# РОБОТ ВА МАНИПУЛЯТОРЛАРНИ КИНЕМАТИКАСИ

- **Режа:**

- 1. Тўғри бурчакли координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
- 2. Цлиндрик координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
- 3. Сферик координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
- 4. Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор.
- 5. Муаммоли масалалар.
- 6. Хулоса

Манипулятор қисқичини таянчга нисбатан холатини аниқлаш асосий вазифалардандир. Масалани матрица формуласидан фойдаланиб ечиш мумкин.

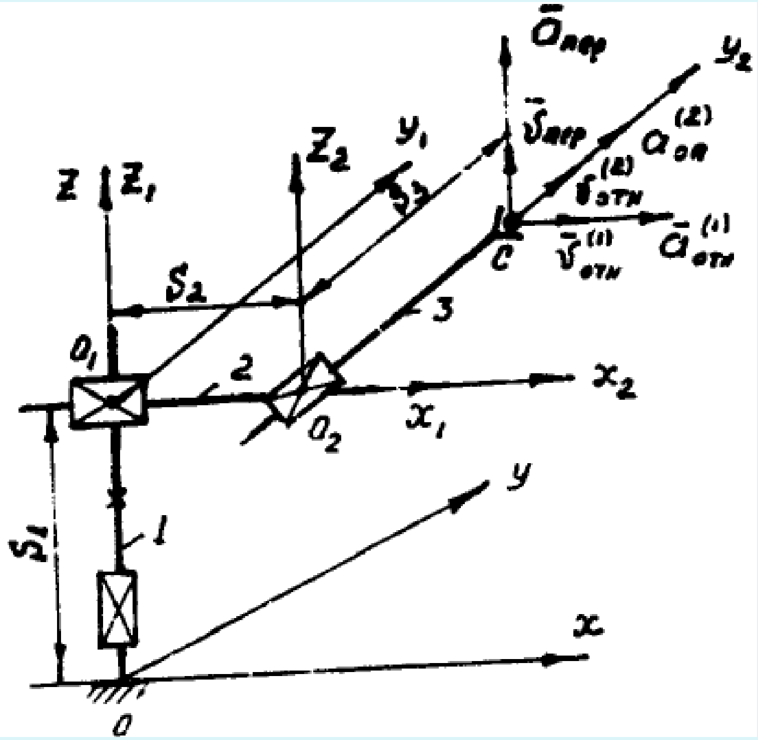
$$\bar{r}_0 = (A_{01}.A_{12}...An-1,n)\bar{\tau}_n$$

(9.1)

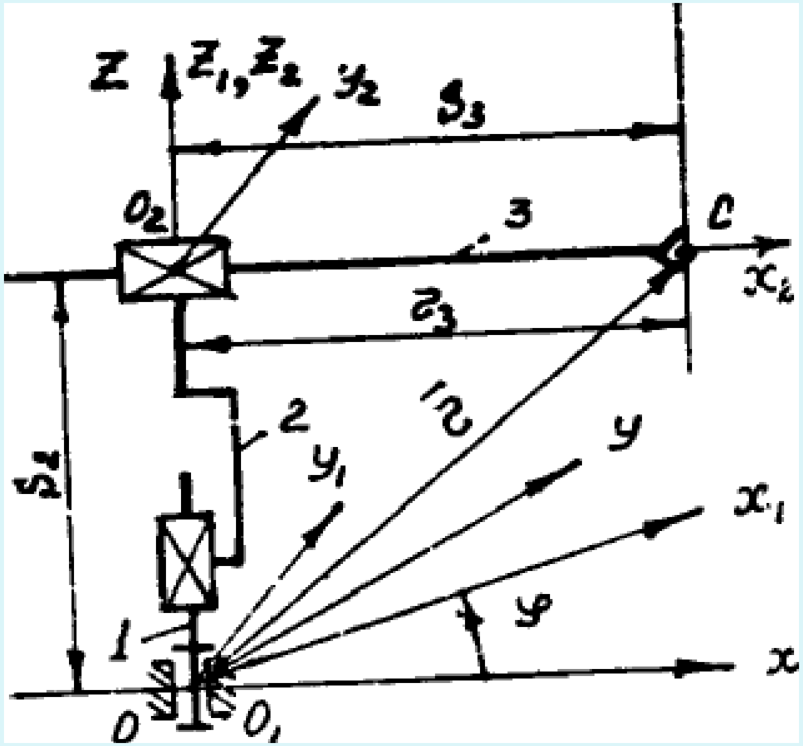
бу ерда $\bar{r}_0$ ва $\bar{r}_n$ 4x1 ўлчамли матрица-устунлари бўлиб, уларни биринчи учта элементлари қисқичнинг нуқтасини координаталаридир. Умулашган координаталарни маълум деб, $A_0$ матрицани элементлари ҳисобланади.

