

## **Fundamentals of Electrical Engineerings**

### **WEEK 12 - A MUTUAL INDUCTION EVENT. MUTUAL INDUCTANCE. TRANSFORMERS**

**Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi**

**Lecturer**

**(Saidjon Ismoilov)**

**ҲОДИСАИ ИНДУКСИЯИ МУТАҚОБИЛ ВА ҚЭҲ -И  
ИНДУКТИВИЯТИ МУТАҚОБИЛ. ИНДУКТИВИЯТИ МУТАҚОБИЛ.  
ТРАНСФОРМАТОРҲО**

## Мундариҷаи лексия:

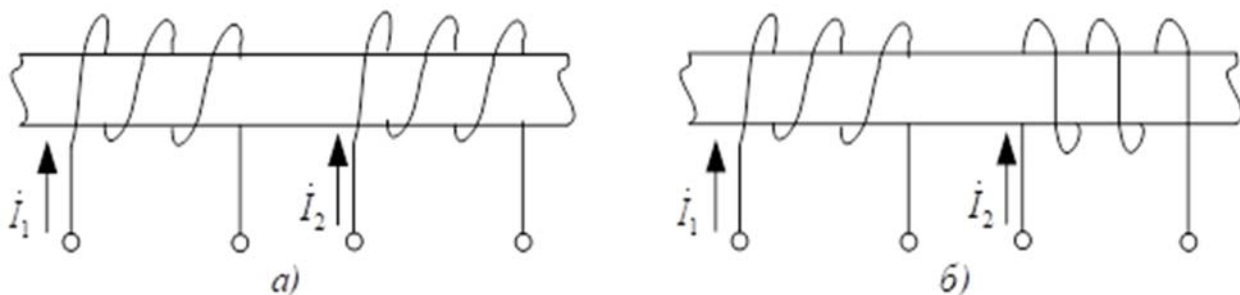
1. Мафҳумҳо ва таърифҳои асосӣ;
2. Таҳқиқи занҷири электрикӣ ҳангоми пайвасти пайдарпаи ғалтакҳои индуктивии алоқаманд;
3. Адабиёт.

### Мафҳумҳо ва таърифҳои асосӣ

Дар занҷирҳои электрикӣ ғалтакҳои индуктивие во меҳуранд, ки онҳо бо ғалтакҳои индуктивии дигар алоқаи магнитӣ доранд. Дар ин гуна ҳолатҳо сели магнитии як ғалтак, ғалтаки дигарро бурида гузашта, дар он ҚЭҲ – и мутақобилро ҳосил менамоянд. Аз ин рӯ, ҳангоми ҳисоби занҷири электрикӣ ин ҚЭҲ – ро бояд ба назар гирифт.

Ҳангоми тартиб додани муодилаҳо дар занҷирҳои электрикӣ, ки дорои алоқаи индуктивӣ мебошанд, бояд донист, ки сели магнитии худиндуксия (худиндуксия) ва индуксияи мутақобил мувофиқ аст ва ё муқобил аст. Агар самти печониши ғалтакҳо дар дилаки онҳо маълум бошанд, пас самти магнитии мутақобилро дуруст муайян намудан мумкин аст.

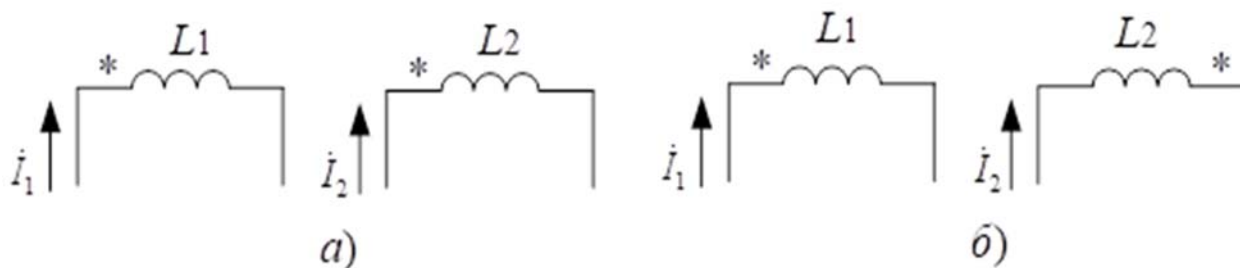
Масалан, дар расми 12.1а, ғалтакҳои индуктивӣ мувофиқ ва дар расми 12.1б бошад, муқобил пайваст шудаанд.



