

14 – MAVZU

Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli.

Mashg‘ulot rejasi:

- 1) Proyeksiyalar tekisliklarini bir marta almashtirish;**
- 2) Proyeksiyalar tekisliklarini ikki marta almashtirish.**

Proyeksiyalartekisliklarinialmashtirishusuldageometrikfiguralarqo‘
 zg‘almasbo‘lib,
 faqatproyeksiyalartekisliklaribiryokiikkimartayangiproyeksiyalartekis
 liklaribilanalmashtiriladi. Yangiproyeksiyalartekisliklarichizmada
 H_1 yoki V_1 bilanbelgilanadi. Ushbuholdaeski H tekisligiyangi H_1 yoki
 V tekisligiyangi
 V_1 tekislikbilanalmashtiriladivaularproyeksiyalartekisliklaridanbirigap
 royeksiyalovchivaziyatdaolinadi.

Agar geometrikfiguraxususiyvaziyatdajoylashganbo‘lsa, H yoki V
 tekisliknibirmartaalmashtiriladi. Agar

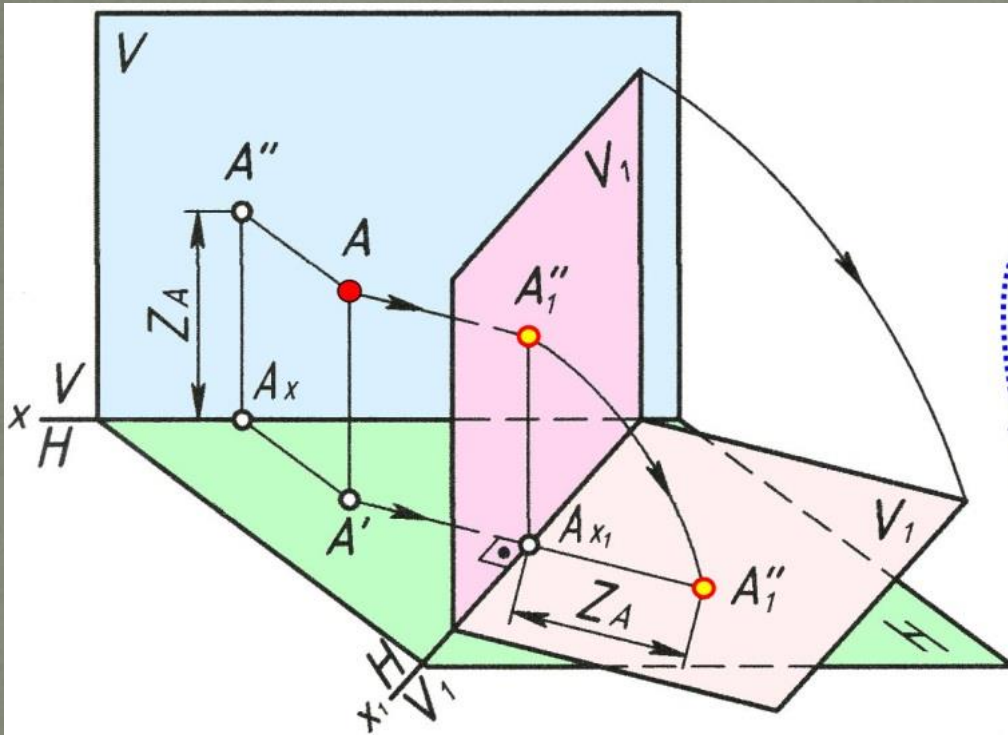
geometrikfiguraumumiyvaziyatdajoylashganbo‘lsa,
 masalaningshartigaqarabbiryokiikkimartaalmashtiriladi.

Proyeksiyalartekisliklarinialmashtirishjarayonieskix $\frac{V}{H}$ vayangix₁ $\frac{V_1}{H}$ sist
 ema deb yuritiladi. Ushbuholdaeski V tekislikiyangi
 V_1 tekislikbilanalmashtiriladi. Agar,
 eskix $\frac{V}{H}$ sistemayangix₁ $\frac{V}{H_1}$ sistemabilanifodalnsa, u holda H
 tekislikiyangi H_1 tekislikbilanalmashtirilganbo‘ladi.

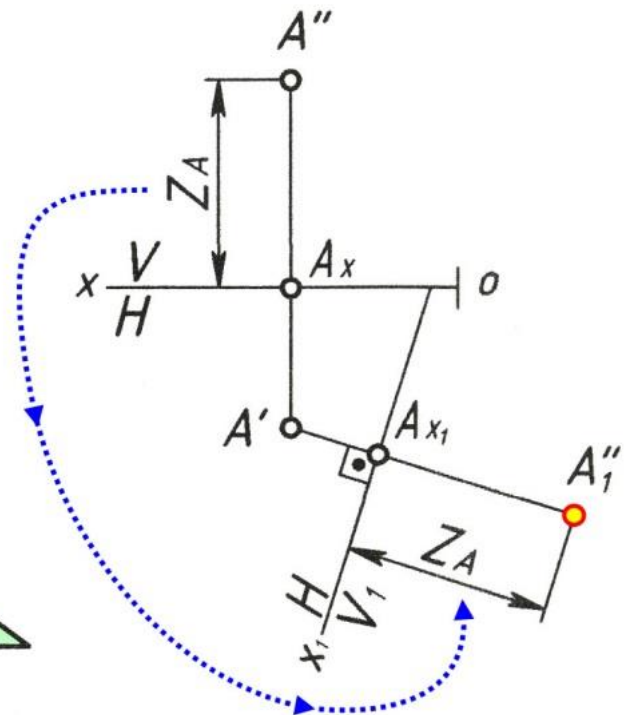
1. Proyeksiyalar tekisliklarini bir marta almashtirish.

V tekislikni yangi V_1 tekislik bilan almashtirish.

V tekislikni yangi V_1 tekislik bilan misolning shartiga binoan bir marta almashtirish mumkin.



171 – chizma.



