САНОАТ РОБОТЛАРИ КИНЕМАТИКАСИ ТЕСКАРИ МАСАЛАСИ. КИНЕМАТИК ТАҲЛИЛ БЎЙИЧА МИСОЛЛАР.

Режа:

- 1. Саноат роботларини кинематикасида умумлашган координаталарни аниқлаш.
- 2. Уч бўғинли манипуляторни кинематик таҳлили.
- 3. Қўзғалувчанлик даражаси 6 га тенг манипуляторнинг кинематик таҳлили.
- 4. Муаммоли масалалар.
- 5. Хулоса.

- 1. Амалий томондан кўп вазиятларда робот ва манипуляторларни лойихалашда кинематиканинг **тескари масаласини** ечишга тўғри келади. Бунда манипулятор қисқичининг ҳаракат қонуни, яъни координаталари олдиндан берилган бўлиб, қолган бўғинларни ҳаракат қонунлари, умумлашган координаталари аниқланади.
-

- Умуман олганда кинематиканинг тескари масаласи уч хил вариантда қўйилиши мумкин;
- 1) Манипулятор қисқичининг берилган бир холатига қараб манипулятор бўғинларини холати аниқланади;
- 2) Қискичнинг берилган бир неча ҳаракатларига қараб манипуляторнинг бир неча холатлари аниқланади;
- 3) Манипулятор қисқичининг ҳаракат қонуни вақтга боғлик равишда берилиб $p_{ж}=p_{ж}(т)$, умумлашган координаталарни ўзгариш қонунлари аниқланади $\varphi=\varphi(т)$, $C=C(т)$.

- Тўғри бурчакли координаталар системасида ҳаракатланувчи манипулятор учун

  - $X=C_2; \quad У=C_3; \quad З=C_1 \qquad (10.1)$

-
- бундан

$$\dot{S}_2 = \frac{dx}{dt}; \qquad \ddot{S}_2 = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\dot{S}_3 = \frac{dy}{dt}; \qquad \ddot{S}_3 = \frac{d^2y}{dt^2}$$

-

$$\dot{S}_1 = \frac{dz}{dt}; \qquad \ddot{S}_1 = \frac{d^2z}{dt^2}$$

- (10.2)

- Худди шунингдек цилиндрик координаталар системасида ҳаракатланувчи манипулятор учун.

$$Xc = S_3 \cos\varphi; \quad Yc = S_3 \sin\varphi; \quad Zc = S_2$$

- ёки $X_c^2 + Y_c^2 = S_3^2; \quad tg\varphi = \frac{Yc}{Xc}$ дан

$$S_3 = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2} \qquad \varphi = arctg\frac{Yc}{Xc}; \quad S_2 = Zc$$

- (10.3)

- Умумлашган координаталарнинг тезликлари

$$\frac{ds_2}{dt} = \frac{dZc}{dt} = Vcz;$$

$$\frac{ds_3}{dt} = \frac{(Vcx + Vcy) - (\cos\varphi - \sin\varphi)\dot{\varphi}\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}{\cos\varphi + \sin\varphi}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{XcYcY - YcVcx}{X_c^2 + Y_c^2}$$

- (10.4)

- Манипулятор ҳаракати сферик координаталар системасида бўлган умумлашган координаталар ва уларнинг тезликлари қуйидагилардан аниқланади.

$$X_c^2 + Y_c^2 = S_3^2 \cos^2 \varphi; \qquad tg\varphi_1 = \frac{Yc}{Xc}$$

-
- (10.5)

$$(Zc - l_1)^2 = S_3^2 \sin^2 \varphi$$

- бундан,

$$S_3 = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + (Zc - l_1)^2}$$

(10.6)

-

$$S_3 \sin \varphi_2 = Zc - l_1$$

- ёки

$$S_3 \cos \varphi_2 = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

(10.7)

$$tg\varphi_2 = \frac{Zc - l_1}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}$$