Расми 12.1 – Вобастагии қимати нисбии чараёни контур ( $I$ ) аз қимати нисбии басомади кунҷӣ ( $\omega/\omega_0$ )

Барои осон намудани нақша, одатан дилаки ғалтакро тасвир наменамоянд ва бандакҳои ҳамноми ғалтакро (масалан, ибтидои ғалтакро) бо аломатҳои якхела (дар бисёр мавридҳо бо ситорача ва ё нуқта) ишорат менамоянд.

Нақшаи электрикӣ расми 12.2а, нақшаи ҳамчанди расми 12.1а, ва расми 1.11.2б бошад, нақшаи ҳамчанди расми 12.1б мебошад.



Расми 12.2. Вобастагии қимати нисбии ҷараёни контур ( $I$ ) аз қимати нисбии басомади кунҷӣ ( $\omega/\omega_0$ )

Агар дар занҷири электрикӣ ҷараёнҳои ду ғалтакҳои дорой алоқай магнитӣ буда, аз бандакҳои ҳамномашон дохил шаванд (масалан, аз ибтидои печакҳои ғалтакҳо), пас ин гуна пайвастро, пайвасти мувофиқ ва дар ҳолати баръакс бошад, пайвасти муқобил меноманд.

Маълум аст, ки ҳангоми ҳаргуна тағйирёбии сели магнитие, ки ягон контури дилхоҳро бурида гузарад, дар он контур ҚЭҲ чорӣ мешавад.

Агар сели магнитӣ аз ҷониби ҷараёни худӣ ҳамин контур ба вучуд омада бошад, пас дар ин маврид *ҳодисаи худиндуксия* номида, ҚЭҲ – и ҳосилшударо ҚЭҲ – и худиндуксия ( $e_L$ ) дар индуктивиати  $L$  меноманд.

Агар сели магнитӣ аз ҷониби ҷараёни контури дигар ба вучуд омада бошад, пас ин ҳодисаро *индуксияи мутақобил* номида, ҚЭҲ – и ҳосилшударо ҚЭҲ – и индуксияи мутақобил ( $e_L$ ) дар индуктивиати мутақобили  $M$  меноманд.

Алоқай магнитии ду ғалтаки индуктивиро дида мебароем. Агар ғалтаки индуктивиӣ якумро ба манбаи шиддати  $u_1$  пайваст намоем, пас дар он ҷараёни  $i_1$  пайдо мешавад, ки сели магнитии  $\Phi_{11}$  – ро ҳосил мекунад. Як қисми ин сели магнитӣ ( $\Phi_{12}$ ) печакҳои ғалтаки дуюмро бурида мегузарад ва як қисми дигараш бошад, дар ҳаво пайваст мешавад (сели магнитии парокандашавӣ  $\Phi_{1s}$ ).

Селпайвасткунии худиндуксияи  $\psi_{11} = w_1 \cdot \Phi_{11}$  дар ғалтаки якум ҚЭҲ – и худиндуксияро чорӣ менамояд:

$$e_{L_1} = -\frac{d\psi_{11}}{dt} = -w_1 \cdot \frac{d\Phi_{11}}{dt} = -L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (12.1)$$

Селпайвасткунии индуксияи мутақобил  $\psi_{12} = w_2 \cdot \Phi_{12}$  бошад, дар ғалтаки дуюм ҚЭҲ – и индуксияи мутақобилро чорӣ менамояд:

$$e_{M_{12}} = -\frac{d\psi_{12}}{dt} = -w_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (12.2)$$

Қобилияти чараёне, ки пайдо намудани сели магнитиро дар контури дигар тавсиф медиҳад, бо воситаи зареби  $M$  нишон дода мешавад. Ин заребро индуктивиати мутақобил меноманд:

$$M_{12} = \frac{d\psi_{12}}{dt} \quad (12.3)$$

Агар бандакҳои ғалтаки дуҷумро пайваст намоем, пас дар он чараёни  $i_2$  пайдо мешавад. Чараёни  $i_2$  сели магнитии  $\Phi_{22} = \Phi_{21} + \Phi_{2S}$  – ро ҳосил менамоем.

