9-маъруза. Робот ва манипуляторларни кинематикаси

Режа:

1. Тўғри бурчакли координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
2. Цлиндрик координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
3. Сферик координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
4. Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
5. Муаммоли масалалар.
6. Хулоса.

Адабиётлар.

1. А. Ф. Шеглов «Основы робототехники» ТГТУ, 1996, 76...95 бетлар.
2. К. В. Фролов «Механизм ва машиналар назарияси», «Ўкитувчи», Тошкент, 1990, 330...333 бетлар.

Манипулятор қисқичини таянчга нисбатан холатини аниқлаш асосий вазифалардандир. Масалани матрица формуласидан фойдаланиб ечиш мумкин.

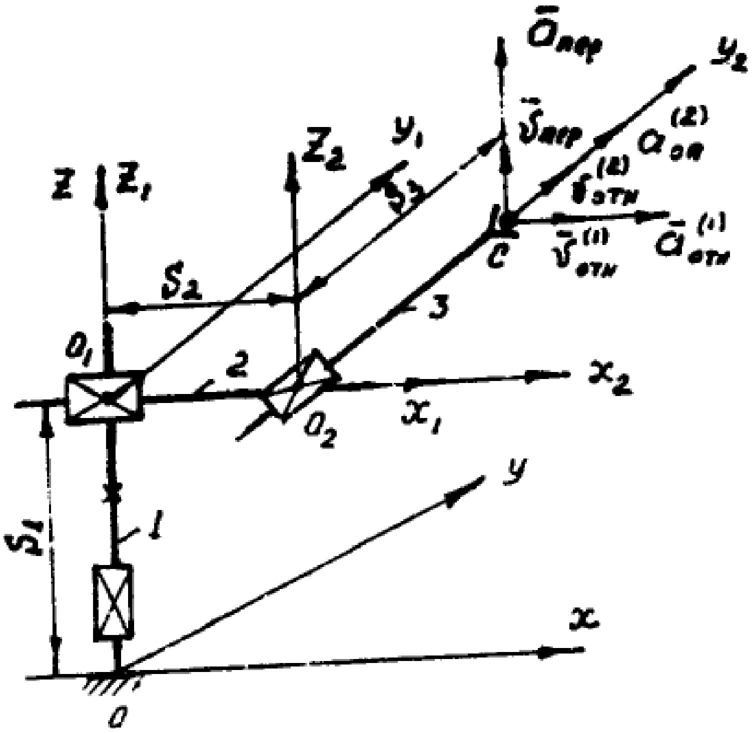
$$\bar{r}_0 = (A_{01}.A_{12}...An-1,n)\bar{\tau}_n \qquad (9.1)$$

бу ерда $\bar{r}_0$ ва $\bar{r}_n$ 4х1 ўлчамли матрица-устунлари бўлиб, уларни биринчи учта элементлари қисқичнинг нуқтасини координаталаридир. Умулашган координаталарни маълум деб, A_0 матрицани элементлари ҳисобланади.

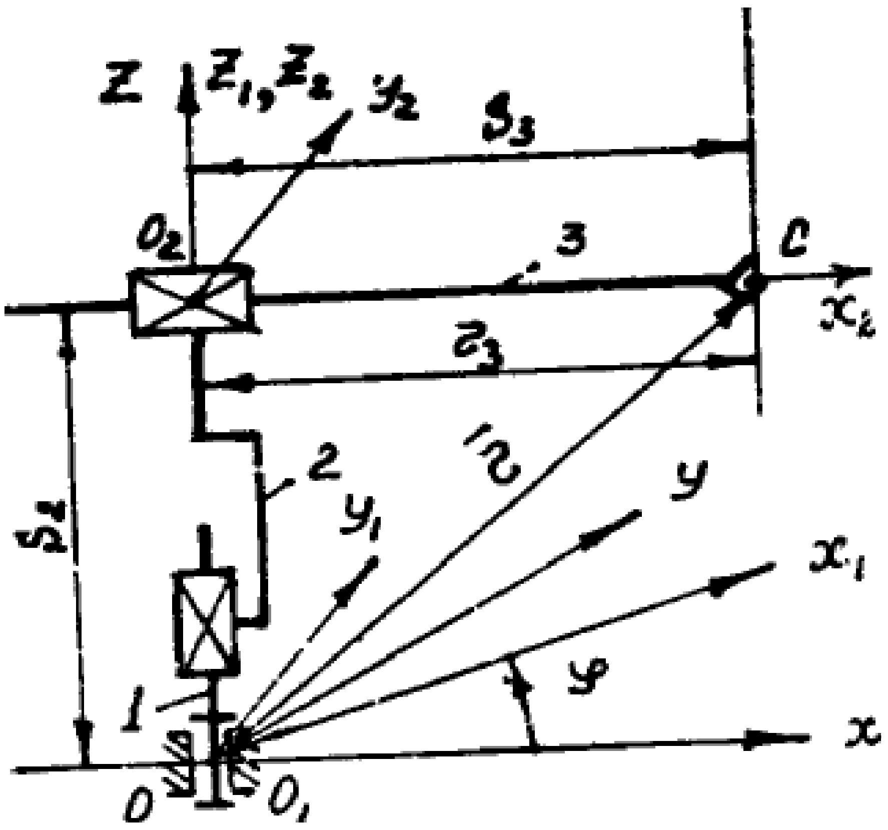
$$A_{0,n} = A_{0,1} \cdot A_{1,2} .... = \left\| \begin{matrix} \cos(x_0\hat{x}_n)\cos(x_0\hat{y}_n)\cos(x_0\hat{z}_n)\tilde{o}^* \\ \cos(y_0\hat{x}_n)\cos(y_0\hat{y}_n)\cos(y_0\hat{z}_n)y^* \\ \cos(z_0\hat{x}_n)\cos(z_0\hat{y}_n)\cos(z_0\hat{z}_n)z^* \\ 0 \qquad\qquad 0 \qquad\qquad 0 \qquad 1 \end{matrix} \right\| \qquad (9.2)$$