- Олинган (10.5), (10.6), (10.7)ларни таҳлил қиламиз. Хс, Ус, Зс координаталар қуйидаги шартни каноатлантириши керак

$$(S_3)\min \leq \left[X_c^2 + y_c^2 + (Zc - l_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \leq (S_3)\max$$

- бу ерда, **(C_3)** мин ва (C_3) мах – манипулятор қўлини минимал ва максимал чиқиш масофаси. arctang қийматлари $-\frac{\pi}{2}$ ва $\frac{\pi}{2}$ оралиғида бўлишини ҳисобга олсак, $-\pi<\varphi_1<\pi$, у ҳолда

$$\varphi_1 = \begin{cases} arctg\left(\dfrac{Yc}{Xc}\right), & Xc \succ 0 \\ \pm\dfrac{\pi}{2}, & Xc = 0 \\ arctg\left(\dfrac{Yc}{Xc}\right) \pm \pi & Xc \prec 0 \end{cases}$$

- (10.8)

- Худди шунингдек

$$\varphi_2 = \begin{cases} arctg\dfrac{Zc - l_1}{\left(X_c^2 + Y_c^2\right)^{\frac{1}{2}}}, \\ \dfrac{\pi}{2}, \quad Xc = Yc = 0. \end{cases}$$

- (10.9)

- Тезликлари қуйидаги ифодалардан аниқланади.
-

$$\left.\begin{aligned}
\dot{S}_3 &= \left(v_{cx}\cos\varphi_1 + v_{cy}\sin\varphi_1\right)\cos\varphi_2 + v_{cz}\sin\varphi_2,\\
\dot{\varphi}_1 &= \frac{v_{cy}\cos\varphi_1 - v_{cx}\sin\varphi_1}{S\cos\varphi_2},\\
\dot{\varphi}_2 &= \frac{1}{S_3}\left[v_{cx}\cos\varphi_2 - \left(v_{cx}\cos\varphi_1 + v_{cy}\sin\varphi_1\right)\sin\varphi_2\right]
\end{aligned}\right\}$$

-

- (10.10)

- Худди шунингдек Ангуляр координаталар системаси бўйича ҳаракатланувчи манипулятор учун, умумлашган координаталар.
-

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_{10} = arctg\left(\frac{Yc}{Xc}\right), \\
&\varphi_{21} = arctg\,\frac{Zc - l_1}{\left(X_c^{\,2} + Y_c^2\right)^{\frac{1}{2}}} \pm \arccos\frac{l_2^2 - l_3^2 + X_c^{\,2} + Y_c^2 + \left(Zc - l_1\right)^2}{2l_2\left[X_c^{\,2} + Y_c^2 + \left(Zc - l_1\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}, \\
&\varphi_{32} = \pm\left[\pi - \arccos\frac{l_2^2 + l_3^2 - X_c^{\,2} - Y_c^2 - \left(Zc - l_1\right)^2}{2l_2 l_3}\right]
\end{aligned}\right\}$$

