

## 10-Маъруза

**Мавзу: Саноат роботлари кинематикаси тескари масаласи.**

**Кинематик таҳлил бўйича мисоллар.**

**Мақсад:** Магистрантларни саноат роботлари кинематикаси таҳлилида тескари масалани матрицалар усулида ечиш, умумлашган координаталарни аниқлашни ўзлаштиришлари, кўникма ва билимларга ега бўлишлари, мисоллар ишлай олишлари асосий мақсаддир.

**Режа:**

1. Саноат роботларини кинематикасида умумлашган координаталарни аниқлаш.
2. Уч бўғинли манипуляторни кинематик таҳлили.
3. Қўзғалувчанлик даражаси 6 га тенг манипуляторнинг кинематик таҳлили.
4. Муаммоли масалалар.
5. Хулоса.

### Адабиётлар

1. А. В. Фролов “Механизм ва машиналар назарияси” Ўқитувчи, Тошкент, 1990, 330...333 бетлар.
2. А. Ф. Шеглов. “Основы робототехники” ТГТУ, 1996, 99...104 бетлар.

1. Амалий томондан кўп вазиятларда робот ва манипуляторларни лойихалашда кинематиканинг **тескари масаласини** ечишга тўғри келади. Бунда манипулятор қисқичининг ҳаракат қонуни, яъни координаталари олдиндан берилган бўлиб, қолган бўғинларни ҳаракат қонунлари, умумлашган координаталари аниқланади.

Умуман олганда кинематиканинг тескари масаласи уч хил вариантда қўйилиши мумкин;

- 1) Манипулятор қисқичининг берилган бир ҳолатига қараб манипулятор бўғинларини ҳолати аниқланади;
- 2) Қисқичнинг берилган бир неча ҳаракатларига қараб манипуляторнинг бир неча ҳолатлари аниқланади;
- 3) Манипулятор қисқичининг ҳаракат қонуни вақтга боғлиқ равишда берилиб  $p_j = p_j(t)$ , умумлашган координаталарни ўзгариш қонунлари аниқланади  $\varphi = \varphi(t)$ ,  $C = C(t)$ .

Тўғри бурчакли координаталар системасида ҳаракатланувчи манипулятор учун

$$X=C_2; \quad Y=C_3; \quad Z=C_1 \quad (10.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= \frac{dx}{dt}; & \ddot{S}_2 &= \frac{d^2x}{dt^2} \\ \dot{S}_3 &= \frac{dy}{dt}; & \ddot{S}_3 &= \frac{d^2y}{dt^2} \\ \dot{S}_1 &= \frac{dz}{dt}; & \ddot{S}_1 &= \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned} \quad \text{бундан} \quad (10.2)$$

Худди шунингдек цилинрик координаталар системасида ҳаракатланувчи манипулятор учун.

$$\begin{aligned} X_c &= S_3 \cos \varphi; & Y_c &= S_3 \sin \varphi; & Z_c &= S_2 \\ \text{ёки } X_c^2 + Y_c^2 &= S_3^2; & \text{tg } \varphi &= \frac{Y_c}{X_c} \text{ дан} \\ S_3 &= \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}; & \varphi &= \text{arctg } \frac{Y_c}{X_c}; & S_2 &= Z_c \end{aligned} \quad (10.3)$$

Умумлашган координаталарнинг тезликлари

$$\begin{aligned} \frac{ds_2}{dt} &= \frac{dZ_c}{dt} = V_{cz}; \\ \frac{ds_3}{dt} &= \frac{(V_{cx} + V_{cy}) - (\cos \varphi - \sin \varphi)\dot{\varphi}\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}{\cos \varphi + \sin \varphi} \\ \dot{\varphi} &= \frac{X_c V_{cy} - Y_c V_{cx}}{X_c^2 + Y_c^2} \end{aligned} \quad (10.4)$$

Манипулятор ҳаракати сферик координаталар системасида бўлган умумлашган координаталар ва уларнинг тезликлари қуйидагилардан аниқланади.

