

Mathematical Problems of Electric Power Systems

**WEEK 14 - MATHEMATICAL MODELS FOR STUDYING
TRANSIENT PROCESSES IN ELECTRICAL SYSTEMS.**

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi

Lecturer

(Shohin Jurazoda)

**УСУЛҲОИ МАТЕМАТИКИИ ТАҲЛИЛИ
РЕЧАҲОИ ГУЗРАНДА ДАР
СИСТЕМАҲОИ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКӢ**

Мундариҷаи лексия:

1. Маълумоти умумӣ оид ба речаҳои гузаранда.
2. Мафҳуми устувории системаҳои электроэнергетикӣ.
3. Масъалаи таҳлили устувории статикӣ СЭЭ ва масъалагузори он.
4. Ифодаи математикии масъала.
5. Адабиёт.

Маълумоти умумӣ оид ба речаҳои гузаранда. Раванди гузаранда (РГ) – ин тағйирёбии параметрҳои речаи СЭЭ вобаста ба вақт буда, аз тағйирёбии шартҳои кори он ба вучуд омадааст. Пас, речас, ки параметрҳояш вобаста ба вақт тағйир меёбанд, *речаи гузаранда* номида мешавад. Сабаби раванди гузариш метавонад тағйирёбии топологияи СЭЭ (ҳангоми расиши кӯтоҳ (РК), кандашавии хатҳо, фаъолшавии хомӯшкунакҳо ва ғайра) ё параметрҳои речаи элементҳои алоҳидаи он (тағйирёбии чараёни ангишти генераторҳои синхронӣ ва кунҷи танзими компенсаторҳои тиристорӣ статикӣ, партофтан ва бор кардани сарборӣ муҳаррикҳо ва ғ.) бошад.

РГ – ҳое, ки бо гузаришҳои коммутатсионӣ элементҳои СЭЭ, гузаронидани озмоишҳо ва танзими речаҳо ба вучуд меоянд, ба РГ – ҳои *мӯътадил* мансубанд. РК, кандашавии фазаҳо, пайвасткунӣ ва чудокунии такрорӣ занҷирҳои расиши кӯтоҳ, аз синхронизм баромадани мошинҳо ва дигар вайронкуниҳои кори мӯътадили СЭЭ РГ-ҳои *садамавӣ* мебошанд.

Тадқиқот ва ҳисобҳои речаҳои гузариш барои ҳалли бисёр масъалаҳои вобаста ба лоиҳакашӣ ва истифодабарӣ СЭЭ заруранд, ки ба онҳо дохил мешаванд:

– интихоби принципи кор ва танзими системаҳои ҳимояи релей ва автоматикаи зиддисадамавӣ;

– муайян кардани шартҳои устувории мошинҳои электрикӣ, ки ба СЭЭ дохил мешаванд.

Аҳамияти таҳлили РГ махсусан дар робита бо оқибатҳое, ки гум кардани устувории СЭЭ ба он оварда расонида метавонад, бузург аст. Бе пешгӯии РГ

таҳияи чорабиниҳо оид ба пешгирии инкишофи садамаҳо ва кам кардани зарар аз онҳо, таъмин намудани фаъолияти мӯътадил ва самараноки СЭЭ ғайриимкон аст. РГ-ҳое, ки дар системаи энергетикӣ ба вучуд меоянд, бояд сифати дахлдор дошта бошанд, яъне боиси пастшавии назарраси сифати таъминоти барқ ба истеъмолкунандагон нагарданд. Барои ин, пеш аз ҳама, зарур аст, ки РГ-ҳо ба қадри кофӣ зуд ба охир расанд (масалан, лапишҳои роторҳои генератор ба лапишҳои давомдори шиддат дар истеъмолкунандагон оварда мерасонад). Илова бар ин, РГ дар ягон қисми СЭЭ набояд дар қисмҳои дигари он тағйироти речаро, ки боиси ноустувории система мегарданд, ба вучуд оварад. РГ-ро қаноатбахш ҳисобидан мумкин нест, агар пас аз анҷоми он захираи устувории СЭЭ камтар шавад. Умуман, таъсири РГ на танҳо дар чараёни гузариши он, балки пас аз анҷоми он низ набояд манфӣ бошад.