- 
- 
- $$A_{0,n} = A_{0,1} \cdot A_{1,2} \ldots = \begin{Vmatrix} \cos(x_0 \hat{x}_n) \cos(x_0 \hat{y}_n) \cos(x_0 \hat{z}_n) \tilde{o}^* \\ \cos(y_0 \hat{x}_n) \cos(y_0 \hat{y}_n) \cos(y_0 \hat{z}_n) y^* \\ \cos(z_0 \hat{x}_n) \cos(z_0 \hat{y}_n) \cos(z_0 \hat{z}_n) z^* \\ 0 \quad\quad 0 \quad\quad 0 \quad\quad 1 \end{Vmatrix} \qquad (9.2)$$
- яъни қисқичнинг холатини таянчга нисбатан топилади. Агарда умумлашган координаталар қийматларда емас, вақт функцияси орқали берилса, $А_{\text{о,н}}$ матрица элементлари хам вақт функцияси бўлади.

**Тўғри бурчакли координаталар системаси бўлганда**, айтайлик 9.1-расмда келтирилган саноат роботи етакловчи 1,2,3 бўғинларининг ҳаракат қонунлари $C_1$(т), $C_2$(т), $C_3$(т) шаклида берилган бўлсин. Манипулятор қисқичининг С нуқтасини ҳаракат тенгламасини топишимиз керак. ОХУЗ қўзғалмас ва иккита $O_1X_1У_1З_1$ ва $O_2X_2У_2З_2$ қўзғалувчан координаталар системасини чизайлик (9.1-расмга қаранг).




9.1-расм.




9.2-расм.

У ҳолда

$$A_{01} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\| \qquad A_{12} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\| \tag{9.3}$$

- 
- $\bar{\tau}$ вектори координаталарини қўзғалмас координаталар системасига нисбатан қуйидагича аниқлаймиз, $\bar{\tau} = (A_{01} \cdot A_{12}) \bar{\tau}_3$,
- 

$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 0 \\ S_3 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \to \begin{cases} x = S_2 \\ y = S_3 \\ z = S_1 \end{cases} \qquad (9.4)$$

- Ушбу (9.4) орқали қисқичнинг С нуқтаси х,у,з қийматларини аниқланади.

- **Силиндрик координаталар системаси бўйича** ҳаракат қилувчи манипуляторнинг кинематик схемаси 9.2-расмда келтирилган. Унда О таянч, 1-устун, 2-аравача, 3-қўлдан иборат манипулятор кўрсатилган.
- Бу ерда хам ОХУЗ қўзғалмас ва иккита қўзғалувчан $О_1Х_1У_1З_1$ ва $О_2Х_2У_2З_2$ координаталар системаларини белгилаймиз. Улар 1,2,3 бўғинларига мослаштирилган.

- Манипулятор қўзғалувчан бўғинларининг ҳаракат конунлари φ(т), $C_2$(т), $C_3$(т), берилган бўлиб, вектори координаталари, яъни қисқичнинг с нуқтаси холатини топиш талаб қилинади.
- Маълумки
  - $$\bar{\tau} = A_{0\overleftarrow{2}} \cdot \bar{\tau}_3 \qquad (9.5)$$
- Бу ерда, $\bar{\tau}_3$ - $O_2X_2У_2З_2$ системада С нуқтасининг вектори.

