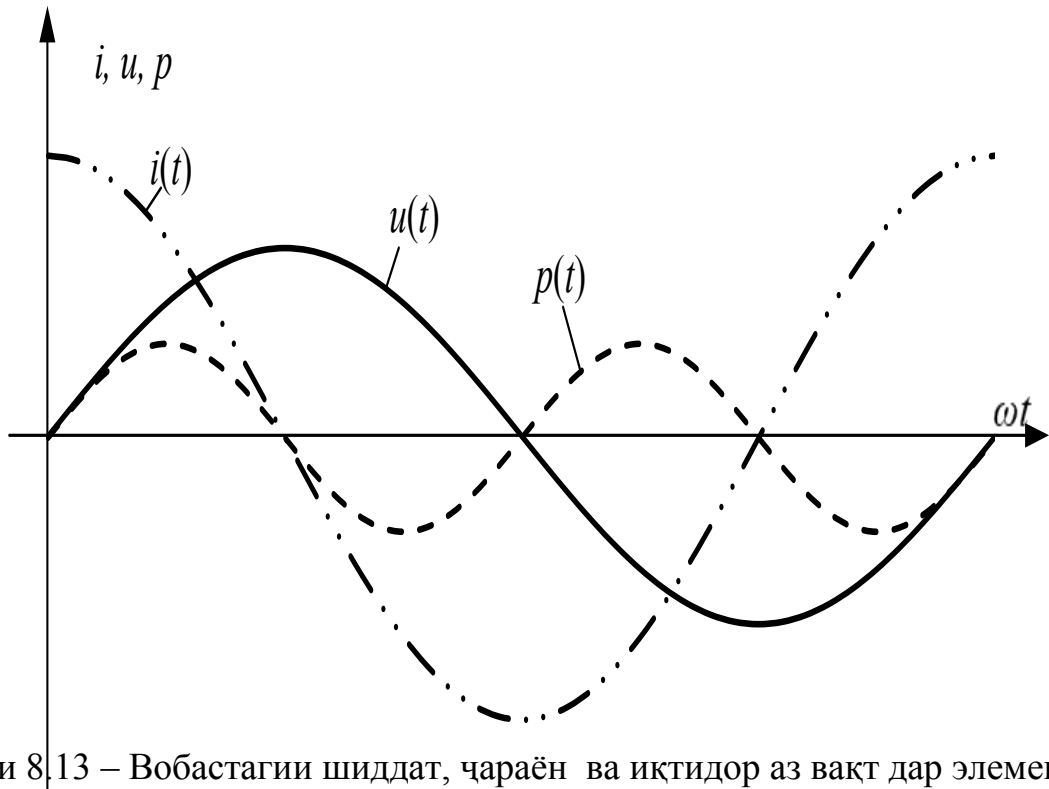
Иқтидори лаҳзавиро дар конденсатор мебинем:

$$P(t) = u \cdot i = I_m \cdot \cos \omega t \cdot U_m \cdot \sin \omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin 2\omega t \quad (8.23)$$

Вобастагии қиматҳои лаҳзавии  $u$ ,  $i$  ва  $p$  аз вақт дар расми 8.13 оварда шудаанд.

Дар чоряки аввал конденсатор аз манбаъ энергия истеъмол менамояд, ки барои ба вучуд овардани майдони электрикӣ дар он сарф карда мешавад. Дар чоряки дуюми давр бошад, шиддат дар конденсатор аз қимати максималӣ то сифр коҳиш меёбад, аз ин рӯ энергияи захирашуда дар майдони электрикӣ дубора ба манбаъ баргардонида мешавад, аз ин рӯ дар ин маврид қимати лаҳзавии иқтидор манфӣ мебошад. Дар чоряки сеюми давр энергия боз захира

карда шуда дар чоряки чаҳорум боз ба манбаъ баргардонида мешавад. Ҳамин тавр ин раванд идома меёбад.



Расми 8.13 – Вобастагии шиддат, ҷараён ва иқтидор аз вақт дар элементи ғунҷоишӣ

Агар вобаста ба вақт ҳарду тарафи баробарии

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (8.24)$$

интеграл гирем, пас,

$$u = \frac{1}{C} \int idt \quad (8.25)$$

баробар мешавад.

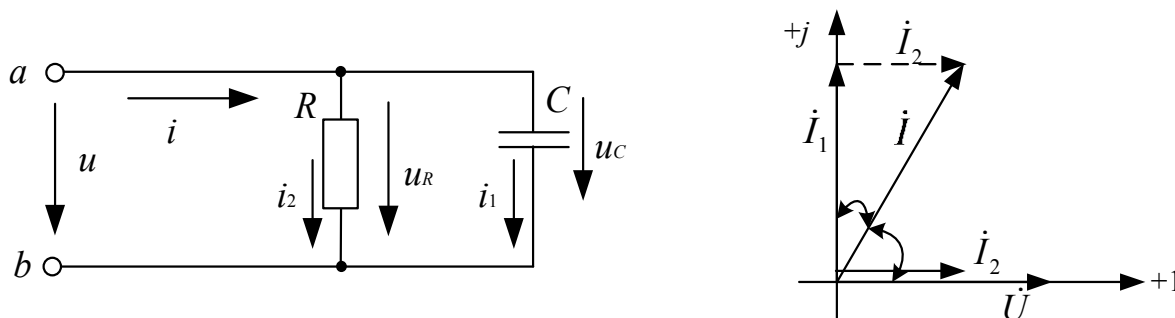
Баробарии (8.25) имкон медиҳад, ки шиддат дар конденсаторро ҳангоми маълум будани ҷараёни аз он гузаранда муайян намоем.

Дар конденсатори ҳақиқӣ, ҷараёни аз он гузаранда ки дорои пластинаҳои саҳт ва ё моеъҳои диэлектрикӣ дошта, ки дар онҳо талафи гармӣ дида мешаванд, ба

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad (8.26)$$

баробар аст.

Аз ин рӯ, нақшаи ҳисобӣ барои конденсатори ҳақиқӣ намуди зеринро мегирад (расми 8.14 а).



Расми 8.14 – Нақшаи электрикии элементи ғунҷоишии ҳақиқӣ

Чараёни  $I_1$  нисбат ба шиддати  $\dot{U}$   $90^\circ$  пеш меҳабд, аммо чараёни  $I_2$  бошад бо шиддати  $\dot{U}$  ҳамсамт мебошад (расми 8.14 б). Кунчи  $\delta$ -ро, кунчи талафот меноманд ва он мувофиқи формулаи

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R}{X_C} = \frac{1}{Q_C} \quad (8.27)$$

муайян карда мешавад.

Дар инҷо  $Q_C = \frac{1}{R\omega C}$  - хушсифатии конденсатор мебошад. Кунчи талафот аз намуди диэлектрик ва басомад вобаста буда, аз якчанд сония то якчанд градус тағйир ёфта метавонанд.

#### Адабиёт:

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Воситаи таълимӣ – Москва: Высшая школа, 1996, 529 с.

2. Чӯраев Ш.Қ., Исмоилов С.Т. Электротехника (қисми 2). Занҷирҳои электрикии якфаза ва сефазаи чараёни синусоидалӣ. Воситаи таълимӣ – Душанбе: ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ, 2021, 196 саҳ.

3. Луғати истехсолоти соҳаи энергетика (русӣ-тоҷикӣ). Муаллифон П. Рачабов, Д. Давлатшоев, У.Т. Хоҷаева, М. Каримов. Нашри комбинати полиграфии Вазорати фарҳанги ҚТ. – Душанбе, 2004.