Сифати РГ-ро аз рӯи нишондиҳандаҳои зерин баҳо додан мумкин аст:

- муддати давомнокии РГ;
- хусусияти раванд – ғайридаврий (апериодӣ) ва ё лапишхӯранда;
- таъсири эҳтимолии ин РГ ба речаи система ё зерсистемаҳои он ва ноустувории сарборӣ;
- талафоти иқтидор ва энергия ҳангоми РГ;
- нархи чорабиниҳое, ки ин РГ-ро беҳтар мекунад.

Нишондиҳандаҳои сифати РГ дар [1] муфассал баррасӣ шудаанд.

Мафҳуми устувории СЭЭ. Яке аз шартҳои кори бозътимод ва шартҳои асосии мавҷудияти речаи СЭЭ ин устувории он – қобилияти система барои барқарор кардани речаи мӯътадили корӣ пас аз ҳалалдоршавии калон ё хурди речаи система мебошад [1]. Ҳалалдоршавиро қабул карда, система ё кӯшиш мекунад, ки речаи авваларо (ё ба он наздикро) бар гардад (устувор аст) ва ё аз он дур мешавад (ноустувор аст). Параметрҳои асосие, ки аз рӯи онҳо дар бораи устувории система ҳукм мекунад, суръатҳои чархзании мошинҳои синхронӣ ба он дохилшаванда мебошанд. Дар речаи мӯътадил ин суръатҳо дар ҳамаи мошинҳои синхронӣ якхела, доимӣ ва ба суръати синхронӣ баробар мебошанд.

Се намуди устувории СЭЭ-ро фарқ мекунад [1]:

– *устувории статикӣ* (УС) – устувории СЭЭ ҳангоми ҳалалдоршавиҳои хурди реча, ки бо сабаби пайваст ё чудо кардани манбаъҳо ва истеъмолкунандагони камиқтидори энергияи электрикӣ, тағйирёбии сохти (конфигуратсияи) шабакаҳои электрикии тақсимкунанда ва ғайра ба вучуд меоянд;

– *устувории динамикӣ* (УД) – устувории СЭЭ ҳангоми ҳалалдоршавиҳои калони реча, ки масалан, бо сабаби расиши кӯтоҳ, пайваст ё чудо кардани манбаъҳо ва истеъмолкунандагони пуриқтидори энергияи электрикӣ, тағйирёбии сохти шабакаи электрикии системасоз ва ғайра ба вучуд меоянд.

– *устувории натиҷавӣ* – қобилияти барқарор кардани речаи мӯътадили СЭЭ пас аз давраи нисбатан кӯтоҳи вайроншавӣ аз ҳисоби ҳосиятҳои дохилии он ё таҳти таъсири дастгоҳҳои махсуси автоматикаи системавии зиддисадамавӣ.

Масъалаи таҳлили устувории статикӣи СЭЭ ва масъалагузори он. Параметрҳои речаи муқарраршудаи (PM) СЭЭ-ҳои воқеӣ, доимӣ боқӣ намонанд. СЭЭ дорои сарбориҳои зиёдест, ки бефосила тағйир меёбанд. Ғайр аз ин тағйиротҳо дар СЭЭ ба таври стохастикӣ (худбахудӣ, тасодуфӣ) ба вуқӯъ омада, дигар ҳалалдоршавиҳои озоди хурд низ ба вучуд меоянд. Дар робита ба ин, дар валҳои генераторҳои ба ин система дохилшаванда моментҳои иловагии ночизи электромагнитии ΔM пайдо мешаванд, ки онҳо низ ба таври стохастикӣ тағйир ёфта, ин валҳоро ба кунҷҳои хурди мувофиқи $\Delta \delta$ мелағжонанд. Ҳаракатҳои озод, ки дар генераторҳои СЭЭ аз таъсири ҳалалдоршавиҳо ба вучуд меоянд, метавонанд афзоянда ё хомӯшшаванда, лапишхӯранда ё апериодӣ бошанд. Хусусияти онҳоро устувории статикӣ (УС) муайян мекунад, ки он шарти зарурии қобилияти кори система мебошад. Дар сурати ноустувор будани PM-и СЭЭ, ҳалалдоршавиҳои хурди он ба тағйирёбии прогрессивии параметрҳои реча оварда мерасонанд, ки дар аввали раванд хеле суст рух дода, дар намуди тағйирёбии худбахудӣ – лағжиши параметрҳои речаи мӯътадили СЭЭ зоҳир мегарданд.