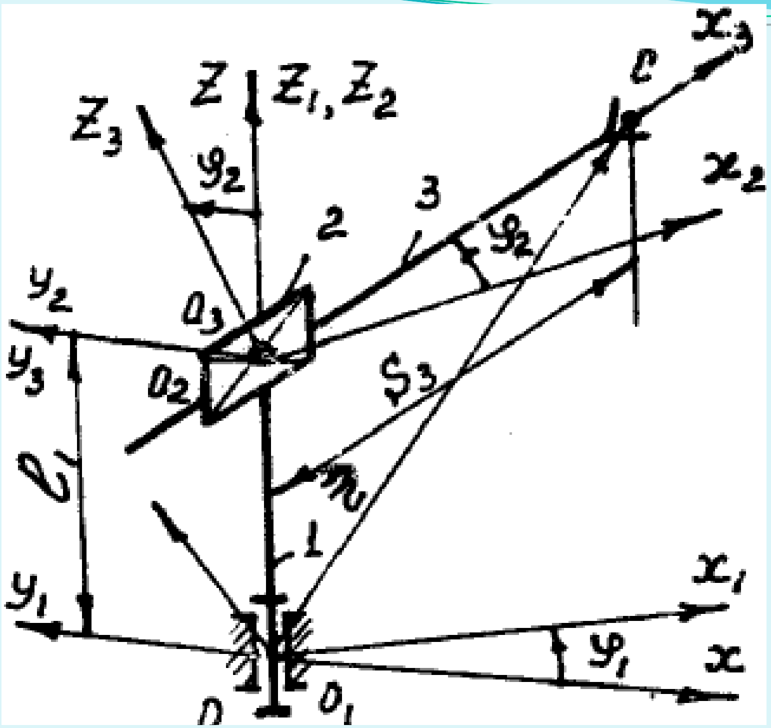
- $O_2X_2У_2З_2$ системадан ОХУЗ системага ўтиш матрицасини $A_{02}$ ни $A_{01}$ ва $A_{12}$ матрицаларини кўпайтириб топамиз.

$$A_{02} = A_{01} \cdot A_{12} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & os\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

(9.6)

- Бундан векторнинг C нуқтаси OXУЗ координаталар системасидаги координаталари тенг бўлади.
- $$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \to \begin{cases} x = S_3 \cos\varphi \\ y = S_3 \sin\varphi \\ z = S_2 \end{cases}$$
- (9.7)

- **Сферик координаталар системаси бўйича** ҳаракатланувчи манипулятор 9.3-расмда келтирилган. У ерда хам $\varphi_1$(т),$\varphi_2$(т), ва $C_3$(т) берилган бўлиб, манипулятор қисқични С нуқтаси холати, яъни координataларини аниқлаш керак бўлади.
- Юқорида кўрсатилганидек тегишли ОХУЗ қўзғалмас ва $O_1X_1У_1З_1$, $O_2X_2У_2З_2$, $O_3X_3У_3З_3$ қўзғалувчан координаталар системаларини тегишли нуқталардан ўтказамиз (9.3-расмга каранг).




- 9.3-расм.

- Чизмадан қисққичнинг С нуқтаси холатини белгиловчи вектор учун
-
- $$\overline{\tau} = A_{03} \cdot \overline{\tau}_3 \qquad (5.11)$$

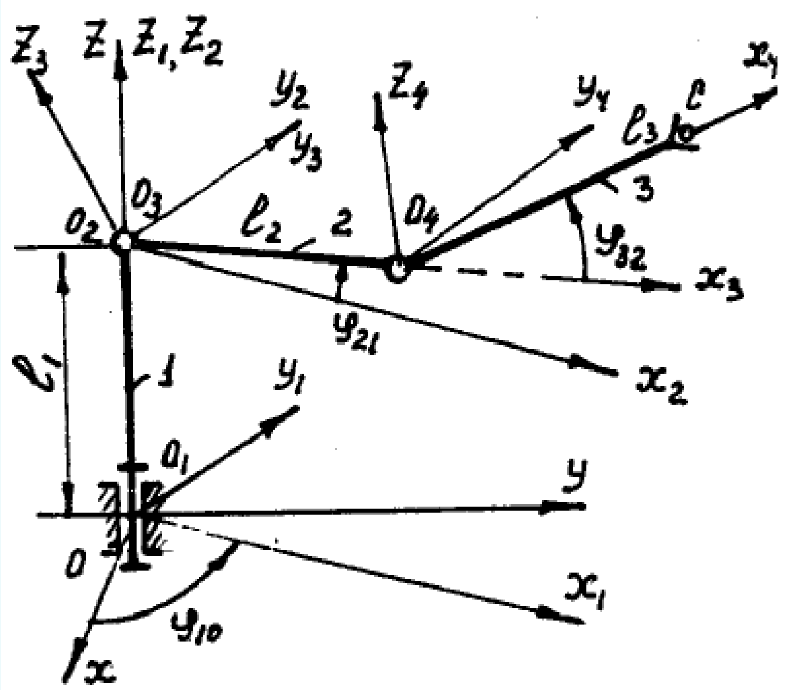
- $O_3X_3У_3З_3$ системадан ОХУЗ системага ўтиш матрицаси $A_{0\overleftarrow{3}}$ ни топамиз.
- $$A_{0\overleftarrow{3}} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet$$
$$\bullet \begin{Vmatrix} \cos\varphi_2 & 0 & -\sin\varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{12} & 0 & \cos\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$
- (9.8)