$$X_c^2 + Y_c^2 = S_3^2 \cos^2 \varphi; \quad \text{tg } \varphi_1 = \frac{Y_c}{X_c} \quad (10.5)$$

$$(Z_c - l_1)^2 = S_3^2 \sin^2 \varphi$$

$$\text{бундан, } S_3 = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + (Z_c - l_1)^2} \quad (10.6)$$

$$S_3 \sin \varphi_2 = Z_c - l_1$$

$$S_3 \cos \varphi_2 = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

$$\begin{aligned} \text{ёки} \\ \text{tg } \varphi_2 &= \frac{Z_c - l_1}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}} \end{aligned} \quad (10.7)$$

Олинган (10.5), (10.6), (10.7)ларни таҳлил қиламиз.  $X_c$ ,  $Y_c$ ,  $Z_c$  координаталар қуйидаги шартни қаноатлантириши керак

$$(S_3)_{\min} \leq \left[ X_c^2 + Y_c^2 + (Z_c - l_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq (S_3)_{\max}$$

бу ерда,  $(C_3)$  мин ва  $(C_3)$  мах – манипулятор қўлини минимал ва максимал чиқиш масофаси.  $\arctang$  қийматлари  $-\frac{\pi}{2}$  ва  $\frac{\pi}{2}$  оралиғида бўлишини ҳисобга олсак,  $-\pi < \varphi_1 < \pi$ , у ҳолда

$$\varphi_1 = \begin{cases} \arctg\left(\frac{Y_c}{X_c}\right), & X_c > 0 \\ \pm \frac{\pi}{2}, & X_c = 0 \\ \arctg\left(\frac{Y_c}{X_c}\right) \pm \pi & X_c < 0 \end{cases} \quad (10.8)$$

Худди шунингдек

$$\varphi_2 = \begin{cases} \arctg \frac{Z_c - l_1}{(X_c^2 + Y_c^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ \frac{\pi}{2}, & X_c = Y_c = 0. \end{cases} \quad (10.9)$$

Тезликлари қуйидаги ифодалардан аниқланади.

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_3 &= (v_{cx} \cos \varphi_1 + v_{cy} \sin \varphi_1) \cos \varphi_2 + v_{cz} \sin \varphi_2, \\ \dot{\varphi}_1 &= \frac{v_{cy} \cos \varphi_1 - v_{cx} \sin \varphi_1}{S \cos \varphi_2}, \\ \dot{\varphi}_2 &= \frac{1}{S_3} \left[ v_{cx} \cos \varphi_2 - (v_{cx} \cos \varphi_1 + v_{cy} \sin \varphi_1) \sin \varphi_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (10.10)$$

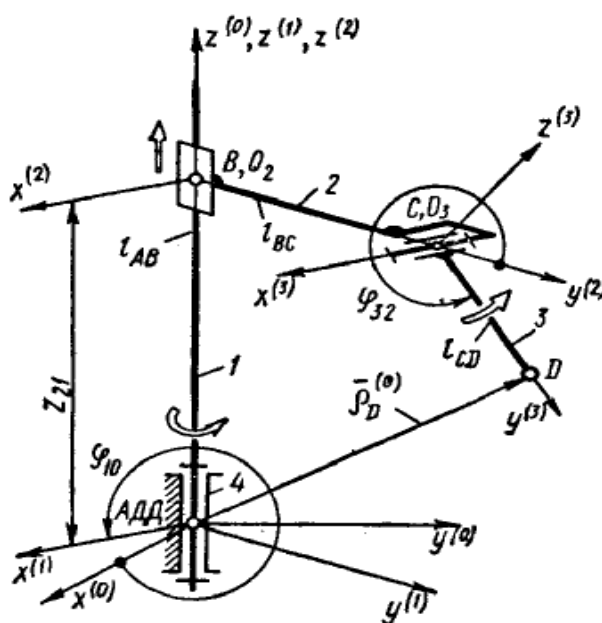
Худди шунингдек Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор учун, умумлашган координаталар.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{10} &= \arctg\left(\frac{Y_c}{X_c}\right), \\ \varphi_{21} &= \arctg \frac{Z_c - l_1}{(X_c^2 + Y_c^2)^{\frac{1}{2}}} \pm \arccos \frac{l_2^2 - l_3^2 + X_c^2 + Y_c^2 + (Z_c - l_1)^2}{2l_2 \left[ X_c^2 + Y_c^2 + (Z_c - l_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \\ \varphi_{32} &= \pm \left[ \pi - \arccos \frac{l_2^2 + l_3^2 - X_c^2 - Y_c^2 - (Z_c - l_1)^2}{2l_2 l_3} \right] \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