Устувории статикӣ ҳангоми лоиҳакашии дурнамоӣ ва корӣ, таҳияи дастгоҳҳои махсуси танзими автоматӣ, ба истифода додани элементҳои нави система, тағйирёбии шартҳои истифодабарӣ (масалан, муттаҳидшавии системаҳо) санчида мешавад.

Масъалаҳои вобаста ба санчиши устувории статикиро ба ду гурӯҳ тақсим кардан мумкин аст [1]:

– масъалаҳои таҳлил, ки ҳангоми ҳалли онҳо устувории РМ-и додашуда санчида мешавад, речаи ҳадди ниҳоии устувори СЭЭ бо ҳамаи параметрҳои додашуда муайян карда мешавад. Баъзе нишондиҳандаҳои сифати РГ баҳо дода мешаванд;

– масъалаҳои синтез, ки ҳангоми ҳалли онҳо намуди системаи ангиши генератори синхронӣ (ГС) ва танзими он, қонуни танзим, параметрҳои системаи ангиш ва танзимкунакҳо муайян карда мешаванд. Дар ин маврид аз талаботҳои додашуда нисбат ба речаи ҳадди ниҳоии устувор ё сифати энергияи электрикӣ дар РМ (дақиқии нигоҳдории параметрҳои реча) бармеоянд.

Ифодаи математикии масъала. Ҳангоми омӯзиши раванди гузариш, СЭЭ бо системаи муодилаҳои дифференсиалии (МД) ғайрихаттӣ тавсиф карда мешавад, ки онҳоро дар намуди умумӣ чунин навиштан мумкин аст [1]:

$$\sum_{j,i=1}^m \left(A_{ji} \cdot \frac{d^2 x_i}{dt^2} + B_{ji} \cdot \frac{dx_i}{dt} + C_{ji} \cdot x_i \right) = F_j(t). \quad (14.1)$$

дар ин ҷо, x_i – тағйирёбандаҳои i – юм мебошанд, ки речаи СЭЭ-ро дар ҳар як лаҳзаи вақт тавсиф мекунанд; A_{ji}, B_{ji}, C_{ji} – коэффитсиентҳои ҳақиқӣ мебошанд, ки вобаста ба параметрҳои система ва функсияҳои ғайрихаттии $\Phi_i(x_i)$ муайян карда мешаванд; $F_j(t)$ – таъсирҳои беруна ё ҳалалдоркунанда мебошанд, ки вобаста ба вақт тағйирёбанда буда, тағйирёбии шартҳои берунаи кори системаро инъикос мекунанд.

Ҳангоми $F_j(t) = F_j(0)$ системаи (2.1) дорои ҳалли зерин мебошад:

$$x_i(t) = x_{i0}; \quad dx_i/dt = 0; \quad d^2 x_i/dt^2 = 0;$$

$$\sum_{j,i=1}^m C_{ji} \cdot x_{i0} = F_{i0}.$$

Ин ҳал ба ҳолати мувозинат мувофиқат мекунад, яъне параметрҳои речаи муқарраршударо (PM) муайян месозад.

Ҳангоми омӯзиши УС равандҳои гузариш бо шартҳои хурд будани инҳирофи ҳамаи тағйирёбандаҳо ва таъсирҳои беруна аз ҳолати мувозинат баррасӣ карда мешаванд. Аз ҷиҳати математикӣ ин шарт чунин навишта мешавад:

$$F_j(t) - F_{j0} = f_j(t); \quad (14.2)$$

$$x_i(t) - x_{i0} = \Delta x_i; \quad (14.3)$$

$$dx_i/dt = d\Delta x_i/dt; \quad (14.4)$$

$$d^2x_i/dt^2 = d^2\Delta x_i/dt^2. \quad (14.5)$$

Дар усули УС, ки онро устуворӣ дар хурдӣ ё усули инҳирофоти хурд (лапишҳои хурд) меноманд, функсияҳои ғайрихаттии $\Phi_i(x_i)$, ки ба коэффитсиентҳои системаи ибтидоии муодилаҳои (14.1) дохил мешаванд, дар нуқтаи ба ҳолати мувозинат мувофиқаткунанда хаттӣ карда мешаванд. Барои ин ҳар як функсияи ғайрихаттӣ ба қатори Тейлор ҷудо карда мешавад ва аз ин қатор танҳо аъзоҳои хаттӣ боқӣ гузошта мешаванд:

$$\Phi_i(x_i) = \Phi_i(x_{i0}) + \left. \frac{d\Phi_i}{dx_i} \right|_{x_{i0}} \cdot \Delta x_i \quad (14.5)$$