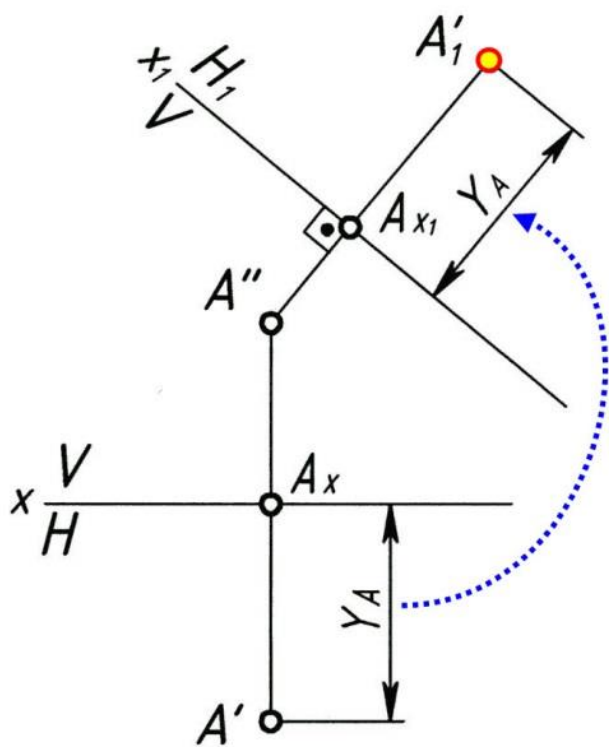
172 – chizma.

171 – chizmadafazodajoylashgan A nuqtavauning A' gorizontalthamda A'' frontal proyeksiyalarieski $x \frac{V}{H}$ sistemadaberilgan. A nuqtaning o'ng tomonida H gaperpendikulyarqilib yangi V_1 frontal proyeksiyalar tekisligi o'tkazilgan. Ushbu holda V tekisligi yangi V_1 tekislik bilan almashtirilyapti. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasini hosil qilish uchun, A nuqta orqali V_1 tekislikka perpendikulyar bo'lgan proyeksiyalovchi nuqta o'tkaziladi. O'tkazilgan nuqta V_1 tekislikda A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasini hosil qiladi. Keyin V_1 tekislikni H tekislikka jipslashtiramiz. A nuqtaning Z_A koordinatasi $|A'A| = |A_X A''| = A_{X_1 A_1''}$ ga teng bo'ladi.

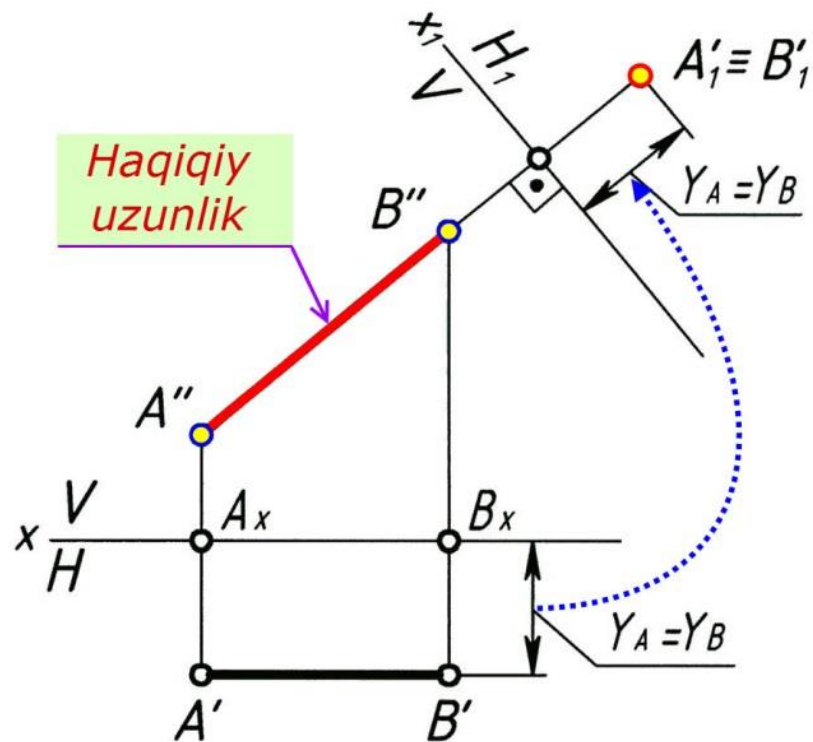
172 – chizmada A nuqtaning A' gorizontalthamda, A'' frontal vauning yangi A_1'' frontal proyeksiyalariberilgan. A' nuqtaning o'ng tomonidanyang X_1 proyeksiya o'qini o'tkazamiz. Ushbu holda A' nuqtava X_1 o'qorasidagimasofahamda X va X_1 o'qlarorasidagiburchakixtiyoriy o'lchamdaolinadi. A' nuqtadan X_1 o'qqaperpendikulyarqilib bog'lovchichiziqchizibolinadi. Bog'lovchichiziq X_1 o'qnikesib A_{X_1} nuqtahosilqiladi. A_{X_1} nuqtadan bog'lovchichiziqqa A nuqtaning Z_A o'lchamio'lchabqo'yilib A_1'' nuqtabilanbelgilanadi. Mazkur A_1'' nuqta A nuqtaning yangi frontal proyeksiyasideyiladi.

H tekislikni yangi H_1 tekislik bilan almashtirish.

H tekislikni yangi H_1 tekislik bilan misolning shartiga binoan bir marta almashtirish mumkin.



173 – chizma.



174 – chizma.

173 – chizmada A nuqtaning A' gorizontal, A'' frontal vauningyangi A'_1 gorizontalproyeksiyasiberilgan.

Ushbuholda A

nuqtaningyangi A'_1 gorizontalproyeksiyasinitopishkerak.

Bunda H tekislikyangi H_1 tekislikbilanalmashtiriladi.