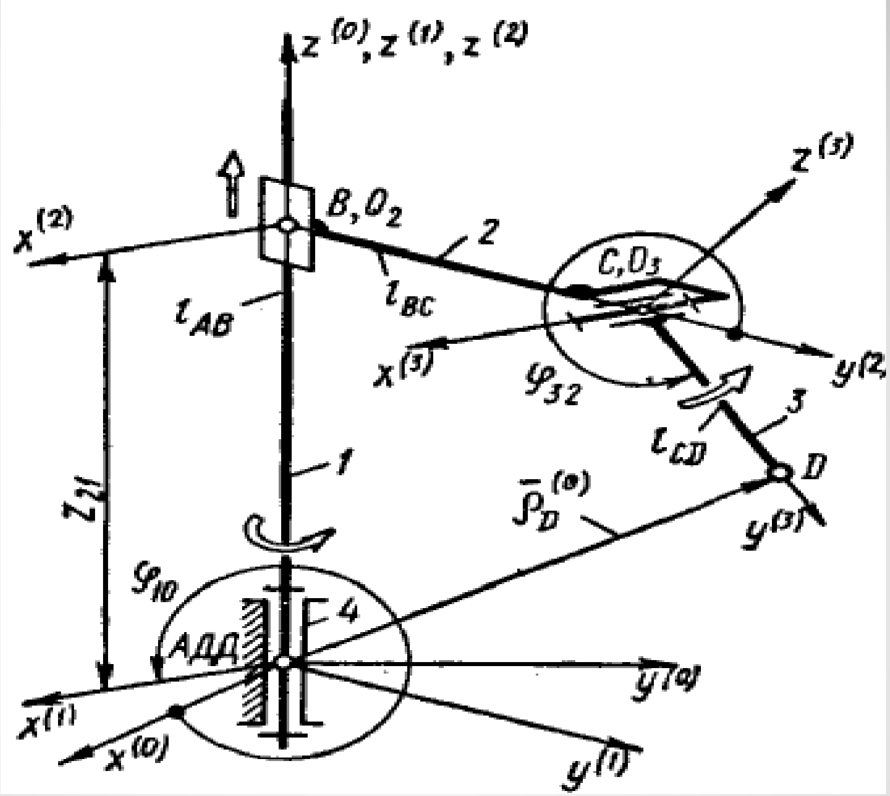
- (10.11)

- тезликларнинг ифодалари
-

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\varphi}_{10} = \frac{v_{cy}\cos\varphi_{10} - v_{cx}\sin\varphi_{10}}{l_2\cos\varphi_{21} + l_3\cos(\varphi_{21}+\varphi_{32})},\\
&\dot{\varphi}_{21} = \frac{(v_{cx}\cos\varphi_{10} + v_{cy}\sin\varphi_{10})\cos(\varphi_{21}+\varphi_{32}) + v_{cz}\sin(\varphi_{21}+\varphi_{32})}{l_2\sin\varphi_{32}},\\
&\dot{\varphi}_{32} = \frac{1}{l_3}\left\{-\frac{(l_3 + l_2\cos\varphi_{32})}{l_2\sin\varphi_{32}}\left[(v_{cx}\cos\varphi_{10} + v_{cy}\sin_{10})\sin(\varphi_{21}+\varphi_{32}) + v_{cx}\sin(\varphi_{21}+\varphi_{32})\right] -\right.\\
&\left. -(v_{cx}\cos\varphi_{10} + v_{cy}\sin\varphi_{10})\bullet\sin(\varphi_{21}+\varphi_{32}) + v_{cx}\cos(\varphi_{21}+\varphi_{32})\right\}
\end{aligned}\right\}$$

- (10.12)

- **2.** Манипуляторнинг танланган тузилиш схемасида кўрсатилган иш доираси бўйича бўғинларнинг ўлчамларини аниқлаш учун юқорида баён етилган координаталарни ўзгартиришнинг матрица усулини татбиқ етилган. У ҳолда унинг холат функциясини тадқиқ етиш лозим. Масалан, 10.1-расмда тасвирланган, еркинлик даражалари учта бўлган манипулятор чангали Д нуқтасининг холат функцияси унинг радиус-вектори нинг умумлашаган координаталарга ҳамда $л_{БС}$ ва $л_{СД}$ бўғинларнинг узунлигига боғлиқлиги бўлади. Очиқ кинематик занжирли ушбу механизм зўриқтирмасдан йиғилганлиги сабабли статик аниқ, ҳамда ортиқча боғламаларсиз бўлади (қ=0). Механизмда учта бир қўзғалувчанликдаги жуфтлик бўлиб, уларнинг иккитаси (А,С) айланма ва биттаси (В) илгариланмадир.



10.1-расм.

- Умумлашган координаталар сони учта: φ_{10}-бўғин 1 нинг таянч 4 га нисбатан бурилиш бурчаги; з$_{21}$-бўғин 2 нинг бўғин 1 га нисбатан чизиқли силжиши; φ_{32}-бўғин 3 нинг бўғин 2 га нисбатан бурилиш бурчаги.