яъни қисқичнинг холатини таянчга нисбатан топилади. Агарда умумлашган координаталар қийматларда емас, вақт функцияси орқали берилса, $A_{0,н}$ матрица элементлари хам вақт функцияси бўлади.

Тўғри бурчакли координаталар системаси бўлганда, айтайлик 9.1-расмда келтирилган саноат роботи етакловчи 1,2,3 бўғинларининг ҳаракат қонунлари C_1(т), C_2(т), C_3(т) шаклида берилган бўлсин. Манипулятор қисқичининг С нуқтасини ҳаракат тенгламасини топишимиз керак. ОХУЗ қўзғалмас ва иккита $O_1X_1У_1З_1$ ва $O_2X_2У_2З_2$ қўзғалувчан координаталар системасини чизайлик (9.1-расмга қаранг).



9.1-расм.



9.2-расм.

У ҳолда

$$A_{01} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad A_{12} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \tag{9.3}$$

$\bar{\tau}$ вектори координаталарини қўзғалмас координаталар системасига нисбатан қуйидагича аниқлаймиз, $\bar{\tau}$ =($A_{01} \cdot A_{12}$) $\bar{\tau}_3$,

$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 0 \\ S_3 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = S_2 \\ y = S_3 \\ z = S_1 \end{cases} \tag{9.4}$$

Ушбу (9.4) орқали қисқичнинг С нуқтаси х,у,з қийматларини аниқланади.

Силиндрик координаталар системаси бўйича ҳаракат қилувчи манипуляторнинг кинематик схемаси 9.2-расмда келтирилган. Унда О таянч, 1-устун, 2-аравача, 3-қўлдан иборат манипулятор кўрсатилган.

Бу ерда хам ОХУЗ қўзғалмас ва иккита қўзғалувчан $O_1X_1У_1З_1$ ва $O_2X_2У_2З_2$ координаталар системаларини белгилаймиз. Улар 1,2,3 бўғинларига мослаштирилган.

Манипулятор қўзғалувчан бўғинларининг ҳаракат конунлари φ(т), C_2(т), C_3(т) ,берилган бўлиб, $\bar{\tau}$ вектори координаталари, яъни қисқичнинг с нуқтаси холатини топиш талаб қилинади.

$$\text{Маълумки } \bar{\tau} = A_{0\bar{2}} \cdot \bar{\tau}_3 \tag{9.5}$$

Бу ерда, $\bar{\tau}_3$ - $O_2X_2У_2З_2$ системада С нуқтасининг вектори.

$O_2X_2У_2З_2$ системадан ОХУЗ системага ўтиш матрицасини A_{02} ни A_{01} ва A_{12} матрицаларини кўпайтириб топамиз.

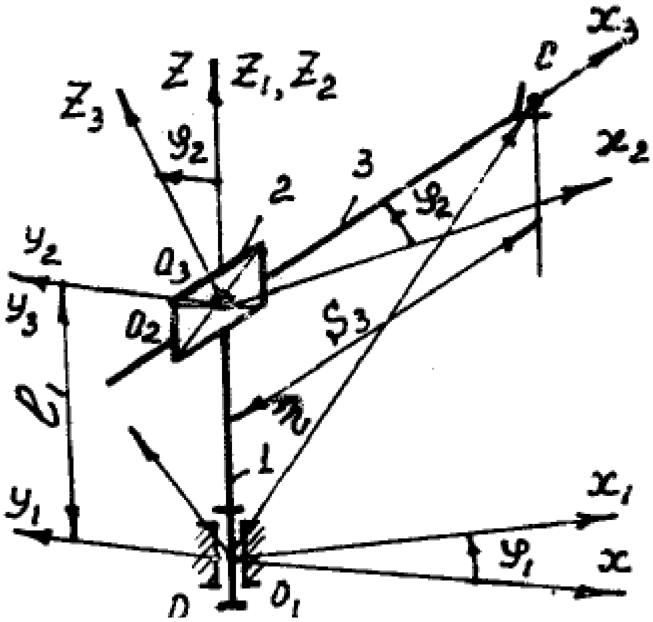
$$A_{02} = A_{01} \cdot A_{12} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & os\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \tag{9.6}$$