Buninguchun A'' nuqtaningyuqoriqismidayangi

X_1 proyeksiyao'qio'tkaziladi. A'' nuqtava

X_1 o'qorasidagimasofa, hamda X va

X_1 o'qlarorasidagiburchakixtiyoriyo'lchamdaolinadi. A''

nuqtadan

X_1 o'qqaperpendikulyarqilibbog'lovchichiziqchizibolinadi.

Bog'lovchichiziq X_1 o'qnikesib A_{X_1} nuqtahosilqiladi.

Uningdavomiga A nuqtaning Y_A o'lchamio'lchabqo'yilib,

A'_1 nuqtabilanbelgilanadi. Ushbu A'_1 nuqta A

1.1 – misol. [AB] kesma nuqta holatga keltirilsin (174 – chizma).

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi.

1. Eski $x \frac{V}{H}$ sistemayangi $x_1 \frac{V}{H_1}$ sistemabilanya'ni H tekislikyangi H_1 tekislik bilan almashtiriladi.

$$x \frac{V}{H} \rightarrow x_1 \frac{V}{H_1} \Rightarrow H \rightarrow H_1.$$

Epyurning frontal proyeksiyasida $A''B''$ gaperpendikulyar vaziyatdayangi X_1 proyeksiya o'qiga tkaziladi. Bundakesmaning B'' nuqtasibilan X_1 o'qorasidagimasofaixtiyoriytanlanadi.

$$x_1 \perp A''B''.$$

B'' nuqtadan X_1 oqqaperpendikulyar bo'lgan bog'lovchichiziqchiziladi.

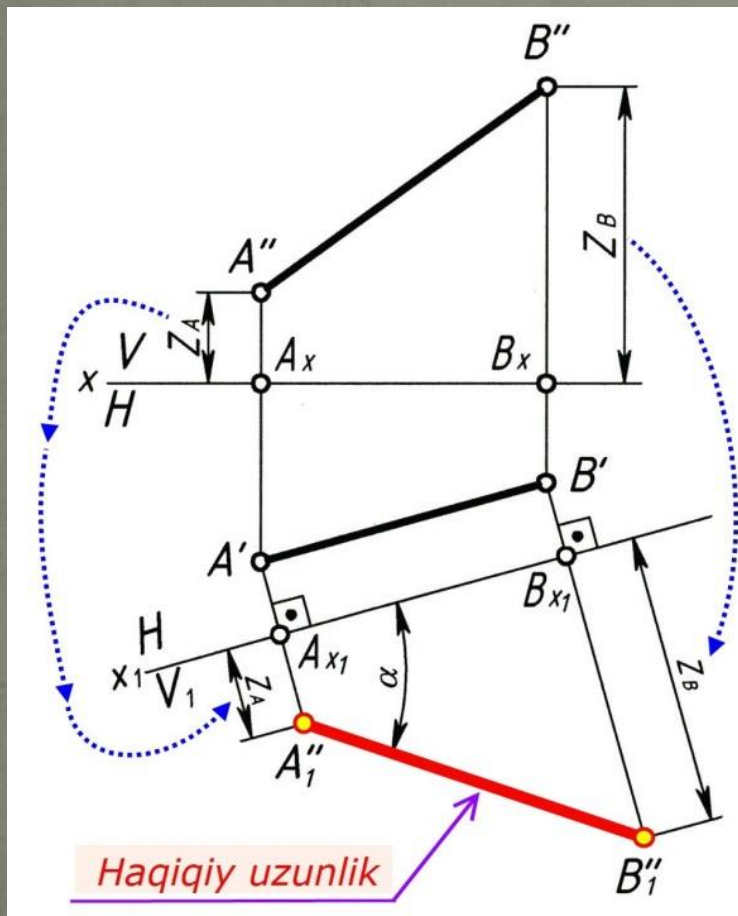
Epyurning horizontal proyeksiyasidan [AB] kesmaning $Y_A = Y_B$ koordinatalari o'lchabolinadi. Bog'lovchichiziqqa

X_1 o'qdan uzunligi $Y_A = Y_B$ o'lcham qo'yib nuqta bilan belgilanadi.

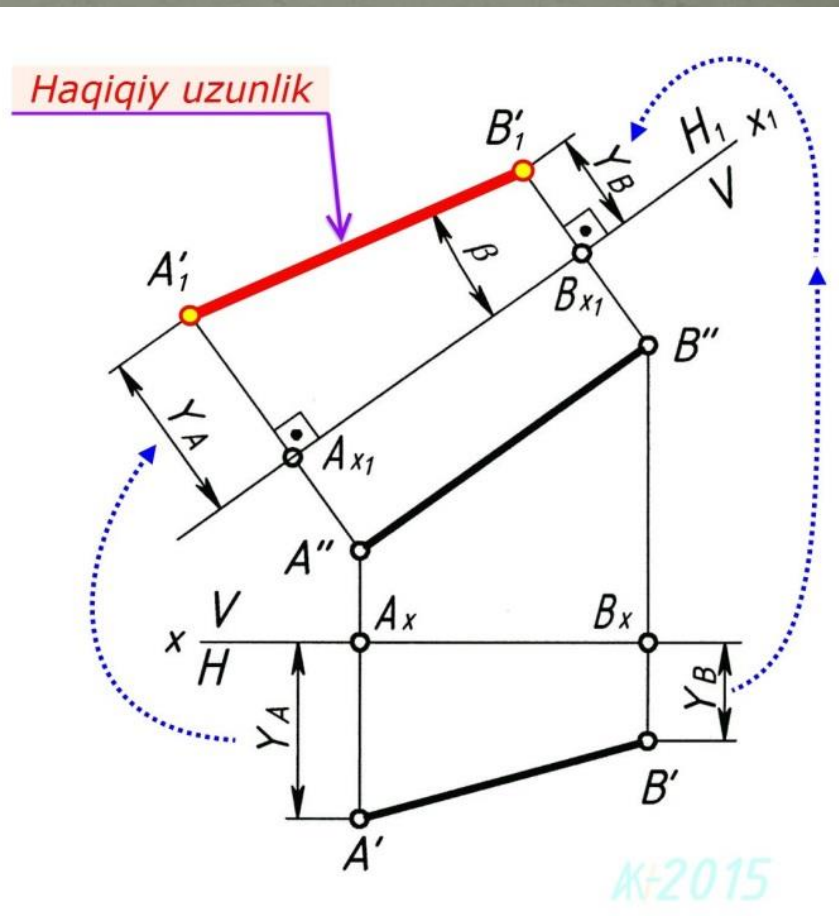
Ushbu nuqta $A'_1 \equiv B'_1$ bilan belgilanadi. Natijada, [AB] kesma nuqta vaziyatga keltiriladi.