тезликларнинг ифодалари

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\varphi}_{10} &= \frac{v_{cy} \cos \varphi_{10} - v_{cx} \sin \varphi_{10}}{l_2 \cos \varphi_{21} + l_3 \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32})}, \\
 \dot{\varphi}_{21} &= \frac{(v_{cx} \cos \varphi_{10} + v_{cy} \sin \varphi_{10}) \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) + v_{cz} \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32})}{l_2 \sin \varphi_{32}}, \\
 \dot{\varphi}_{32} &= \frac{1}{l_3} \left\{ - \frac{(l_3 + l_2 \cos \varphi_{32})}{l_2 \sin \varphi_{32}} \left[ (v_{cx} \cos \varphi_{10} + v_{cy} \sin \varphi_{10}) \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) + v_{cz} \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \right] - \right. \\
 &\quad \left. - (v_{cx} \cos \varphi_{10} + v_{cy} \sin \varphi_{10}) \cdot \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) + v_{cz} \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

2. Манипуляторнинг танланган тузилиш схемасида кўрсатилган иш доираси бўйича бўғинларнинг ўлчамларини аниқлаш учун юқорида баён етилган координаталарни ўзгартиришнинг матрица усулини татбиқ етилган. У ҳолда унинг ҳолат функциясини тадқиқ етиш лозим. Масалан, 10.1-расмда тасвирланган, эркинлик даражалари учта бўлган манипулятор чангали Д нуқтасининг ҳолат функцияси унинг радиус-вектори  $\bar{\rho}_D$  нинг умумлашаган координаталарга ҳамда  $L_{BC}$  ва  $L_{CD}$  бўғинларнинг узунлигига боғлиқлиги бўлади. Очiq кинематик занжирли ушбу механизм зўриқтирмасдан йиғилганлиги сабабли статик аниқ, ҳамда ортиқча боғламаларсиз бўлади ( $\kappa=0$ ). Механизмда учта бир қўзғалувчанликдаги жуфтлик бўлиб, уларнинг иккитаси (А,С) айланма ва биттаси (В) илгариланмадир.



10.1-расм.

Умумлашган координаталар сони учта:  $\varphi_{10}$ -бўғин 1 нинг таянч 4 га нисбатан бурилиш бурчаги;  $\varphi_{21}$ -бўғин 2 нинг бўғин 1 га нисбатан чизиқли силжиши;  $\varphi_{32}$ -бўғин 3 нинг бўғин 2 га нисбатан бурилиш бурчаги. Эркинлик

даражалари сони  $W=3$  еканлиги Малишев формуласи билан ҳам тасдиқланади:

$$W = 6n - \left[ \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i - q \right] = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 = 3$$

$O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  координаталар системаси  $z^{(1)}$  ўқ атрофида айланувчи бўғин 1 билан боғланган;  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  координаталар системаси бўғин 1 га нисбатан тўғри чизик бўйича ҳаракатланувчи бўғин 2 билан боғланган;  $O_3x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$  координаталар системаси  $x^{(3)}$  ўқ атрофида айланувчи бўғин 3 билан боғланган.  $z^{(0)}, z^{(1)}, z^{(2)}$  ўқлар устма-уст жойлашади,  $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}$  ўқлар ўзаро параллелдир.  $\bar{\rho}_D^{(0)} = \bar{\rho}_D^{(0)}(\varphi_{10}, z_{21}, \varphi_{32})$  ҳолат функцияси матрица шаклида қуйидаги кўринишни олади:

$$\bar{\rho}_D^{(0)} = T_{10} T_{21} T_{32} \bar{\rho}_D^{(3)},$$

бу ерда

$$\begin{aligned} \rho_D^0 &= \begin{bmatrix} x_D^0 \\ y_D^0 \\ z_D^0 \\ 1 \end{bmatrix}; & T_{10} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ T_{21} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & T_{32} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{32} & -\sin \varphi_{32} & l_{BC} \\ 0 & \sin \varphi_{32} & \cos \varphi_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & (10.13) \\ & & \rho_D^{(3)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ l_{CD} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$T_{10}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{32}$  матрицалардаги тўртинчи қатор (0001) ва устунли матрицалардаги 1 рақамли айниятли ўзгаришга ( $1 \equiv 1$ ) олиб келади. Улар матрицалар квадрат тарзда бўлиши, ҳамда матрицаларни кўпайтириш мумкин бўлиши учун киритилган. Матрицалар маълум қоида қаторни устунга кўпайтириш коидасига мувофиқ кўпайтирилади. (10.13) формуладаги матрицаларни кетма-кет тартибда кўпайтириш натижасида қуйидаги тенглик ҳосил бўлади:

$$\begin{bmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32} \\ 1 \end{bmatrix},$$

бинобарин,  $0x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$  кўзгалмас системада Д нуктанинг изланаётган координаталари қуйидагиларга тенг:

$$\left. \begin{aligned} x_D^{(0)} &= -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32}; \\ y_D^{(0)} &= l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32}; \\ z_D^{(0)} &= z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32}. \end{aligned} \right\} \quad (10.14)$$

Умумлашаган координаталарнинг бир қанча оддий қийматларида (6.14) формулаларнинг ва механизм кинематик схемасининг (10.1-расм) ўзаро мослигини текшириб кўриш фойдадан холи бўлмайди. Масалан,  $\varphi_{10}=\varphi_{32}=0$  бўлганда:  $x_D^{(0)}=0$ ;  $y_D^{(0)}=l_{BC}+l_{CD}$ ;  $z_D^{(0)}=z_{21}$  бўлади;  $\varphi_{10}=\varphi_{32}=270^\circ$  бўлганда еса  $x_D^{(0)}+l_{BC}$ ;  $y_D^{(0)}=0$ ;  $z_D^{(0)}=z_{21}-l_{CD}$  бўлади. Д нукта координаталарининг ўзгариш чегаралари маълум бўлса, (10.14) муносабатлар ёрдамида бўғинлар  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$  узунлигининг керакли қийматларини ҳамда  $\varphi_{10}$ ,  $z_{21}$  ва  $\varphi_{32}$  умумлашган координаталарнинг ўзгариш чегараларини танлаб олиш мумкин.

Манипулятор **чангалининг** ҳамда **алохида бўғинларининг ҳаракат тезлиги** каби техник кўрсаткич катта ахамиятга ега. Бунда енг юқори ҳаракат тезлиги манипулятордаги иш жараёнининг тарзи ва юритманинг қуввати билангина емас, балки хизмат кўрсатувчи ходимларнинг хавфсизлик шароити билан ҳам белгиланади.

Агар умумлашган координаталарнинг вақтга боғликлари маълум бўлса, у ҳолда тезлик ҳолат функциясини вақт бўйича дифференциаллаш орқали аниқланади. Масалан, еркинлик даражаси учта бўлган кўриб чиқилган манипулятор учун чангал Д нуктаси тезлиги векторнинг координаталар ўқиға проекцияларининг берилган  $\varphi_{10}(t)$   $z_{21}(t)$  ва  $\varphi_{32}(t)$  муносабатларида (10.14) тенгламани вақт бўйича дифференциаллаб ушбуни ҳосил қиламиз;

$$\left. \begin{aligned} v_{Dx} = \dot{x}_D^{(0)} &= -\omega_1 \cos \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) + \omega_{32} l_{CD} \sin \varphi_{10} \sin \varphi_{32}; \\ v_{Dy} = \dot{y}_D^{(0)} &= -\omega_1 \sin \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) - \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{10} \sin \varphi_{32}; \\ v_{Dz} = \dot{z}_D^{(0)} &= v_{21} + \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{32} \end{aligned} \right\} \quad (10.15)$$