Бундан $\bar{\tau}$ векторнинг С нуқтаси ОХУЗ координаталар системасидаги координаталари тенг бўлади.

$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = S_3\cos\varphi \\ y = S_3\sin\varphi \\ z = S_2 \end{cases} \tag{9.7}$$

Сферик координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор 9.3-расмда келтирилган. У ерда хам $\varphi_1(\text{т})$,$\varphi_2(\text{т})$, ва $C_3(\text{т})$ берилган бўлиб, манипулятор қисқични С нуқтаси холати, яъни координаталарини аниқлаш керак бўлади.

Юқорида кўрсатилганидек тегишли ОХУЗ қўзғалмас ва $O_1X_1У_1З_1$, $O_2X_2У_2З_2$, $O_3X_3У_3З_3$ қўзғалувчан координаталар системаларини тегишли нуқталардан ўтказамиз (9.3-расмга каранг).



9.3-расм.

Чизмадан қисққичнинг С нуқтаси холатини белгиловчи $\bar{\tau}$ вектор учун

$$\bar{\tau} = A_{03} \cdot \bar{\tau}_3 \qquad (5.11)$$

$O_3X_3У_3З_3$ системадан ОХУЗ системага ўтиш матрицаси $A_{0\bar{3}}$ ни топамиз.

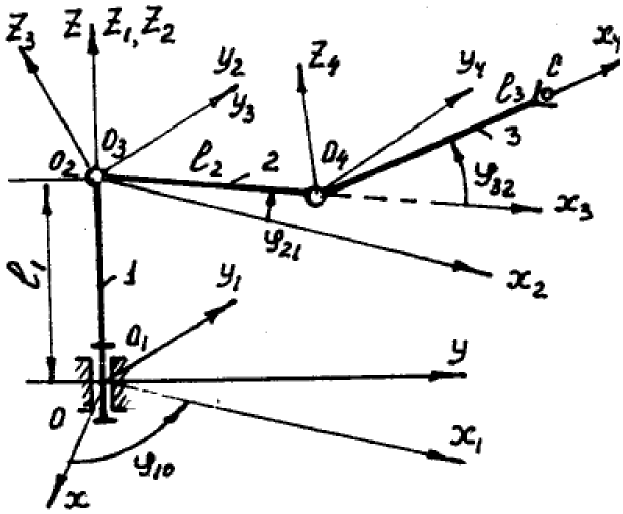
$$\mathrm{A}_{0\bar{3}} = \mathrm{A}_{01} \cdot \mathrm{A}_{12} \cdot \mathrm{A}_{23} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet$$

$$\bullet \begin{Vmatrix} \cos\varphi_2 & 0 & -\sin\varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{12} & 0 & \cos\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad (9.8)$$

Қўзғалмас ОХУЗ координаталар системасида $\bar{\tau}$ векторни С нуқтаси координаталари

$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_1 & -\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 & 0 \\ \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 & \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 & 0 \\ \sin\varphi_1 & 0 & \cos\varphi_2 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = S_3 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ y = S_3 \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ z = l_1 + S_3 \sin\varphi_2 \end{cases} \qquad (9.9)$$

Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи саноат роботи кинематик схемаси 9.4-расмда келтирилган бўлиб, φ_{10}(т), φ_{21}(т), φ_{32}(т) лар берилган. Яъни 1,2,3 бўғинларни айланма силжитиш қонунлари маълум, қисқичнинг С нуқтаси координаталари аниқланиши керак. Бу ерда ОХУЗ қўзғалмас ва $O_1X_1У_1З_1$, $O_2X_2У_2З_2$, $O_3X_3У_3З_3$, $O_4X_4У_4З_4$ қўзғалувчан координаталар системаларини олиб, чизмага қўямиз (5.6-расмга каранг).



9.4-расм.