1.2 – misol. Umumiy vaziyatda berilgan $[AB]$ kesmaning haqiqiy uzunligi va uning H tekislikka o'g'ish α burchagi aniqlansin (175 – chizma).

1.3 – misol. Umumiy vaziyatda berilgan $[AB]$ kesmaning haqiqiy uzunligi va uning V tekislikka o'g'ish β burchagi aniqlansin (176 – chizma).



175 – chizma.



176 – chizma.

K-2015

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi.

1. Eski $x \frac{V}{H}$ sistemayangi $x_1 \frac{V_1}{H}$ sistemabilanalmashtiriladi. Bunda V tekislik V_1 tekislikbilanalmashtiriladi.

$$x \frac{V}{H} \rightarrow x_1 \frac{V_1}{H} \Rightarrow V \rightarrow V_1;$$

Epyurda $[AB]$ kesmaning $A'B'$ gorizontaltproyeksiyasiga parallel vaziyatdayangi X_1 proyeksiya o'qio'tkaziladi. $A'B'$ kesmabilan X_1 o'qorasidagimasofaixtiyoriyo'lchamgaega.

$$x_1 \parallel A'B';$$

2. $[AB]$ kesmaning A' va B' nuqtalariorqali X_1 o'qqaperpendikulyarqilib bog'lovchichiziqlaro'tkaziladi. O'tkazilgan bog'lovchichiziqlar X_1 o'qnikesib A_{X_1} va B_{X_1} nuqtalarhosilqiladi;

3. A va B nuqtalarning Z_A va Z_B koordinatalari frontal proyeksiyasidano'lchabolinadi. X_1 o'qdanboshlab A' va B' nuqtalardanchizilgan bog'lovchichiziqlarga Z_A va Z_B o'lchamo'lchabqo'yilib, nuqtalarbilanbelgilanadi. Ular A_1'' va B_1'' bilanbelgilanadi. A_1'' va B_1'' nuqtalartutashtiriladi. Ushbu $|A_1''B_1''|$ kesma $[AB]$ kesmaninghaqiqiyuzunligigateng. $|A_1''B_1''|$ kesmabilan X_1 o'qorasidagi α burchak $[AB]$ kesmani H tekislikkaog'ishburchakkattaligidir.

Javob. $|A_1''B_1''|$ haqiqiyuzunlikva $\angle \alpha = [AB]^H$.

Misol quyidagi algoritmasosidayechiladi.

1. Eski $x \frac{V}{H}$ sistemayangi $x_1 \frac{V}{H_1}$ sistemabilan almashtiriladi. Bunda H tekislik H_1 tekislik bilan almashtiriladi.

$$x \frac{V}{H} \rightarrow x_1 \frac{V}{H_1} \Rightarrow H \rightarrow H_1;$$

Epyurda $[AB]$ kesmaning $A''B''$ gorizontaly proyeksiyasiga parallel vaziyatdayangi X_1 proyeksiya o'qio'tkaziladi. $A''B''$ kesma bilan X_1 o'qorasidagi masofa ixtiyoriy o'lchamga ega.

$$x_1 \parallel A''B'';$$

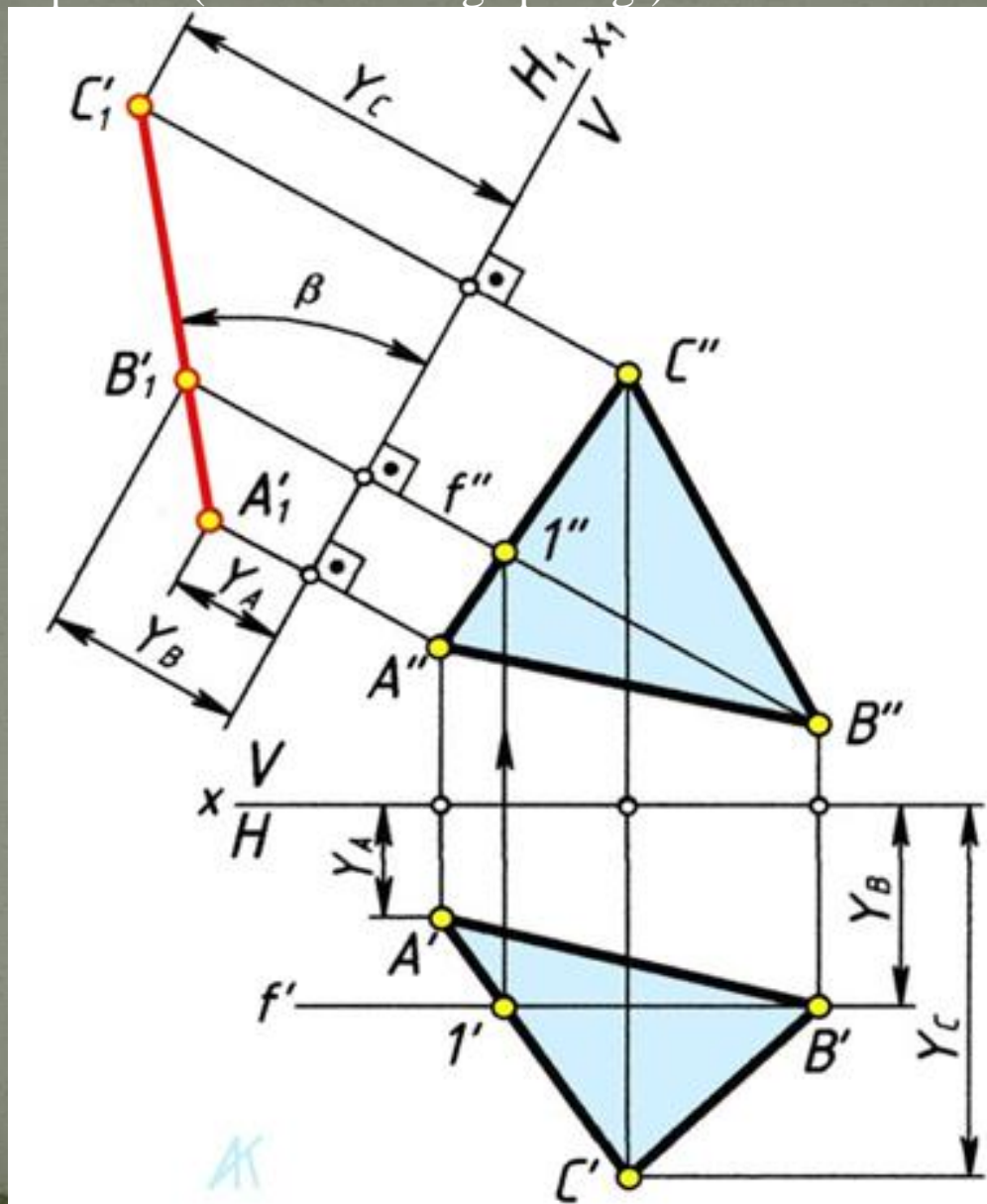
2. $[AB]$ kesmaning A'' va B'' nuqtalariorqali X_1 o'qqaperpendikulyarqilib bog'lovchichiziqlar o'tkaziladi. O'tkazilgan bog'lovchichiziqlar X_1 o'qnikesib A_{X_1} va B_{X_1} nuqtalarhosilqiladi;