Селпайвасткунии худиндуксияи  $\psi_{22} = w_2 \cdot \Phi_{22}$  дар ғалтаки дуҷум ҚЭХ – и худиндуксияро ҷорӣ менамоем:

$$e_{L_2} = -\frac{d\psi_{22}}{dt} = -w_2 \cdot \frac{d\Phi_{22}}{dt} = -L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (12.4)$$

Селпайвасткунии индуксияи мутақобил  $\psi_{21} = w_1 \cdot \Phi_{21}$  бошад, дар ғалтаки якум ҚЭХ – и индуксияи мутақобилро ҷорӣ менамоем:

$$e_{M_{21}} = -\frac{d\psi_{21}}{dt} = -w_1 \cdot \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (12.5)$$

Мувофиқи принципи мутақобил барои занҷирҳои хаттӣ баробарии  $M_{12} = M_{21} = M$  дуруст аст.

Дараҷаи алоқаи индуктивӣ бо ёрии зареби алоқа ( $k$ ) тавсиф дода мешавад, ки он вобастагии зеринро нишон медиҳад:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M \cdot \omega}{\sqrt{L_1 \cdot \omega \cdot L_2 \cdot \omega}} = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L_1} \cdot X_{L_2}}} \quad (12.6)$$

дар ин ҷо,  $X_M = \omega \cdot M$  – муқовимати индуксияи мутақобил мебошад.

### **Таҳқиқи занҷири электрикӣ ҳангоми пайвасти пайдарпаи ғалтакҳои индуктивии алоқаманд**

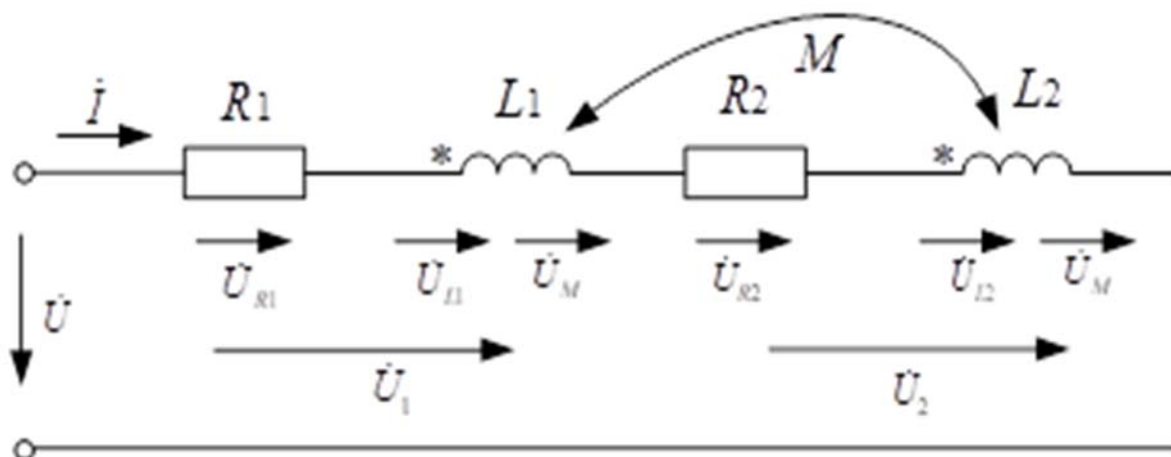
Чӣ хеле, ки қайд намудем, ду намуди пайвасти ғалтакҳои алоқаманд, мувофиқ ва муқобил вучуд дорад.

Ҳангоми пайвасти мувофиқ сели магнитии худиндуксия ва сели магнитии индуксияи мутақобили ғалтаки дигар ҳамсамт мешаванд. Ин ҳолат ҳангоми дохил шудани чараён аз бандакҳои ҳамноми ғалтакҳо ба вучуд меояд. Самти

сели магнитӣ аз рӯи қоидаи пармача муайян карда мешавад. Ҳангоми пайвасти муқобил селҳои магнитии худиндуксия ва индуксияи мутақобил, муқобили яқдигар равона мешаванд. Ин ҳолат ҳангоми дохил шудани ҷараён аз бандакҳои гуногунҳои ғалтакҳои индуктивӣ ба вуҷуд меояд.

### Пайвасти мувофиқ

Нақшаи бадалии занҷири электрикӣ дар расми 12.3 оварда шудааст.