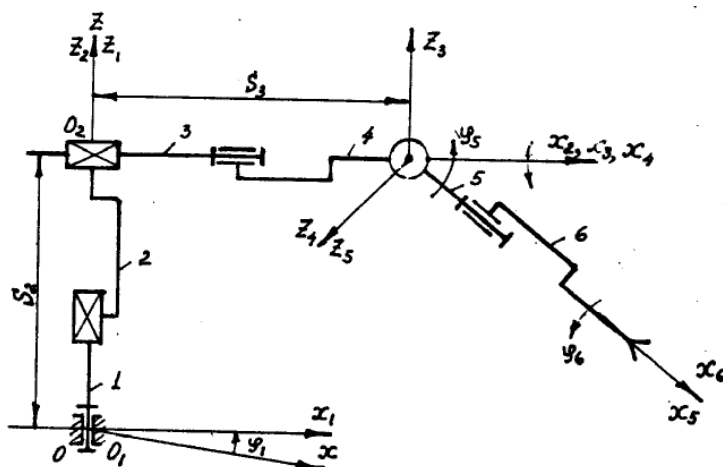
Д нукта тезлиги векторининг катталиги ва ёъналишини қуйидаги формулалардан топамиз:

$$\begin{aligned} v_D &= \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2 + v_{Dz}^2}, & \cos \alpha &= v_{Dx} / v_D, \\ \cos \beta &= v_{Dy} / v_D, & \cos \gamma &= v_{Dz} / v_D \end{aligned} \quad (10.16)$$

бу ерда  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ -тезлик векторининг ёъналтирувчи бурчаклари.

(10.15), (10.16) формулаларга асосан муайян сон қийматларини аниқлаш натижасида чангал Д нуқтасининг энг катта тезлиги ва тезликнинг ўзгариш тарзини баҳолашга имкон туғилади.

3. Қўзғалувчанлик даражаси 6 га тенг бўлган саноат роботининг кинематик таҳлилин кўриб чиқамиз. Ушбу манипуляторнинг кинематик схемаси 10.2-расмда келтирилган.



10.2-расм.

Кўрилатган манипулятор иккита илгариланма-қайтма ва 4 та айланма В-синф кинематик жуфтлардан, 6 та қўзғалувчан бўғинлардан иборатдир.

$$W=6n-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1=6 \cdot 6-5 \cdot 6=6$$

Манипулятор қисқичи андозани ушлаган деб бир бутун бўғин деб ҳисоблайлик. Манипулятор таянчидан ОХУЗ қўзғалмас координата системасини ўтказайлик. Қолган координата системалари қўзғалувчан бўлади. Тўртинчи поғонали матрица усулини қўллаб, координаталар системаларига келтиришни ёзамиз.

$$\begin{aligned}
 A_{01} &= \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} & A_{12} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\
 A_{23} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} & A_{34} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_4 & \cos \varphi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\
 A_{45} &= \begin{vmatrix} \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_5 & \cos \varphi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} & A_{56} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_6 \\ 0 & \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_4 & \cos \varphi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} & (10.17)
 \end{aligned}$$

Бунда  $A_{06}$  матрицаси  $O_6X_6Y_6Z_6$  координата системасидан  $OXYZ$  системасига ўтиши оралиқ матрицаларни кўпайтмаси асосида топилади, яъни

$$A_{06} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34} \cdot A_{45} \cdot A_{56} \dots \quad (10.18)$$

Қисқичнинг ҳолати берилган деб қараб

$$A_{06} = \begin{vmatrix} \alpha_{11}\alpha_{12}\alpha_{13}a_1 \\ \alpha_{21}\alpha_{22}\alpha_{23}a_2 \\ \alpha_{31}\alpha_{32}\alpha_{33}a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (10.19)$$