-
- Эркинлик даражалари сони W=3 еканлиги Малишев формуласи билан хам тасдиқланади:

$$W = 6n - \left[\sum_{i=1}^{5} (6-i) p_i - q \right] = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 = 3$$

- $O_1x^{(1)}y^{(1)}з^{(1)}$ координаталар системаси $з^{(1)}$ ўқ атрофида айланувчи бўғин 1 билан боғланган; $O_2x^{(2)}y^{(2)}з^{(2)}$ координаталар системаси бўғин 1 га нисбатан тўғри чизиқ бўйича ҳаракатланувчи бўғин 2 билан боғланган; $O_3x^{(3)}y^{(3)}з^{(3)}$ координаталар системаси $x^{(3)}$ ўқ атрофида айланувчи бўғин 3 билан боғланган. $з^{(0)}$,$з^{(1)}$,$з^{(2)}$ ўқлар устма-уст жойлашади, $x^{(1)}$,$x^{(2)}$,$x^{(3)}$ ўқлар ўзаро параллелдир

- $\overline{\rho}_D\,^{(0)}=\overline{\rho}_D\,^{(0)}(\varphi_{10}, з_{21}, \varphi_{32})$ холат фнкцияси матрица шаклида қуйидаги кўринишни олади:
- $\overline{\rho}_D\,^{(0)}=T_{10}T_{21}T_{32}\;\;\overline{\rho}_D^{(3)},$
- бу ерда
-

$$p_D^0=\begin{bmatrix} x_D^0 \\ y_D^0 \\ z_D^0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad T_{10}=\begin{bmatrix} \cos\varphi_{10} & -\sin\varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin\varphi_{10} & \cos\varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T_{21}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{32}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{32} & -\sin_{32} & l_{BC} \\ 0 & \sin_{32} & \cos\varphi_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

- (10.13)

$$p_D^{(3)}=\begin{bmatrix} 0 \\ l_{CD} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- T_{10}, T_{21}, T_{32} матрицалардаги тўртинчи қатор (0001) ва устунли матрицалардаги 1 рақамли айниятли ўзгаришга ($1\equiv1$) олиб келади. Улар матрицалар квадрат тарзда бўлиши, ҳамда матрицаларни кўпайтириш мумкин бўлиши учун киритилган. Матрицалар маълум қоида қаторни устунга кўпайтириш коидасига мувофик кўпайтирилади. (10.13) формуладаги матрицаларни кетма-кет тартибда кўпайтириш натижасида қуйидаги тенглик ҳосил бўлади:

$$\begin{bmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{BC}\sin\varphi_{10} - l_{CD}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{32} \\ l_{BC}\cos\varphi_{10} + l_{CD}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{32} \\ z_{21} + l_{CD}\sin\varphi_{32} \\ 1 \end{bmatrix},$$

- Умумлашаган координаталарнинг бир қанча оддий қийматларида (6.14) формулаларнинг ва механизм кинематик схемасининг (10.1-расм) ўзаро мослигини текшириб кўриш фойдадан холи бўлмайди. Масалан, $\varphi_{10}=\varphi_{32}=0$ бўлганда: $=0$; $=л_{БС}+л_{СД}$; $=з_{21}$ бўлади; $\varphi_{10}=\varphi_{32}=270^{о}$ бўлганда еса $+л_{БС}$; $=0$; $=з_{21}-л_{СД}$ бўлади. Д нуқта координаталарининг ўзгариш чегаралари маълум бўлса, (10.14) муносабатлар ёрдамида бўғинлар $л_{БС}$, $л_{СД}$ узунлигининг керакли қийматларини ҳамда φ_{10}, $з_{21}$ ва φ_{32} умумлашган координаталарнинг ўзгариш чегараларини танлаб олиш мумкин.