3. A va B nuqtalarning Y_A va Y_B koordinatalarigorizontaly proyeksiyasidano'lchabolinadi. X_1 o'qdanboshlab A'' va B'' nuqtalardan chizilgan bog'lovchichiziqlarga Y_A va Y_B o'lchamo'lchabqo'yilib, nuqtalar bilan belgilanadi. Ular A'_1 va B'_1 bilan belgilanadi. A'_1 va B'_1 nuqtalar tutashtiriladi. Ushbu $|A'_1B'_1|$ kesma $[AB]$ kesmaning haqiqiy uzunligiga teng. $|A'_1B'_1|$ kesma bilan X_1 o'qorasidagi β burchak $[AB]$ kesmani V tekislikka og'ish burchak kattaligidir.

Javob. $|A'_1B'_1|$ haqiqiy uzunlik va $\angle \beta = [AB]^V$.

uchburchaknigorizontalproyeksiyalovchivaziyatgakeltirilsin. Bunda ABC tekislikni V tekislikka β og'ishburchakkattaligianiqlansin (177 – chizmagaqarang!).

177 – chizma.



Misolquyidagi algoritmasosidayechiladi.

1. ABC uchburchakning B uchiorqaliuning $f(f', f'')$ frontal chizig'ichizibolinadi. $B \subset f(f', f'') \in ABC$. Epyurninggorizontalproyeksiyasida B' nuqtaorqali [ox) oqqa parallel qilib $f'(B'1')$ frontalninggorizontalproyeksiyasio'tkaziladi. Keyinuning $f''(B''1'')$ frontalning frontal proyeksiyasichiziladi.

$$B' \subset f'(B'1') \parallel [ox) \text{ va } B'' \subset f''(B''1'');$$

2. Eskix $\frac{V}{H}$ sistemayangix₁ $\frac{V}{H_1}$ sistema, ya'ni H tekislikyangi H₁ tekislikbilanalmashtiriladi.

$$x \frac{V}{H} \rightarrow x_1 \frac{V}{H_1} \Rightarrow H \rightarrow H_1$$

Epyerdayangi X₁ proyeksiyao'qi $f''(B''1'')$ frontalning frontal proyeksiyasigaperpendikulyarqilibchiziladi. X₁o'qbilan A'' nuqtaorasidagimasofauzunligiixtiyoriyo'lchamgaega.

$$x_1 \perp f''(B''1'');$$

3. A'', B'' va C'' nuqtalarorqali X₁ proyeksiyao'qigaperpendikulyarqilibbog'lovchichiziqqlarchiziladi. X₁o'qdanA'₁ nuqtagaqadarbo'lganmasofauzunligi Y_Ao'lchamgateng.

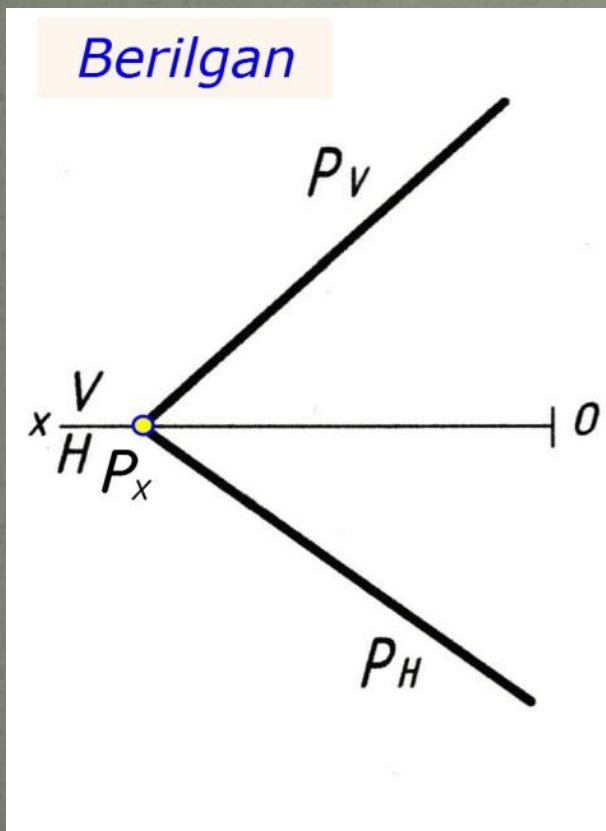
$$|X_1 A'_1| = Y_A, |X_1 B'_1| = Y_B \text{ va } |X_1 C'_1| = Y_C.$$

