

# **Fundamentals of Electrical Engineerings**

## **WEEK 10 - POWER IN SINUSOIDAL FLOW CIRCUITS. THE POWER BALANCE EQUATION**

**Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi**

**Lecturer**

**(Saidjon Ismoilov)**

**ИҚТИДОР ДАР ЗАНЧИРҲОИ ҶАРАЁНИ СИНУСОИДАЛӢ.  
МУОДИЛАИ ТАВОЗУНИИ ИҚТИДОРҲО**

## Мундариҷаи лексия:

1. Иқтидори фаъол, ғайриффаъол ва пурра;
2. Чен намудани иқтидор бо ёрии ваттметр;
3. Адабиёт.

## Иқтидори фаъол, ғайриффаъол ва пурра

Иқтидори фаъол  $P$  гуфта, қимати миёнаи лаҳзавии  $P(t)$ -ро дар як давр меноманд:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i dt \quad (10.1)$$

Бигзор чараён дар қитъаи занҷир ба  $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$  ва шиддат ба намуди  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u)$  бошад, пас,

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i) \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u) dt = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos(\psi_u - \psi_i) = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos \varphi \quad (10.2)$$

дар ин ҷо,  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  кунҷи байни шиддат ва чараён мебошад.

Иқтидори фаъол аз нуқтаи назари физикӣ ин энергияест, ки дар қитъаи занҷир дар намуди гармӣ дар муқовимати  $R$  ҷудо мешавад. Агар дар як сония як даври пурра ба вучуд ояд (яъне ҳангоми  $f=1$  Ҳс будан), пас дар ин ҳолат

$$U \cdot \cos \varphi = I \cdot R$$

аз ин ҷо,

$$P = I \cdot U \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R \quad (10.3)$$

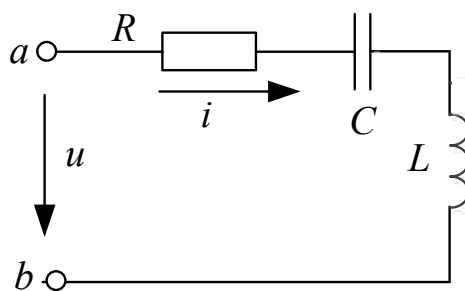
Воҳиди иқтидори фаъол Ватт (Вт) мебошад.

Иқтидори ғайриффаъол гуфта, ҳосили зарби шиддат ва чараёнро дар қитъаи занҷир ва синуси кунҷи  $\varphi$ -ро меноманд:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (10.4)$$

Воҳиди иқтидори фаъол волт-ампер реактивӣ (ВАр) мебошад. Агар  $\sin \varphi > 0$  бошад, пас  $Q > 0$  ва агар  $\sin \varphi < 0$  бошад, пас  $Q < 0$  мешавад.

Дар қитъаи занҷири электрикӣ чараёни синусоидалӣ ҳангоми пайвасти пайдарпайи  $RLC$ - элементҳо, расми 10.1 мафҳуми физикии иқтидори ғайриффаъолро дида мебароем.



Расми 10.1 – Пайвасти пайдарпайи  $RLC$ -элементҳо

Бигзор аз элементҳои занҷири электрикии расми 10.1 чараёни  $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t)$  қорӣ мешавад. Барои қиматҳои лаҳзавии суммаи энергияҳои майдонҳои магнитӣ ва электрикии занҷир муодила тартиб медиҳем:

$$\begin{aligned}
 W_{MЭ} = W_M + W_Э &= \frac{L \cdot i^2}{2} + \frac{C \cdot U_C^2}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \sin^2 \omega t + \frac{C \cdot I_m^2}{2(\omega c)^2} \cdot \cos^2 \omega t = \\
 &= \frac{L \cdot I^2}{2} (1 - \cos 2\omega t) + \frac{I_m^2}{2(\omega^2 c)} \cdot (1 + \cos 2\omega t)
 \end{aligned} \tag{10.5}$$