- Манипулятор **чангалининг** ҳамда **алохида бўғинларининг ҳаракат тезлиги** каби техник кўрсаткич катта ахамиятга ега. Бунда енг юқори ҳаракат тезлиги манипулятордаги иш жараёнининг тарзи ва юритманинг қуввати билангина емас, балки хизмат кўрсатувчи ходимларнинг хавфсизлик шароити билан хам белгиланади.
- Агар умумлашган координаталарнинг вақтга боғликлари маълум бўлса, у ҳолда тезлик холат функциясини вақт бўйича дифференциаллаш орқали аниқланади. Масалан, еркинлик даражаси учта бўлган кўриб чикилган манипулятор учун чангал Д нуктаси тезлиги векторнинг координаталар ўқига проекцияларининг берилган φ_{10}(т) з$_{21}$(т) ва φ_{32}(т) муносабатларида (10.14) тенгламани вақт бўйича диффериенциаллаб ушбуни ҳосил қиламиз;

$$\left.\begin{aligned} v_{DX} &= x_{\partial}^{(0)} = -\omega_1 \cos\varphi_{10}\left(l_{BC} + l_{CD}\cos\varphi_{32}\right) + \omega_{32} l_{CD} \sin\varphi_{10} \sin\varphi_{32}; \\ v_{Dy} &= y_{\partial}^{(0)} = -\omega_1 \sin\varphi_{10}\left(l_{BC} + l_{CD}\cos\varphi_{32}\right) - \omega_{32} l_{CD} \cos\varphi_{10} \sin\varphi_{32}; \\ v_{DZ} &= z_{D}^{(0)} = v_{21} + \omega_{32} l_{CD} \cos\varphi_{32} \end{aligned}\right\}$$

- (10.15)

- Д нуқта тезлиги векторининг катталиги ва ёъналишини қуйидаги формулалардан топамиз:
-

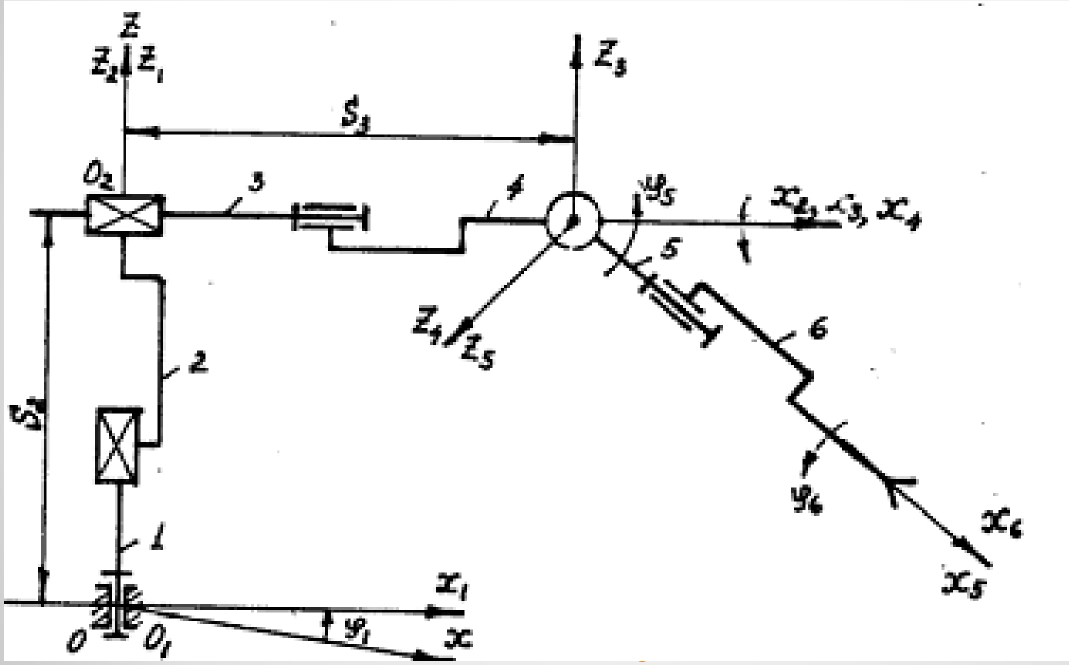
$$v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2 + v_{Dz}^2}, \quad \cos\alpha = v_{Dx} / v_D,$$

$$\cos\beta = v_{Dy} / v_D, \qquad \cos\gamma = v_{DZ} / v_D$$

- (10.16)

- бу ерда α, β, γ-тезлик векторининг ёъналтирувчи бурчаклари.
- (10.15), (10.16) формулаларга асосан муайян сон қийматларини аниқлаш натижасида чангал Д нуқтасининг енг катта тезлиги ва тезликнинг ўзгариш тарзини бахолашга имкон туғилади.