A'₁, B'₁ va C'₁ nuqtalartutashtirilsa, ularbirchiziqdayotadi. Natijada, uchburchak A'₁B'₁C'₁ yangi

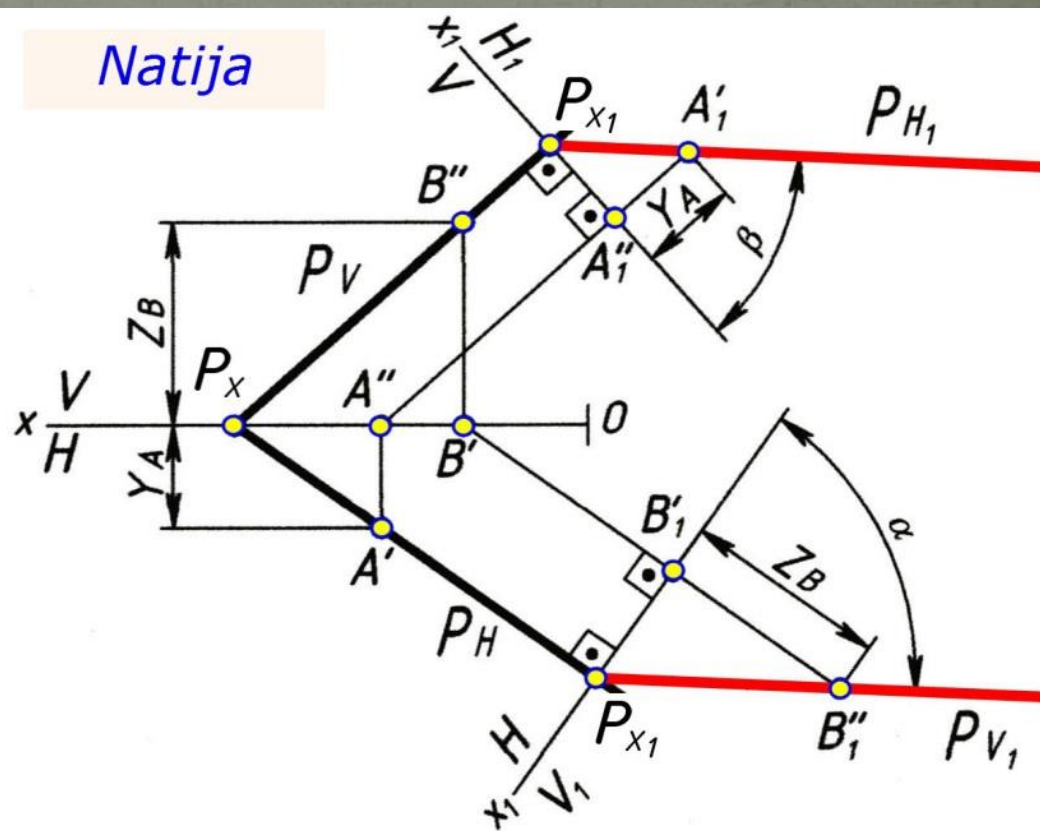
H₁ tekislikkaperpendikulyarvaziyatdaya'niproyeksiyalovchiholatdajoylashadi.

UchburchakA'₁B'₁C'₁ yangi X₁ proyeksiyao'qigaog'ib $\angle \beta$ ni hosil qiladi. Mazkurburchak ABC uchburchakni V tekislikkaog'ishburchagidir.

1.6 – misol. Izlar bilan berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikni H va V tekisliklarga og'ish $\angle \alpha$ va $\angle \beta$ burchak kattaliklaritopilsin (180 – chizma).



179 – chizma.