Расми 12.3 – Нақшаи занҷири электрикии ҳангоми пайвасти мувофиқи ғалтакҳои индуктивии алоқаманд (пайвасти пайдарпай)

Ҳангоми пайвасти пайдарпай шиддати воридотӣ ба ҷамъи шиддат дар ғалтакҳои индуктивӣ ( $\dot{U}_{L_1}$  ва  $\dot{U}_{L_2}$ ) ва муқовиматҳои фаъол ( $\dot{U}_{R_1}$  ва  $\dot{U}_{R_2}$ ) баробар мебошад. Шиддатҳои индуктиатҳои хусусӣ ( $\dot{U}_L$ ) ва мутақобил ( $\dot{U}_M$ ) аломатҳои якхела доранд.

Пас, мувофиқи қонуни дуҷуми Кирхгоф, муодилаи ҳолати электрикии занҷирро ба намуди дифференсиалӣ тартиб медиҳем:

$$u = u_1 + u_2 = R_1 \cdot i + L_1 \cdot \frac{di}{dt} + M \cdot \frac{di}{dt} + R_2 \cdot i + L_2 \cdot \frac{di}{dt} + M \cdot \frac{di}{dt} \quad (12.7)$$

Барои қиматҳои комплексӣ бошад,

$$\begin{aligned} \dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 &= R_1 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot L_1 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot M \cdot \dot{I} + R_2 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot L_2 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot M \cdot \dot{I} \\ &= [(R_1 + R_2) + j(X_{L_1} + X_{L_2} + 2 \cdot X_M)] \cdot \dot{I} = Z_{\text{мув}} \cdot \dot{I} \end{aligned} \quad (12.8)$$

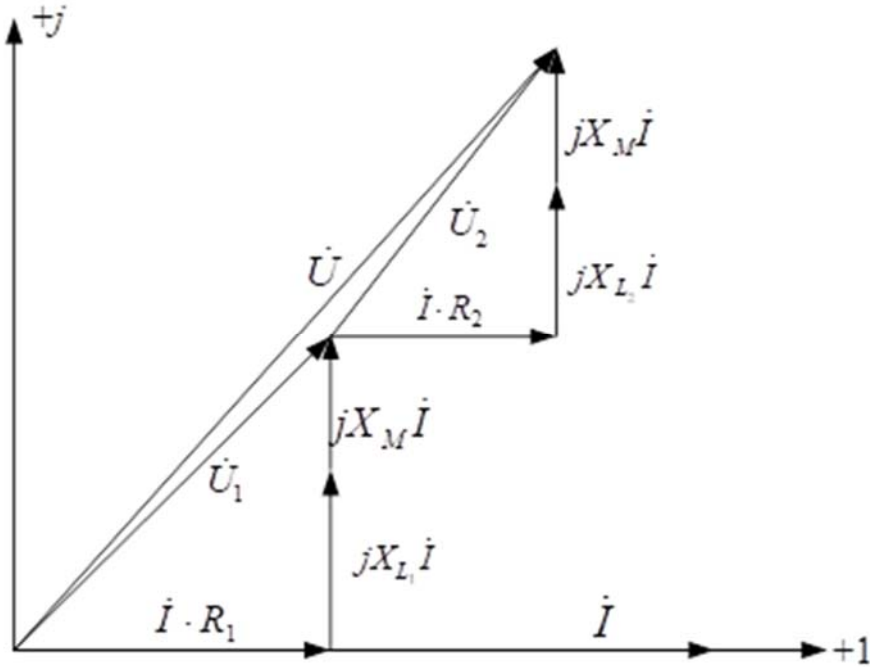
дар ин ҷо,  $X_{L_1} = \omega \cdot L_1$ ;  $X_{L_2} = \omega \cdot L_2$  – муқовиматҳои индуктивии хусусӣ ва  $X_M = \omega \cdot M$  – муқовимати индуктивии мутақобил мебошанд.

Муқовимати комплексӣ ҳангоми пайвасти мувофиқ ба

$$Z_{\text{мув}} = R_{\text{мув}} + jX_{\text{мув}} \quad (12.9)$$

баробар аст. Дар ин ҷо,  $R_{\text{мув}} = R_1 + R_2$  ва  $X_{\text{мув}} = X_{L_1} + X_{L_2} + 2 \cdot X_M$  мебошанд.