- 3. Қўзғалувчанлик даражаси 6 га тенг бўлган саноат роботининг кинематик таҳлилини кўриб чикамиз. Ушбу манипуляторнинг кинематик схемаси 10.2-расмда келтирилган.



10.2-расм.

- Кўрилаётган манипулятор иккита илгариланма-қайтма ва 4 та айланма В-синф кинематик жуфтлардан, 6 та қўзғалувчан бўғинлардан иборатдир.

- $W=6н-5п_5-4п_4-3п_3-2п_2-п_1=6\cdot6-5\cdot6=6$

- Манипулятор қисқичи андозани ушлаган деб бир бутун бўғин деб ҳисоблайлик. Манипулятор таянчидан ОХУЗ қўзғалмас координата системасини ўтказайлик. Қолган координата системалари қўзғалувчан бўлади. Тўртинчи поғонали матрица усулини қўллаб, координаталар системаларига келтиришни ёзамиз.
- $$A_{01} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad A_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad A_{34} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_4 & -\sin\varphi_4 & 0 \\ 0 & \sin\varphi_4 & \cos\varphi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{45} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_5 & -\sin\varphi_5 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_5 & \cos\varphi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad A_{56} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_6 \\ 0 & \cos\varphi_4 & -\sin\varphi_4 & 0 \\ 0 & \sin\varphi_4 & \cos\varphi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{10.17}$$

- Манипулятор қисқичи андозани ушлаган деб бир бутун бўғин деб ҳисоблайлик. Манипулятор таянчидан ОХУЗ қўзғалмас координата системасини ўтказайлик. Қолган координата системалари қўзғалувчан бўлади. Тўртинчи поғонали матрица усулини қўллаб, координаталар системаларига келтиришни ёзамиз.
- $$A_{01} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad A_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- Бунда A_{06} матрицаси $О_6Х_6У_6З_6$ координата системасидан ОХУЗ системасига ўтиши оралиқ матрицаларни кўпайтмаси асосида топилади, яъни

- $A_{06} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot A_{34} \cdot A_{45} \cdot A_{56}$ . . .
- (10.18)

- Қисқичнинг холати берилган деб қараб
-

$$A_{06} = \begin{vmatrix} \alpha_{11}\alpha_{12}\alpha_{13}a_1 \\ \alpha_{21}\alpha_{22}\alpha_{23}a_2 \\ \alpha_{31}\alpha_{32}\alpha_{33}a_3 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{vmatrix}$$

- (10.19)

- Бу $О_6Х_6У_6З_6$ системасини қўзғалмас ОХУЗ координаталар системасига нисбатан холатини белгилайди. (10.18) ни қуйидагича қайта ёзайлик.

  - $A_{01}\cdot A_{12}\cdot A_{23}\cdot A_{34}\cdot A_{45}=A_{06}\cdot A_{56}^{-1}$ . . . (10.20)

- Бу ерда, A_{56}^{-1} – мавжуд A_{56} матрицага тескари, қуйидагига тенг.