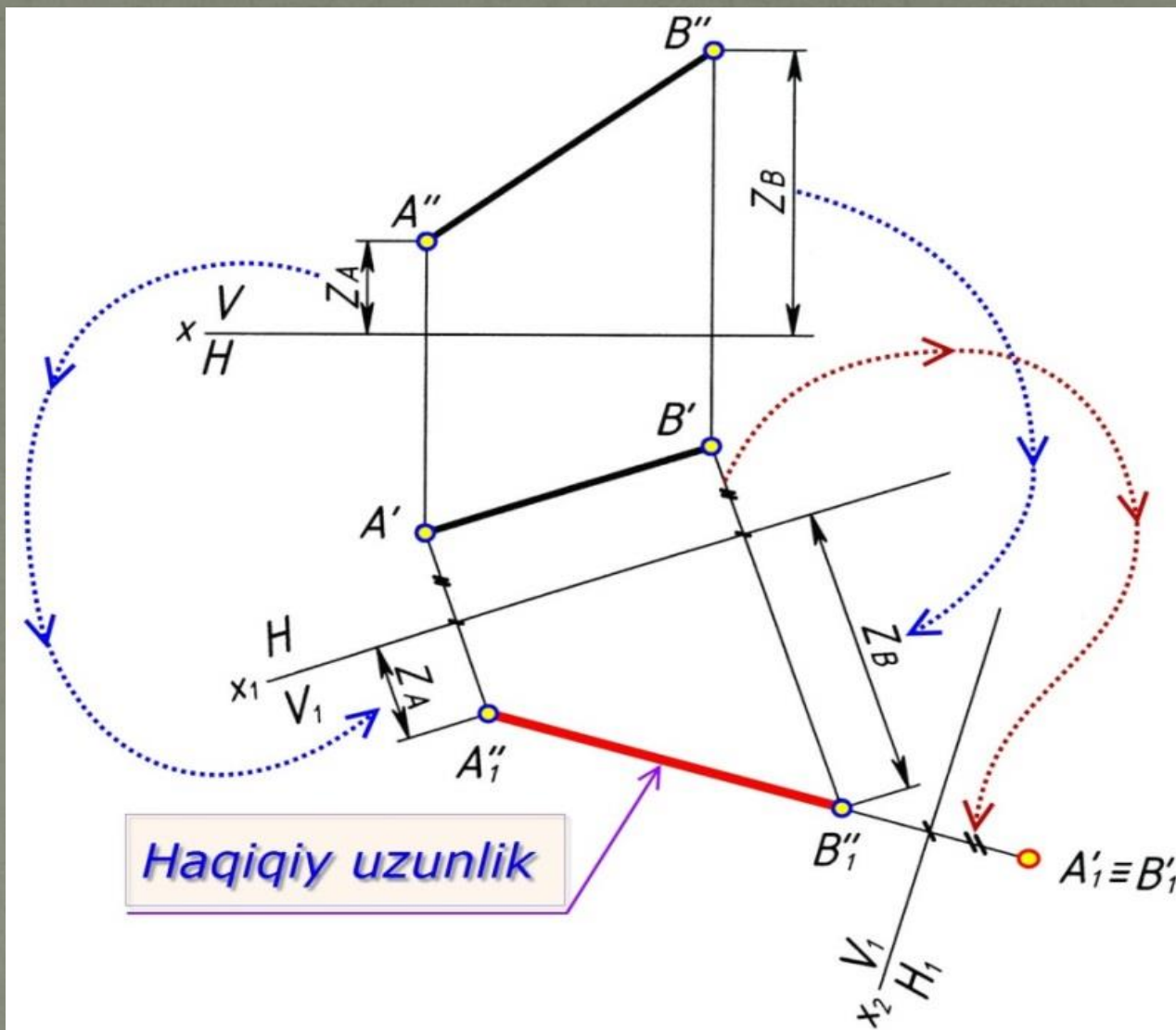


180 – chizma.

2. Proyeksiyalar tekisliklarini ikki marta almashtirish.

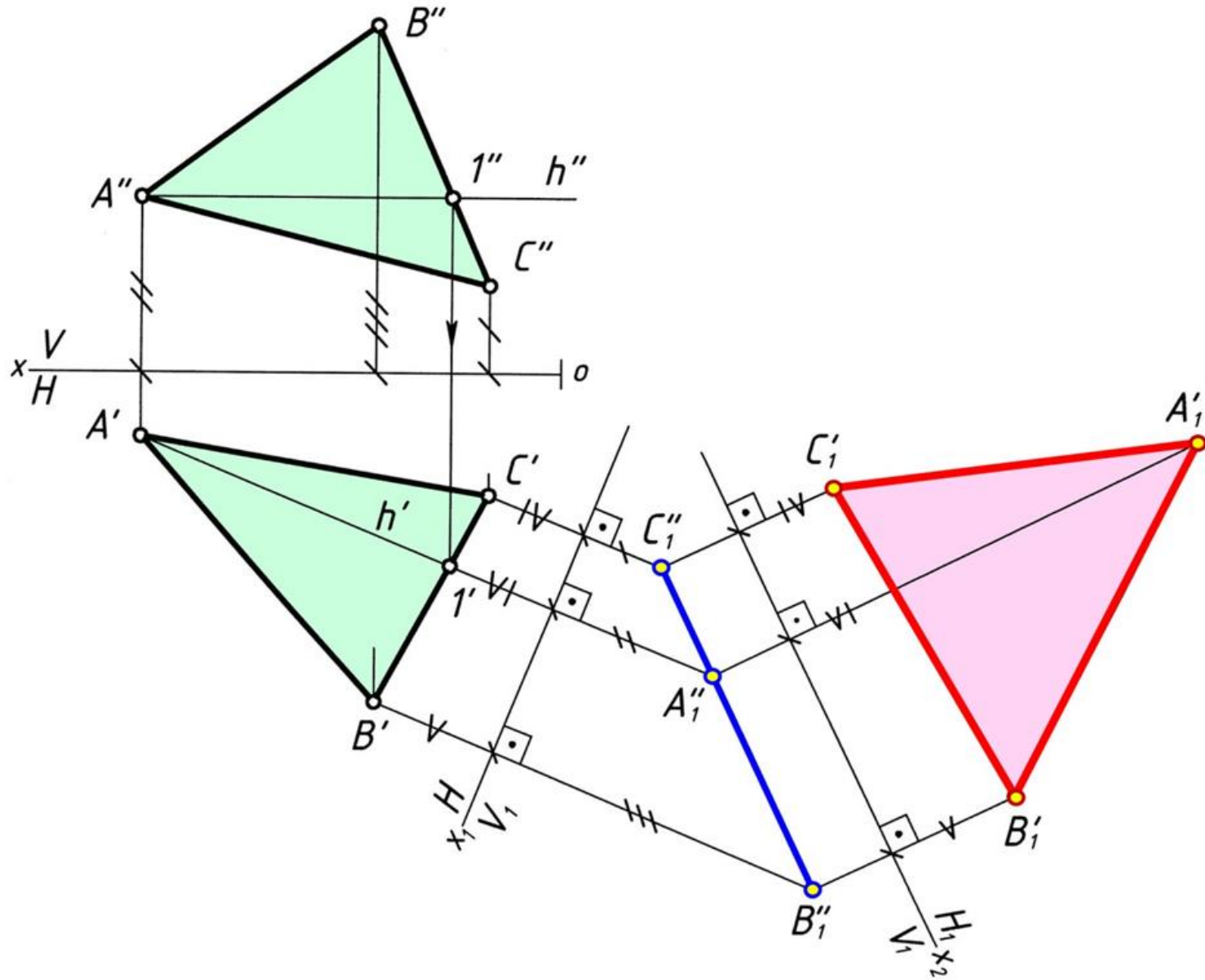
Odatda umumiy vaziyatda berilgan turli figuralarni masalaning shartiga binoan ikki marta proyeksiyalar tekisliklarini almashtirishga to'g'ri keladi. Avval figurani xususiy vaziyatga keltirish uchun proyeksiyalar tekisliklaridan biri bir marta almashtiriladi. Keyin figurani masalan, nuqta holatga yoki haqiqiy kattaligini aniqlash uchun ikkinchi marta proyeksiyalar tekisligi almashtiriladi. Ular haqida quyidagi misollarda batafsil bayon etilgan.