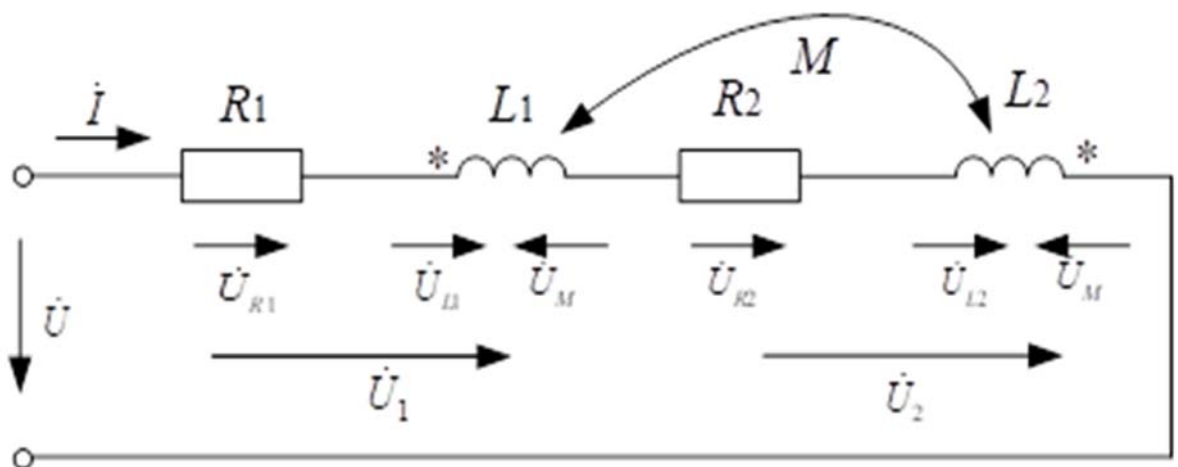
Диаграммаи вектории занҷири электрикӣ расми 12.3 дар расми 12.4 оварда шудааст.



Расми 12.4 – Диаграммаи вектории шиддатҳо ва ҷараён ҳангоми пайвасти мувофиқи ғалтакҳои индуктивии алоқаманд

*Пайвасти муқобил*

Нақшаи бадалии занҷири электрикӣ ҳангоми пайвасти мутақобил дар расми 12.5 оварда шудааст.



Расми 12.5 – Нақшаи занҷири электрикӣ ҳангоми пайвасти муқобили ғалтакҳои индуктивии алоқаманд (пайвасти пайдарпай)

Шиддатҳои индуктиатҳои хусусӣ ( $\dot{U}_L$ ) ва мутақобил ( $\dot{U}_M$ ) муқобили якдигар равона шудаанд. Пас, дар ин маврид, муодилаи ҳолати электрикии занҷири расми 12.5 – ро ба намуди дифференсиалӣ тартиб медиҳем:

$$u = u_1 + u_2 = R_1 \cdot i + L_1 \cdot \frac{di}{dt} - M \cdot \frac{di}{dt} + R_2 \cdot i + L_2 \cdot \frac{di}{dt} - M \cdot \frac{di}{dt} \quad (12.10)$$

Барои қиматҳои комплексӣ бошад,

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = R_1 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot L_1 \cdot \dot{I} - j\omega \cdot M \cdot \dot{I} + R_2 \cdot \dot{I} + j\omega \cdot L_2 \cdot \dot{I} - j\omega \cdot M \cdot \dot{I} \\ \dot{I} &= [(R_1 + R_2) + j(X_{L_1} + X_{L_2} - 2 \cdot X_M)] \cdot \dot{I} = Z_{\text{мук}} \cdot \dot{I} \end{aligned} \quad (12.11)$$