- $$A_{56}^{-1}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_6 \\ 0 & \cos\varphi_6 & \sin\varphi_6 & 0 \\ 0 & -\sin\varphi_6 & \cos\varphi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

  - (10.21)

- (10.20) ифодани чап қисмидаги матрицаларни кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$A_{01}\cdot A_{12}\cdot A_{23}\cdot A_{34}\cdot A_{45}=$$

$$=\begin{vmatrix} \cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_5-\sin\varphi_1\cos\varphi_4\cdot\sin\varphi_5 & -\cos\varphi_1\cdot\sin\varphi_5-\sin\varphi_1\cos\varphi_4\cdot\cos\varphi_5 & \sin\varphi_1\sin\varphi_4 & \cos\varphi_1\ S_3 \\ \cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_5+\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_4\cdot\sin\varphi_5 & -\sin\varphi_1\cdot\sin\varphi_5+\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_4\cdot\cos\varphi_5 & -\cos\varphi_1\sin\varphi_4 & \sin\varphi_1\ S_3 \\ \sin\varphi_4\cdot\sin\varphi_5 & \sin\varphi_4\cdot\cos\varphi_5 & \cos\varphi_4 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- (6.22)

- Энди (10.20) ни ўнг қисмидаги матрицаларини ўзаро кўпайтирамиз.
-

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12}\cos\varphi_6 - \alpha_{13}\sin\varphi_6 & \alpha_{12}\sin\varphi_6 + \alpha_{13}\cos\varphi_6 & -l_6\alpha_{11} + a_1 \\ \alpha_{12} & \alpha_{22}\cos\varphi_6 - \alpha_{23}\sin\varphi_6 & \alpha_{22}\sin\varphi_6 + \alpha_{23}\cos\varphi_6 & -l_6\alpha_{21} + a_2 \\ \alpha_{13} & \alpha_{32}\cos\varphi_6 - \alpha_{33}\sin\varphi_6 & \alpha_{32}\sin\varphi_6 + \alpha_{33}\cos\varphi_6 & -l_6\alpha_{31} + a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- (6.23)

- Олинган (10.22) ва (10.23) ларни ўзаро тенглаштириб 12 та тригонометрик тенгламалар системаси ҳосил қиламиз. Уларда 6 та φ_1, C_2, C_3, φ_4, φ_5, φ_6 лар номаълумлардир. Кинематикани тескари масаласини ечишга асосан ушбу умумлашган координаталарни топиш керак бўлади.
- Ҳосил қилинган (10.22) ва (10.23) матрицаларни учинчи устунларини ўзаро тенглаштириб қуйидагиларни оламиз.
-

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_1 \cdot S_3 &= -l_6\alpha_{11} + a_1 \\ \sin\varphi_1 \cdot S_3 &= -l_6\alpha_{21} + a_2 \\ S_2 &= -l_6\alpha_{31} + a_3 \end{aligned}\right\}$$

- (10.24)

- Бу (10.24) система учинчи тенгламасидан C_2 аниқланган. Биринчи 2 та тенгламадан

$$S_3 = \pm\sqrt{\left(a_6 - l_6\alpha_{11}\right)^2 + \left(a_2 - l_6\alpha_{21}\right)^2}$$

- Худди шунингдек (10.24)ни биринчи ва иккинчи тенгламаларини ўзаро бўлиб
- $$tg\varphi_1 = \frac{a_1 - l_6}{a_2 - l_6\alpha_{21}}$$
-
- Юқоридаги (10.22) ва (10.23) матрицаларни биринчи устун элементларини тенглаштириб
    - сосφ_1 сос45-синφ_1 сосφ_4 синφ_5=α_{11}
    - синφ_1 сосφ_5-сосφ_1 сосφ_4 синφ_4=α_{12}
    - синφ_4 синφ_5=α_{13}

(10.25)

- (10.25) нинг биринчи икки тенгламасидан
- сосφ_5=α_{11} сосφ_1 α_{12} синφ_1
- охирги тенгламасидан, эса
- $$\sin\varphi_4 = \frac{\alpha_{13}}{\sin\varphi_5}$$
- Худди шунингдек (10.22) ва (10.23) матрицаларни иккинчи ва учинчи устун элементлари тенглаш тириб
  - α_{32}сосφ_6-α_{33}синφ_6=синφ_4сосφ_5
    - α_{32}синφ_6+α_{33}сосφ_6=сосφ_4
- ни оламиз. Натижада тегишли ўзгартириш ва қўллашни амалга ошириб φ_4, φ_5, φ_6 ни аниқлаймиз. Масалани ечимлари шу еди.