ва ё агар функсияи $\Phi_i(x_i)$ дорой якчанд параметрҳои реча бошад, пас

$$\Phi_i(x_i) = \Phi_i(x_{i0}) + \left. \frac{d\Phi_i}{dx_1} \right|_{x_{i0}} \cdot \Delta x_1 + \left. \frac{d\Phi_i}{dx_2} \right|_{x_{i0}} \cdot \Delta x_2 + \dots \quad (14.6)$$

Ҳамин тариқ, дар натиҷаи хаттикунонӣ аз системаи ғайрихаттии МД (2.1) ба системаи хаттӣ мегузаранд:

$$\sum_{j,i=1}^m \left(a_{ji} \cdot \frac{d^2\Delta x_i}{dt^2} + b_{ji} \cdot \frac{d\Delta x_i}{dt} + c_{ji} \cdot \Delta x_i \right) = f_j(t). \quad (14.7)$$

Зарибҳои a_{ji} , b_{ji} , c_{ji} ҳосилаҳои хусусии $\partial\Phi_i/dx_i$ – ро, ки дар нуқтаи речаи ибтидоӣ гирифта шудаанд, дар бар мегиранд: $\partial\Phi_i/dx_i|_{x_{i0}}$. Вобастагии ин

зарибҳо аз речаи ибтидоӣ ҳосиятҳои системаи ҳақиқӣ – ғайрихаттии (2.1) – ро, ки ҳангоми таҳлили устувории статикӣ бояд тадқиқ карда шавад, инъикос мекунад.

Системаи (14.7) бо ёрии муодилаи характеристикӣ ҳал карда мешавад:

$$\sum_{j,i=1}^m (a_{ji} \cdot p^2 + b_{ji} \cdot p + c_{ji}) = 0. \quad (14.8)$$

Бо ёрии муодилаҳои хаттикардашуда РГ омӯхта мешаванд:

– *маҷбурӣ* – ҳангоми таъсири қувваи берунаи ҳалалдоркунанда;

– *озод* – пас аз пайдоиши майлқунии ибтидоӣ ва нест шудани қувваи берунае, ки ин дуршавиро ба вучуд овардааст.

Дар ҳолати аввал $f_j(t) \neq 0$ аст ва ротор таҳти таъсири ин қувваи хурди амалкунанда ва ҳалалдоркунандаи доимӣ лапишҳои хурд иҷро мекунад. Дар ҳолати дуюм ротори генератор, ки дар натиҷаи ҳалалдоршавии реча аз ҳолати мувозинат дуршавиро гирифтааст (аз кунҷи δ_0 ба $\Delta\delta$), танҳо бо таъсири қувваҳои дохилӣ воғузур шуда, ин ё он ҳаракатҳоро иҷро карда, ба ҳолати δ_0 бармегардад ва ё аз он дур мешавад.

Дар муодилаи хаттии (14.7) – и системаи хаттикардашудаи муодилаҳои дифференсиалӣ маълумот дар бораи қиматҳо ва ҷойҳои татбиқи таъсирҳои ҳалалдоркунандаи $f_j(t)$ вучуд надорад. Аммо бинобар хурд будани ин таъсирот, РГ-и аз онҳо бавучудомада амалан аз қиматҳо ва ҷойҳои татбиқи онҳо вобаста нест [3].

Масъалаи 14.1. Системаи муодилаҳои дифференсиалии хаттикардашудаи ҳаракати ротори генератор (бе баҳисобгирии демпфронидан – суствқунии лапишҳо) намуди зеринро дорад:

$$\begin{cases} \int \frac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega \\ M \cdot \frac{d\Delta\omega}{dt} = -S_e \cdot \Delta\delta \end{cases}$$

дар ин ҷо: $\Delta\delta$ – тағйирёбии кунҷи ротори генератор нисбат ба шинаҳо (бо радиан, рад); $\Delta\omega$ – тағйирёбии суръати кунҷии ротор (бо рад/сон); M – доимии

инерсия агрегат (бо сония дар квадрат, сон²); S_e – иқтидори синхронизасиякунандаи генератор (дар воҳидҳои нисбӣ бар радиан, в.н./рад).