- Қўзғалмас ОХУЗ координаталар системасида $\bar{\tau}$ векторни С нуқтаси координаталари

$$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_1 & -\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 & 0 \\ \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 & \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 & 0 \\ \sin\varphi_1 & 0 & \cos\varphi_2 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = S_3 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ y = S_3 \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ z = l_1 + S_3 \sin\varphi_2 \end{cases}$$

- (9.9)

- Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи саноат роботи кинематик схемаси 9.4-расмда келтирилган бўлиб, $\varphi_{10}$(т), $\varphi_{21}$(т), $\varphi_{32}$(т) лар берилган. Яъни 1,2,3 бўғинларни айланма силжитиш қонунлари маълум, қисқичнинг С нуқтаси координаталари аниқланиши керак. Бу ерда ОХУЗ қўзғалмас ва $О_1Х_1У_1З_1$, $О_2Х_2У_2З_2$, $О_3Х_3У_3З_3$, $О_4Х_4У_4З_4$ қўзғалувчан координаталар системаларини олиб, чизмага қўямиз (5.6-расмга қаранг).




9.4-расм.

- Манипуляторни 2 ва 3 бўғинлари $O_2X_2З_2$ текислигида ётибди. Қискич ўртасидаги С нуқтаси радиуси-вектори

$$\overline{\tau} = A_{0\overleftarrow{4}} \cdot \overline{\tau}_4 \qquad (9.10)$$

- Энди, юқорида таъкидлаганимиздек $О_4Х_4У_4З_4$ координаталар системасидан қўзғалмас ОХУЗ системасига ўтиш матрицаларини аниқлаймиз.

$$A_{\overleftarrow{04}} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34}$$

- бу ерда
- $$A_{01} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{10} & -\sin\varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{10} & \cos\varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad A_{12} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

- (9.11)

- $$A_{23} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{21} & 0 & -\sin\varphi_{21} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{21} & 0 & \cos_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \qquad A_{34} = \begin{Vmatrix} \cos_{31} & 0 & \sin_{31} & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin_{31} & 0 & \cos_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

- (9.12)

- Матрицаларни кўпайтириб қисқичнинг С нуқтаси холатини, яъни координаталарини топамиз.
- $$\begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{10}\cdot\cos\varphi_{31} & -\sin\varphi_{10} & -\cos\varphi_{10}\sin\varphi_{31} & l_2\cdot\cos\varphi_{21}\cos\varphi_{10} \\ \sin\varphi_{10}\cdot\cos\varphi_{31} & \cos\varphi_{10} & -\sin\varphi_{10}\sin\varphi_{31} & l_2\cdot\cos\varphi_{21}\sin\varphi_{10} \\ \sin\varphi_{31} & 0 & \cos\varphi_{31} & l_1+l_2\sin\varphi_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{Vmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Vmatrix} \to \begin{cases} x = (l_2\cos\varphi_{21} + l_3\cos\varphi_{31})\cos\varphi_{10} \\ y = (l_2\cos\varphi_{21} + l_3\cos\varphi_{31})\sin\varphi_{10} \\ z = l_1 + l_2\sin\varphi_{21} + l_3\sin\varphi_{31} \end{cases}$$

- (9.13)

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32}$$

- бу ерда