Аз муодилаи (10.5) маълум аст, ки суммаи энергияҳои майдони электрикӣ ва магнитӣ дорои ташкилдиҳандаи доимии  $W_{MЭO}$ , ки аз вақт вобаста нест ва ташкилдиҳандаи тағйирёбандаи  $W_{MЭ}$  мебошад, ки бо басомади дукарата тағйир меёбад.

$$W_{MЭ} = W_{MЭO} - W_{MЭ} \tag{10.6}$$

дар ин ҷо,

$$W_{MЭO} = \frac{L \cdot I^2}{2} + \frac{I^2}{2\omega^2 c} \quad \text{ва} \quad W_{MЭ} = \left( \frac{L \cdot I^2}{2} - \frac{I^2}{2\omega^2 c} \right) \cdot \cos 2\omega t$$

Барои ҳосил намудани ташкилдиҳандаи доимии  $W_{MЭO}$ , энергия дар раванди ташаккул додани речаи даврӣ сарф карда мешавад. Сипас ҳангоми раванди даври энэргияи  $W_{MЭO}$  бетағйир мемонад ва ҳамин тавр, аз манбаъ дигарбора барои ҳосил намудани он энергия намегирад.

Қимати миёнаи энергияи  $W_{MЭO}$ , ки аз манбаъ дар мудати вақти, аз  $-T/8$  то  $+T/8$  ва баромадаро муайян менамоем:

$$W_{MЭмиёна} = \frac{4}{T} \int_{t=-T/8}^{t=T/8} W_{MЭ} dt = \frac{2}{\pi} \left( \frac{L \cdot I^2}{2} - \frac{I^2}{\omega^2 c} \right) = \frac{2}{\pi \omega} \cdot I^2 \cdot (X_L - X_C) = \frac{2}{\pi \omega} U \cdot I \cdot \sin \varphi = \frac{2}{\pi \omega} \cdot Q \tag{10.7}$$

Ҳамин тавр, иқтидори ғайрифաъол ( $Q$ ) ба қимати миёнаи энергия дар чоряки як давр мутаносиб мебошад (энергияе, ки манбаъ барои ҳосил намудани майдони магнитӣ ва электрикии элементи индуктивӣ ва ғунҷоишӣ (конденсатор) сарф менамояд).

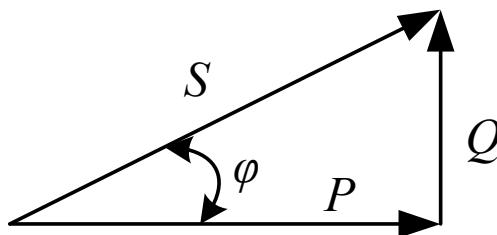
Дар як даври чоряки тағйирёбанда энергияи  $W_{\text{МЭмиёна}}$  ду маротиба аз манбаъ ба занҷир ва ду маротиба дубора аз занҷир ба манбаъ баргардонида мешавад, яъне иқтидори ғайрифаъол, энергияест, ки байни генератор ва бор иваз карда мешавад.

Иқтидори пурра мувофиқи формулаи зерин муайян карда мешавад:

$$S = U \cdot I \quad (10.8)$$

Иқтидори пурра, фаъол ва ғайрифаъол аз рӯи формулаи зерин вобастагӣ доранд:

$$P^2 + Q^2 = S^2 \quad (10.9)$$



Расми 10.2 – Секунҷаи вобастагии иқтидорҳои фаъол, ғайрифаъол ва пурра.

Ба намуди графикӣ ин вобастагиро дар намуди секунҷаи росткунҷа (расми 10.2) тасаввур кардан мумкин аст. Дар секунҷаи иқтидорҳо катетҳо ба  $P$ ,  $Q$  ва гипотенуза ба  $S$  баробар аст. Одатан дар шиносномаи маълумоти манбаъҳои энергияи электрикии чараёни тағйирёбанда қимати иқтидори фаъолро ( $P$ ) нишон медиҳанд.