2.1 – misol. Umumiy vaziyatda berilgan [AB] kesma nuqta holatga keltirilsin (181 – chizmaga qarang!).



181 – chizma.

2.2 – misol. Umumiy vaziyatda berilgan uchburchak ABC tekislikning haqiqiy kattaligi topilsin.



182 – chizma.

Misol quyidagi algoritm asosida yechiladi.

1. Epyurning frontal proyeksiyasida A'' nuqta orqali $h''(A''1'')$ gorizontaling frontal proyeksiyasi $[ox)$ o'qqa parallel qilib o'tkaziladi. So'nguning $h'(A'1')$ gorizontaling gorizont proyeksiyasichizibolindi (182 – chizmaga qarang)

$$A'' \subset h''(A''1'') \parallel [ox) \text{ va } h'(A'1') \in A'B'C';$$

2. V tekisligi V_1 tekislik bilan almashtiriladi. Ushbu holda $x \frac{V}{H}$ sistemani $x_1 \frac{V_1}{H}$ sistemani almashtiriladi. Epyurning gorizont proyeksiyasidagi x_1 proyeksiya o'qi $h'(A'1')$ gorizontaling gorizont proyeksiyasiga perpendikulyar qilib o'tkaziladi

$$x \frac{V}{H} \rightarrow x_1 \frac{V_1}{H} \implies V \rightarrow V_1 \text{ va } x_1 \perp h'(A'1');$$

Epyurning gorizontaal proyeksiyasida A'B'C'
 uchburchakning nuqtalar orqali x_1 o'qqaperpendikulyarqilib bog'lov
 chichiziladi. Avvalgi misollardan ma'lumki, $[ox)$ o'qdan
 C'' nuqtachabo'lgan masofa Z_C o'lchamgateng. C'
 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqa x_1 o'qdan boshlab uzunligi
 $[ox)$ o'qdan C'' nuqtachabo'lgan (I) masofa qo'yib,
 C_1'' nuqtabilan belgilanadi. A'
 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqa x_1 o'qdan boshlab uzunligi
 $[ox)$ o'qdan A'' nuqtachabo'lgan (II) masofa qo'yib,
 A_1'' nuqtabilan belgilanadi. B'
 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqa x_1 o'qdan boshlab uzunligi
 $[ox)$ o'qdan B'' nuqtachabo'lgan (III) masofa qo'yib,
 B_1'' nuqtabilan belgilanadi. C_1'', A_1'' va B_1'' nuqtalar tutashtirilib,
 bir kesmani hosil qiladi. Natijada ABC
 uchburchakning yangi $A_1''B_1''C_1''$ frontal proyeksiyasi, frontal
 proyeksiya lo'vchi vaziyatda proyeksiyalanadi;

3. ABC uchburchakka parallel qilibyangi H_1 tekislik o'tkaziladi. Bunda H tekislik yangi H_1 tekislik bilan almashtiriladi. Ya'ni $x_1 \frac{V_1}{H}$ sistemayangi $x_2 \frac{V_1}{H_1}$ sistemabilan almashtiriladi. ABC tekislikning H_1 tekislikdagi yangi $A'_1 B'_1 C'_1$ gorizontaly proyeksiyasio'zining haqiqiy kattaligigatengbo'ladi.

$$x_1 \frac{V_1}{H} \rightarrow x_2 \frac{V_1}{H_1} \Rightarrow H \rightarrow H_1 \vee x_2 \parallel A''_1 B''_1 C''_1.$$

Epyurda $A''_1 B''_1 C''_1$ uchburchakka parallel qilibyangi x_2 proyeksiya o'qio'tkaziladi. Keyin A''_1 , B''_1 va C''_1 nuqtalardan x_2 o'qqaperpendikulyarqilib bog'lovchichiziqlarchiziladi. C''_1 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqax₂ o'qdan boshlab uzunligi x_1 o'qdan C' nuqttagachabo'lgan (\perp) masofaqo'yib C'_1 nuqtabilan belgilanadi. B''_1 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqax₂ o'qdan boshlab uzunligi x_1 o'qdan B' nuqttagachabo'lgan (\perp) masofaqo'yib B'_1 nuqtabilan belgilanadi. A''_1 nuqtadanchizilgan bog'lovchichiziqqax₂ o'qdan boshlab uzunligi x_1 o'qdan A' nuqttagachabo'lgan (\perp) masofaqo'yib A'_1 nuqtabilan belgilanadi. A'_1 , B'_1 va C'_1 nuqtalartutashtirilib, $A'_1 B'_1 C'_1$ uchburchak hosilqilinadi. Mazkur uchburchak berilgan ABC uchburchakning haqiqiy kattaligigatengbo'ladi.

Javob: $|A'_1 B'_1 C'_1|$ - haqiqiy kattalik.

Takrorlash uchun savollar.

1. H yoki V tekislikka nisbatan yangi proyeksiyalar tekisliklari qanday vaziyatda olinadi?
2. H tekislik yangi H_1 tekislik bilan almashtirilganda V tekislikka nisbatan qanday vaziyatda joylashadi?
3. Proyeksiyalar tekisliklarini necha marta almashtirish mumkin?
4. Umumiy vaziyatdagi kesmani haqiqiy uzunligini aniqlash uchun necha marta proyeksiyalar tekisligi almashtiriladi va u kesmaga nisbatan qanday vaziyatda olinadi?
5. Umumiy vaziyatda berilgan tekislikni haqiqiy kattaligini aniqlash uchun uning proyeksiyalari necha marta almashtirildi?

E'tiboringiz uchun rahmat