Қиматҳои додашуда: доимии инерсия: $M = 0,02$ сон²; иқтидори синхронизасиякунанда: $S_e = 2,0$ в.н./рад; шартҳои ибтидоӣ дар лаҳзаи вақти $t = 0$ (пас аз халалдоршавии хурди беруна): кунҷи ротор ба миқдори $\Delta\delta(0) = 0,05$ рад дур шуд, вале суръати ибтидоӣ тағйир наёфтааст, яъне $\Delta\omega(0) = 0$ рад/сон. Қонуни тағйирёбии кунҷи $\Delta\delta(t)$ ва суръат $\Delta\omega(t)$ – ро дар вақти раванди гузариш ёбед.

Ҳалли масъала.

1. Гузоштани қиматҳо ба система:

Қиматҳои додашудаи M ва S_e – ро ба системаи муодилаҳо мегузорем:

$$\begin{cases} \int \frac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega \\ 0,02 \cdot \frac{d\Delta\omega}{dt} = -2 \cdot \Delta\delta \end{cases}$$

Муодилаи дуумро нисбат ба $d\Delta\omega/dt$ содда мекунем:

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = -\frac{2}{0,02} \cdot \Delta\delta \Rightarrow \frac{d\Delta\omega}{dt} = -100 \cdot \Delta\delta$$

2. Овардани система ба як муодилаи дараҷаи дуум:

Азбаски $d\Delta\delta/dt = \Delta\omega$ аст, ҳосилаи дууми кунҷ нисбат ба вақт чунин мешавад:

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = \frac{d\Delta\omega}{dt} = -100 \cdot \Delta\delta$$

Муодиларо ба намуди стандартӣ меорем:

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + 100 \cdot \Delta\delta = 0$$

3. Ҳисоб намудани муодилаи характеристикӣ:

Барои ин муодилаи дифференсиалии хаттӣ, муодилаи характеристикӣ (бо ивазкунии $p = d/dt$) чунин хоҳад буд:

$$p^2 + 100 = 0$$

Решаҳои муодилаи характеристикиро ($p_{1,2}$) меёбем:

$$p^2 = -100 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{-100} = \pm j10.$$

дар ин чо, $j = \sqrt{-1}$ – воҳиди мавҳум аст.

4. Ёфтани ҳалли умумии система:

Азбаски решаҳо дорои қисми мавҳум (комплексӣ) мебошанд, ҳалли умумии кунчи $d\Delta\delta(t)$ намуди лапишхӯрандаи гармоникиро мегирад:

$$\Delta\delta(t) = C_1 \cdot \cos(10t) + C_2 \cdot \sin(10t).$$

Суръати кунҷии $\Delta\omega(t)$ – ро ҳамчун ҳосилаи якуми кунҷ меёбем:

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\delta}{dt} = -10 \cdot C_1 \cdot \sin(10t) + 10 \cdot C_2 \cdot \cos(10t).$$

5. Муайян кардани доимиҳои C_1 ва C_2 аз рӯи шартҳои ибтидоӣ: барои лаҳзаи вақти $t = 0$:

$$\Delta\delta(0) = C_1 \cdot \cos(0) + C_2 \cdot \sin(0) = 0,05 \Rightarrow C_1 = 0,05.$$

Аз рӯи суръат:

$$\Delta\omega(0) = -10 \cdot 0,05 \cdot \sin(0) + 10 \cdot C_2 \cdot \cos(0) \Rightarrow 10 \cdot C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0.$$

Қиматҳои зарифҳои $C_1 = 0,05$ ва $C_2 = 0$ – ро ба формулаҳо мегузорем:

$$\Delta\delta(t) = 0,05 \cdot \cos(10 \cdot t) \text{ рад.}$$

$$\Delta\omega(t) = -0,5 \cdot \sin(10 \cdot t) \text{ рад/сон.}$$

Адабиёт

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах: Учебник для электроэнергетических специальностей вузовизд. – М.: Высш. школа, 1985. – 415 с.

2. Филяев К.Ю. Математические задачи энергетики: Учебно-методический комплекс / К.Ю. Филяев – Челябинск: 2005. – 212 с.

3. Веников В.А. Математические задачи электроэнергетики: Учебник для студентов вузов / В.А. Веников, Э.Н. Зуев, И.В. Литкенс и др., под ред. В.А. Веникова – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 288 с.