Манипуляторни 2 ва 3 бўғинлари $O_2X_2З_2$ текислигида ётибди. Қискич ўртасидаги С нуқтаси радиуси-вектори

$$\bar{\tau} = A_{04} \cdot \bar{\tau}_4 \qquad (9.10)$$

Энди, юқорида таъкидлаганимиздек $O_4X_4У_4З_4$ координаталар системасидан қўзғалмас ОХУЗ системасига ўтиш матрицаларини аниқлаймиз.

$$A_{04} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34}$$

бу ерда

$$A_{01} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{10} & -\sin\varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{10} & \cos\varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad A_{12} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad (9.11)$$

$$A_{23} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{21} & 0 & -\sin\varphi_{21} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{21} & 0 & \cos_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad A_{34} = \begin{Vmatrix} \cos_{31} & 0 & \sin_{31} & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin_{31} & 0 & \cos_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \tag{9.12}$$

Матрицаларни кўпайтириб қисқичнинг С нуқтаси холатини, яъни координаталарини топамиз.

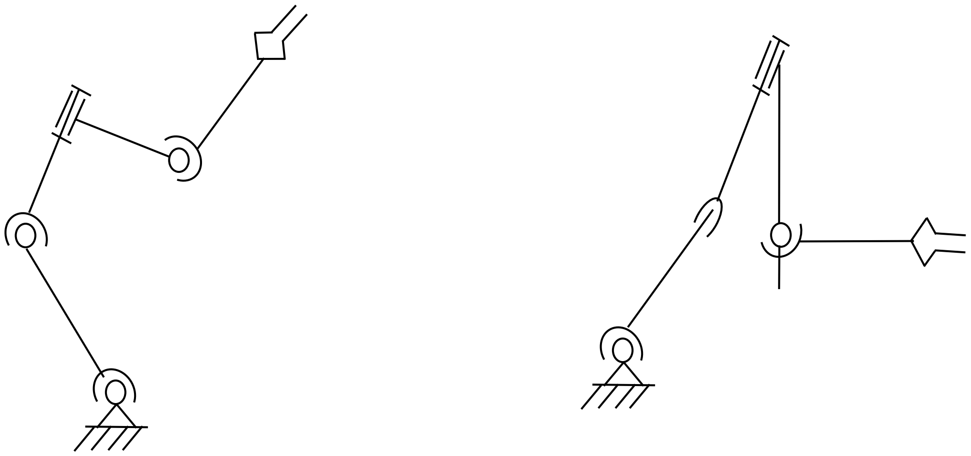
$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{10}\cdot\cos\varphi_{31} - \sin\varphi_{10} - \cos\varphi_{10}\sin\varphi_{31} l_2\cdot\cos\varphi_{21}\cos\varphi_{10} \\ \sin\varphi_{10}\cdot\cos\varphi_{31} \quad \cos\varphi_{10} - \sin\varphi_{10}\sin\varphi_{31} l_2\cdot\cos\varphi_{21}\sin\varphi_{10} \\ \sin\varphi_{31} \quad 0 \quad \cos\varphi_{31} \quad l_1 + l_2\sin\varphi_{21} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{Vmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{Vmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = (l_2\cos\varphi_{21} + l_3\cos\varphi_{31})\cos\varphi_{10} \\ y = (l_2\cos\varphi_{21} + l_3\cos\varphi_{31})\sin\varphi_{10} \\ z = l_1 + l_2\sin\varphi_{21} + l_3\sin\varphi_{31} \end{cases} \tag{9.13}$$

бу ерда $\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32}$

5. Муаммоли масалалар.

Манипуляторларнинг конструкцияларини таҳлил қилинганда уларни таркибига кирувчи кинематик занжирлар очиқ ва ёпиқ бўлиши мумкин. Шунингдек кинематик жуфтлар асосан ИИИ, ИВ,В-синфларга таъллуклидир. Агарда манипуляторнинг бўғинлари фақат В-синф кинематик жуфтлардан иборат бўлса, кинематик таҳлил қилиш юқорида кўрсатилган усулда амалга оширилади. Лекин, юқори синф кинематик жуфтлари бўлган, ёки узунлиги ўзгарувчан бўғинли манипуляторларнинг кинематик таҳлили етарлича муаммоли масалалардандир.



9.5-расм.

9.5-расмда келтирилган а,б вариантлардаги манипуляторларнинг кинематик таҳлилини бажариш вазифаси магистлар учун хавола етилади.

4. Хулоса.

Демак саноат роботларини кинематик таҳлилини координаталар системаларини келтиришнинг матрица усули жуда қулайдир. Манипулятор қисқичининг холатларини бўғинларнинг ҳаракат қонунларига караб аниқлаш кинематиканинг асосий масаласи екан.

Ўз-ўзини текшириш учун саволлар

1. Саноат роботларини кинематик таҳлилида қандай масалалар хал килинади?
2. Координаталарни келтиришда матрицалар усулини тушинтириб беринг.
3. Манипуляторни кинематик таҳлилида тўғри масалани ечишга мисол келтиринг.
4. Матрицаларни ўзаро кўпайтиришни қандай амалга оширилади?
5. Бирорта манипулятор схемасини чизиб, кинематик таҳлил босқичларини кўрсатиб беринг.