Агар бори электрикӣ дорои танҳо муқовимати фаъол бошад, пас зареби иқтидори манбаъ ба  $\cos \varphi = 1$  баробар мешавад.

Иқтидорро низ ба монанди дигар бузургҳои синусоидалӣ ба намуди комплексӣ навиштан мумкин аст.

Бигзор ягон адади комплексӣ дар намуди

$$\dot{A} = Ae^{j\varphi_A} = A \cdot \cos \varphi_A + jA \cdot \sin \varphi_A \quad (10.10)$$

дода шуда бошад.

Пас адади комплексии  $A^*$  гуфта, адади комплексии комапайвандро ба адади комплексии  $A$  мефаҳманд, ки ҳангоми навишти дараҷавии адади комплексӣ, кунҷи он ба аломати муқобилаш иваз карда мешавад, яъне:

$$A^* = Ae^{-j\varphi_A} = A \cdot \cos \varphi_A - jA \cdot \sin \varphi_A \quad (10.11)$$

Яъне ададҳои комплексии комапайванд, қиматҳои ҳақиқии якхела дошта, қиматҳои мафҳумияшон аз рӯи модул баробар буда, аломаташон фарк мекунанд.

Намунаи оддитарини муайян намудани иқтидорҳои фаъол ва ғайрифаволи занҷири чараёни синусоидалиро бо истифода аз шиддати комплексӣ ва чараёни комапайванди комплексӣ дида мебароем. Бигзор шиддат дар ягон қитъаи занҷир ба  $\dot{U} = Ue^{j\psi_U}$  ва чараён дар ҳамин қитъаи занҷир ба  $\dot{I} = Ie^{j\psi_I}$  баробар бошад, пас кунҷи байни шиддат ва чараёнро мувофиқи ифодаи  $\varphi = \psi_U - \psi_I$  муайян намудан мумкин аст.

Шиддати комплексиро ба чараёни комапайванди комплексӣ  $I^* = I \cdot e^{-j\psi_I}$  зарб намуда адади комплексии ҳосилшударо бо ҳарфи  $S$  ишорат менамоем:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = Ue^{j\psi_U} \cdot Ie^{-j\psi_I} = U \cdot I \cdot e^{j(\psi_U - \psi_I)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot \cos \varphi + jU \cdot I \cdot \sin \varphi = P + jQ \quad (10.12)$$

Аломати  $\sim$  (тилда) дар болои ҳарфи  $S$  иқтидори пурраи комплексии занҷирро бо назардошти чараёни комапайванди комплексии  $I^*$  нишон медиҳад.

Ҳамин тавр, иқтидори фаъол ( $P$ ) қисми ҳақиқӣ ( $Re$ ) ва иқтидори ғайрифавол ( $Q$ ) бошад, қисми мафҳуми ( $Im$ ) ҳосили зарби  $\dot{U} \cdot \dot{I}^*$  мебошад:

$$\begin{cases} P = \dot{U} \cdot \dot{I}^* \cdot \cos \varphi = \text{Re}[U, I^*] \\ Q = \dot{U} \cdot \dot{I}^* \cdot \sin \varphi = \text{Im}[U, I^*] \end{cases} \quad (10.13)$$

Барои занҷири электрикӣ дилхоҳ суммаи иқтидори фаъоли манбаъҳо ба суммаи иқтидори фаъоли борҳои электрикӣ ва суммаи иқтидори реактивии манбаъҳо ба суммаи иқтидори реактивии борҳои электрикӣ баробар аст.