Муқовимати комплексӣ ҳангоми пайвасти муқобил ба

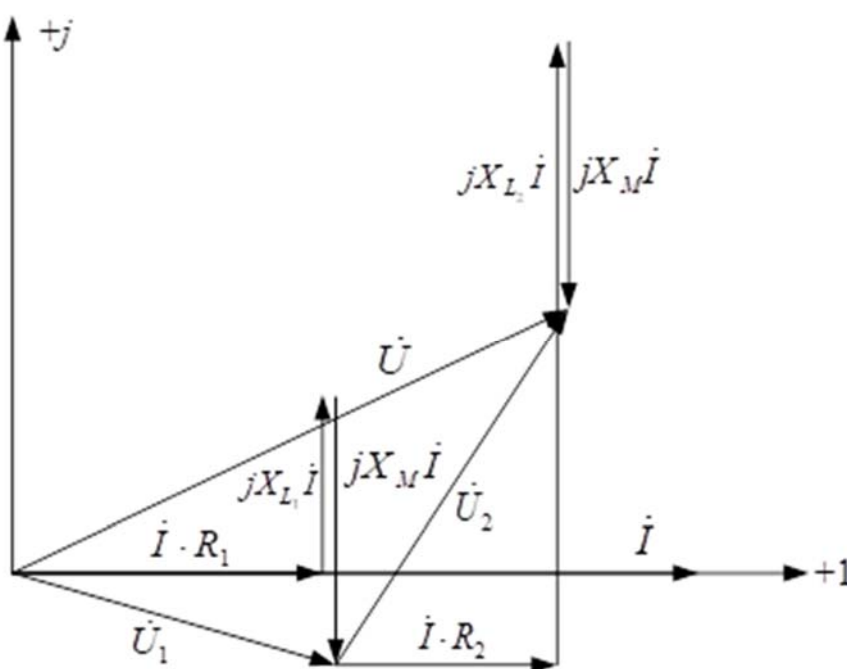
$$Z_{\text{мук}} = R_{\text{мук}} + jX_{\text{мук}} \quad (12.12)$$

баробар аст. Дар ин ҷо,  $R_{\text{мук}} = R_1 + R_2$  ва  $X_{\text{мук}} = X_{L_1} + X_{L_2} - 2 \cdot X_M$  мебошанд.

Қиматҳои муқовиматҳои  $X_{\text{мув}}$  ва  $X_{\text{мук}}$  доништа, бузургии муқовимати индуктивиати мутақобил ( $X_M$ ) ва индуктивиати мутақобил ( $M$ ) – ро муайян намудан мумкин аст:

$$X_{\text{мув}} - X_{\text{мук}} = X_{L_1} + X_{L_2} + 2 \cdot X_M - (X_{L_1} + X_{L_2} - 2 \cdot X_M) = 4 \cdot X_M \quad (12.13)$$

Диаграммаи вектории занҷири электрикии расми 12.5 дар расми 12.6 оварда шудааст.



Расми 12.6 – Диаграммаи вектории шиддатҳо ва ҷараён ҳангоми пайвасти муқобили ғалтакҳои индуктивиӣ алоқаманд

Агар дар ягон қитъаи занчир  $M > L$  бошад, пас дар ин ҳолат таъсири (эффекти) ғунҷоиширо дар ин қатъа мушоҳида намудан мумкин аст. Муқовимати ғайрифазоли занчир дар умум индуктивӣ мебошад, зеро қимати  $M$  дар як маврид наметавонад аз қиматҳои  $L_1$  ва  $L_2$  калон бошад, яъне барои дилхоҳ занҷири электрикии дорои ғалтакҳои индуктивии алоқаманд, баробарии

$$L_1 + L_2 \geq 2 \cdot M \quad (12.14)$$

дуруст мебошад.

Дар мавридҳои гуногун қимати  $M$  метавонад дар алоҳидагӣ аз қиматҳои  $L_1$  ва  $L_2$  зиёд бошад.

### **Адабиёт:**

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Воситай таълимӣ – Москва: Высшая школа, 1996, 529 с.
2. Қўраев Ш.Қ., Исмоилов С.Т. Электротехника (қисми 2). Занҷирҳои электрикии якфаза ва сефазаи ҷараёни синусоидалӣ. Воситай таълимӣ – Душанбе: ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ, 2021, 196 саҳ.
3. Луғати истеҳсолоти соҳаи энергетика (русӣ-тоҷикӣ). Муаллифон П. Раҷабов, Д. Давлатшоев, У.Т. Хоҷаева, М. Каримов. Нашри комбинати полиграфии Вазорати фарҳанги ҚТ. – Душанбе, 2004.
4. Р.А. Ҷалилов, Р.З. Икромов, М.И. Здержикова. «Практикуми лабораторӣ аз фанни асосҳои назариявии электротехника». Қисми 1. Душанбе, Матбааи ДТТ, 2010с.