Бу  $O_6X_6Y_6Z_6$  системасини қўзғалмас  $OXYZ$  координаталар системасига нисбатан ҳолатини белгилайди. (10.18) ни қуйидагича қайта ёзайлик.

$$A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34} \cdot A_{45} = A_{06} \cdot A_{56}^{-1} \dots \quad (10.20)$$

Бу ерда,  $A_{56}^{-1}$  – мавжуд  $A_{56}$  матрицага тесқари, қуйидагига тенг.

$$A_{56}^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_6 \\ 0 & \cos \varphi_6 & \sin \varphi_6 & 0 \\ 0 & -\sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (10.21)$$

(10.20) ифодани чап қисмидаги матрицаларни кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\begin{aligned} & A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34} \cdot A_{45} = \\ & = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_5 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_4 \cdot \sin \varphi_5 & -\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_5 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_4 \cdot \cos \varphi_5 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_4 \cos \varphi_1 S_3 \\ \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_5 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \sin \varphi_5 & -\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_5 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_4 \cdot \cos \varphi_5 & -\cos \varphi_1 \sin \varphi_4 \sin \varphi_1 S_3 \\ \sin \varphi_4 \cdot \sin \varphi_5 & \sin \varphi_4 \cdot \cos \varphi_5 & \cos \varphi_4 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Энди (10.20) ни ўнг қисмидаги матрицаларини ўзаро кўпайтирамиз.

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}\alpha_{12} \cos \varphi_6 - \alpha_{13} \sin \varphi_6 \alpha_{12} \sin \varphi_6 + \alpha_{13} \cos \varphi_6 - l_6 \alpha_{11} + a_1 \\ \alpha_{12}\alpha_{22} \cos \varphi_6 - \alpha_{23} \sin \varphi_6 \alpha_{22} \sin \varphi_6 + \alpha_{23} \cos \varphi_6 - l_6 \alpha_{21} + a_2 \\ \alpha_{13}\alpha_{32} \cos \varphi_6 - \alpha_{33} \sin \varphi_6 \alpha_{32} \sin \varphi_6 + \alpha_{33} \cos \varphi_6 - l_6 \alpha_{31} + a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6.23)$$

Олинган (10.22) ва (10.23) ларни ўзаро тенглаштириб 12 та тригонометрик тенгламалар системаси ҳосил қиламиз. Уларда 6 та  $\varphi_1, C_2, C_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$  лар номаълумлардир. Кинематикани тесқари масаласини ечишга асосан ушбу умумлашган координаталарни топиш керак бўлади.

Ҳосил қилинган (10.22) ва (10.23) матрицаларни учинчи устунларини ўзаро тенглаштириб қуйидагиларни оламиз.

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_1 \cdot S_3 &= -l_6 \alpha_{11} + a_1 \\ \sin \varphi_1 \cdot S_3 &= -l_6 \alpha_{21} + a_2 \\ S_2 &= -l_6 \alpha_{31} + a_3 \end{aligned} \right\} \quad (10.24)$$

Бу (10.24) система учинчи тенгласидан  $S_2$  аниқланган. Биринчи 2 та тенгламадан

$$S_3 = \pm \sqrt{(a_6 - l_6 \alpha_{11})^2 + (a_2 - l_6 \alpha_{21})^2}$$

Худди шунингдек (10.24)ни биринчи ва иккинчи тенгламаларини ўзаро бўлиб

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{a_1 - l_6}{a_2 - l_6 \alpha_{21}}$$

Юқоридаги (10.22) ва (10.23) матрицаларни биринчи устун элементларини тенглаштириб

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_1 \cos \varphi_5 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_4 &= \alpha_{11} \\ \sin \varphi_1 \cos \varphi_5 - \cos \varphi_1 \sin \varphi_4 &= \alpha_{12} \\ \sin \varphi_4 \sin \varphi_5 &= \alpha_{13} \end{aligned} \right\} \quad (10.25)$$