$$\sum P_M = \sum P_B \quad \sum Q_M = \sum Q_B /$$

## Чен намудани иқтидор бо ёрии ваттметр

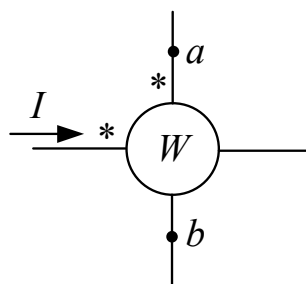
Одатан иқтидорро бо ёрии ваттметр чен менамоянд, ки дорои ду ғалтак - ҳаракаткунанда ва ҳаракатнакунанда мебошад. Ғалтаки ҳаракаткунандаи ваттметрро аз ноқили хеле борик, ки амалан фақат дорои муқовимати фаъол мебошад, омода месозанд. Ғалтаки ҳаракаткунандаи ваттметрро, печай мувози менаманд. Ин печа ба ягон қитъаи занҷир ба монанди вольтметр мувозӣ пайваст карда мешавад. Печай мувозиро ба ақрабаки ваттметр саҳт маҳкам менамоянд ва он метавонад дар майдони магнитие, ки ғалтаки ҳаракаткунанда ҳосил менамояд тоб хурад.

Ғалтаки даврзананда аз ноқили хеле ғафс омода шуда муқовимати фаъоли бениҳоят хурд дорад ва онро печай пайдарпай менаманд. Ин печаро шабеҳи амперметр дар занҷири электрикӣ пайдарпай пайваст менамоянд.

Дар нақшаи занҷири электрикӣ ваттметрро ҳамчун нақшаи расми 10.3 пайваст менамоянд. Як ҷуфти бандакҳои печакҳои он (дар расми 10.3 ҳамчун тири уфуқӣ ҷойгир шудааст) ба печай пайдарпай ва ҷуфти дигараш бошад (дар расми 10.3 ҳамчун тири амуди ҷойгир шудааст) ба печай мувозӣ тааллуқ дорад. Дар охири бандакҳои ҳамном (масалан дар ибтидои печа) ситорача мегузоранд.

Моменти даврзанадаи даврзанадаи ваттметр ва нишондоди он бо қисми ҳақиқии ҳосили зарби шиддати комплексии  $\dot{U}_{ab}$  дар печай мувозии ваттметр ба чараёни комапайванди комплексии  $I^*$ , ки аз печай пайдарпайи он ҷорӣ мешавад, мутаносиб мебошад, яъне:

$$P_W = \operatorname{Re}[\dot{U}_{ab} \cdot \dot{I}^*] = U_{ab} \cdot I \cdot \cos(\dot{U}_{ab} \wedge \dot{I}) \quad (10.14)$$



Расми 10.3 – Нақшаи тасвири ваттметр дар занҷири электрикӣ

Шиддат дар печай мувозии ваттметр ба фарқи потенциалҳои ибтидо (нуқтаи а) ва интиҳо (нуқтаи в) ин печа баробар мебошад:

$$\dot{U}_{ab} = \varphi_A - \varphi_B \quad (10.15)$$

Чунин ҳисобида мешавад, ки ҷараён аз ибтидои печай пайдарпай (бо ситорача ишора шудааст) ворид мешавад.

### **Адабиёт:**

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Воситаи таълимӣ – Москва: Высшая школа, 1996, 529 с.

2. Ҷӯраев Ш.Ҷ., Исмоилов С.Т. Электротехника (қисми 2). Занҷирҳои электрикии якфаза ва сефазаи ҷараёни синусоидалӣ. Воситаи таълимӣ – Душанбе: ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ, 2021, 196 саҳ.

3. Луғати истехсолоти соҳаи энергетика (русӣ-тоҷикӣ). Муаллифон П. Раҷабов, Д. Давлатшоев, У.Т. Хочаева, М. Каримов. Нашри комбинати полиграфии Вазорати фарҳанги ҶТ. – Душанбе, 2004.

4. Р.А. Ҷалилов, Р.З. Икромов, М.И. Здержикова. «Практикуми лабораторӣ аз фанни асосҳои назариявии электротехника». Қисми 1. Душанбе, Матбааи ДТТ, 2010с.