(10.25) нинг биринчи икки тенгласидан

$$\begin{aligned} \cos \varphi_5 &= \alpha_{11} \cos \varphi_1 + \alpha_{12} \sin \varphi_1 \\ \text{охирги тенгласидан, эса} \end{aligned}$$

$$\sin \varphi_4 = \frac{\alpha_{13}}{\sin \varphi_5}$$

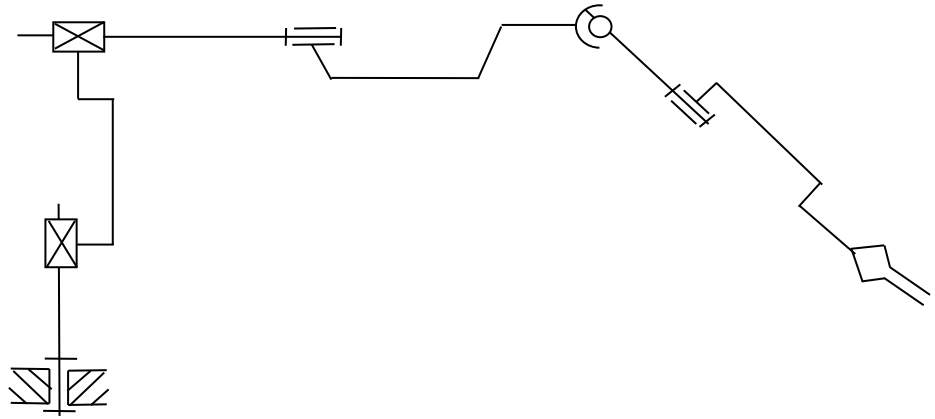
Худди шунингдек (10.22) ва (10.23) матрицаларни иккинчи ва учинчи устун элементлари тенглаш тириб

$$\begin{aligned} \alpha_{32} \cos \varphi_6 - \alpha_{33} \sin \varphi_6 &= \sin \varphi_4 \cos \varphi_5 \\ \alpha_{32} \sin \varphi_6 + \alpha_{33} \cos \varphi_6 &= \cos \varphi_4 \end{aligned}$$

ни олаемиз. Натижада тегишли ўзгартириш ва қўллашни амалга ошириб  $\varphi_4$ ,  $\varphi_5$ ,  $\varphi_6$  ни аниқлаймиз. Масалани ечимлари шу еди.

#### 4. Муаммоли масалалар.

Юқорида кайд қилинганидек кўрилган масалаларда асосан В-синф кинематик жуфтлар иштирок етган. Лекин юқори синф кинематик жуфтлари бўлган манипуляторларни кинематик таҳлилида анча муаммоли вазиятлар мавжуд бўлади. Жумладан, айтайлик манипулятор ИИИ-синф кинематик жуфти билан боғланган бўғинлар бўлса, уларни ҳаракатида 3-тадан умумлашган координаталарни топиш керак бўлади. Қуйида кўрсатилган (10.3-расмга қара) манипуляторда битта ИВ-синф кинематик жуфт бор. Магистрларга ушбу манипуляторни кинематик таҳлилини юқорида кўрсатилган услубларда амалга оширишни тавсия етамиз.



10.3-расм.

### 5. Хулоса.

Демак манипуляторларни кинематик таҳлилида тўғри ва тескари масалалар ечилади. Кинематик таҳлилида асосан матрицалардан фойдаланилади.

### Ўз-ўзини текшириш учун саволлар

1. Манипуляторларнинг кинематикасида тескари масала қандай ечилади?
2. Тўғри, цилиндрик, сферик ва ангуляр координаталар системасида ҳаракатланувчи манипуляторларнинг кинематик схемаларидаги фарқни тушунтириб беринг.
3. Кинематик таҳлилда умумлашган координаталар қандай аниқланади?
4. Манипуляторлар кинематик таҳлилидаги муаммоли масалалар нималардан иборат?
5. Манипуляторни кинематикасида тезлик ва тезланишлар қандай аниқланади?