

12-маъруза. Саноат роботларини ҳаракат тенгламаларини чиқариш услуби.

Мақсад: Саноат роботларини ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқариш услубини магистрлар етарлича билишлари, масалалар ишлай олиш кўникмаларини шакллантириш .

Режа:

1. Манипулятор ҳаракат тенгласини тузиш.
2. Икки айланма ва бир илгарланма қайтма кинематик жуфтлардан иборат манипулятор ҳаракат тенгласи.
3. Муаммоли масалалар.
4. Хулоса.

Адабиётлар:

1. А. Ф. Шеглов. «Основы робототехники» ТГТУ, 1996, 123...127 бетлар.
2. Н.И. Левицкий. «Теория механизмов и машин». Наука, Москва, 1979, 305...307 бетлар.

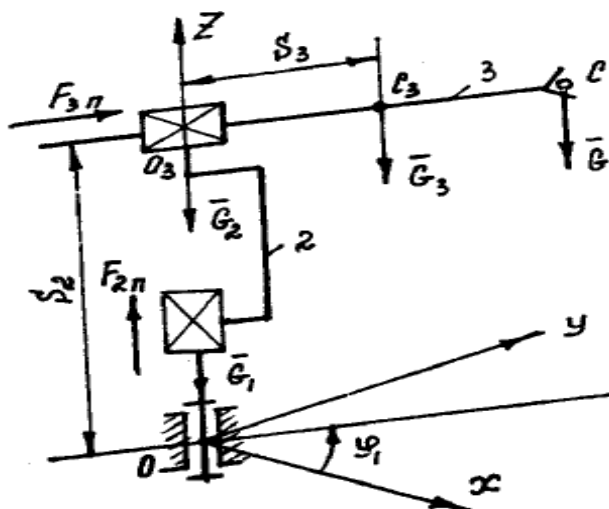
1. Саноат роботларини бўғинларини ҳаракат тенгламаларини Лагранжинг 2-тартибли тенгласидан фойдаланиб топиш мумкин;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_c$$

бу ерда, T -системанинг кинетик энергияси;

q_i -умумлашган координата;

Q_c -умумлашган кучлар.



12.1-расм.

Олдинги маърузаларимизда таҳлил килинган манипуляторларни ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқаришни кўрайлик.

12.1-расмда саноат роботининг ҳисоб схемаси, яъни динамик модели кўрсатилган. Ушбу саноат роботи учун умумлашган координаталарни қабул қиламиз:

ϕ_1 -1 бўғиннинг ўз ўқи атрофида бурилиш бурчаги;

s_2 - 2 бўғиннинг 1 бўғинга нисбатан силжиши (ўз ўқи бўйлаб)

s_3 -3-бўғинни 2 бўғинга нисбатан силжиши.

Умумлашган куч моменти.

$$M_1 = M_{I_H} - \mu_1 \dot{\phi}_1;$$

$$K_2 = \Phi_{2H} - \mu_2 \dot{S}_2 - \Gamma_2 - \Gamma_3 - \Gamma;$$

бу ерда, M_{I_H} - айланма юритгичнинг моменти;

μ_u - ички ишқаланиш коэффиценти;

Φ_{2H} -кўтариш кучи;

$\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma$ -2.3 бўғинларнинг ва юкнинг оғирлик кучлари;

μ_2, C_2 -ички ишқаланиш кучи;

Шунингдек $K_3 = \Phi_{3H} - \mu_3 \dot{S}_3$

бу ерда Φ_{3H} -қисқичнинг чиқариш (силжиш) кучи (юритгич орқали); $\mu_3 \dot{S}_3$ - ички ишқаланиш кучи.

Манипулятор кинетик энергияси бўғинлар ва юкнинг кинетик энергияларини йиғиндисига тенг.

$$T = \sum_{i=1}^n T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_{\text{юк}}$$

Кинетик энергияни ҳисоблашда юкни материал нуқта деб, инерция моментини эса, икки параллел ўқлар теоремасидан фойдаланиб, яъни юкни 3 ўқига нисбатан инерция моменти оғирлик марказидан ўтган унга нисбатан инерция моментига унинг массасини ўқлар орасидаги масофа квадрати кўпайтмасини йиғиндисига тенг бўлади

$$J_3 = J_{3c} + m d^2 \quad (12.2)$$

Бўғинларнинг ва юкнинг инерция моментлари умумлашган координаталар орқали ифодаланса

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{z_1} \dot{\phi}_1^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} (J_{z_2} \dot{\phi}_1^2 + m \dot{s}_2^2);$$

$$T_3 = \frac{1}{2} (J_{z_3} + m S_3^2) \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_s \dot{s}_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{s}_3^2; \quad (12.3)$$

$$T_4 = \frac{m v_c^2}{2} = \frac{m}{2} [\dot{s}_3^2 + (s_3 + a_3)^2 \dot{\phi}_1^2 + \dot{s}_2^2]$$

Олинган қийматларни баъзи ўзгартиришлардан сўнг (12.1) га қўйсақ система кинематик энергияси

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \dot{\varphi}_1^2 (J_{z_1} + J_{z_2} + J_{z_3}) + \dot{\varphi}_1^2 \left[m_3 \dot{S}_3^2 + m(S_3 + a_3)^2 \right] + \right. \\ \left. + m_2 \dot{S}_2^2 + m_3 (\dot{S}_2^2 + \dot{S}_3^2) + m(\dot{S}_3^2 + \dot{S}_2^2) \right\} \quad (12.4)$$

Лагранж тенгламаси бўйича ҳосилаларни аниқлаймиз

$$\frac{dT}{d\varphi_1} = 0; \quad \frac{dT}{d\dot{\varphi}_1} = (J_{z_1} + J_{z_2} + J_{z_3})\dot{\varphi}_1 + \left[m_3 \dot{S}_3^2 + m(S_3 + a_3)^2 \right] \dot{\varphi}_1; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{\varphi}_1} \right) = (J_{z_1} + J_{z_2} + J_{z_3})\ddot{\varphi}_1 + 2m_3 S_3 \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1 + m_3 S_3^2 \ddot{\varphi}_1 + 2m(S_3 + a_3) \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1; \quad (12.5)$$

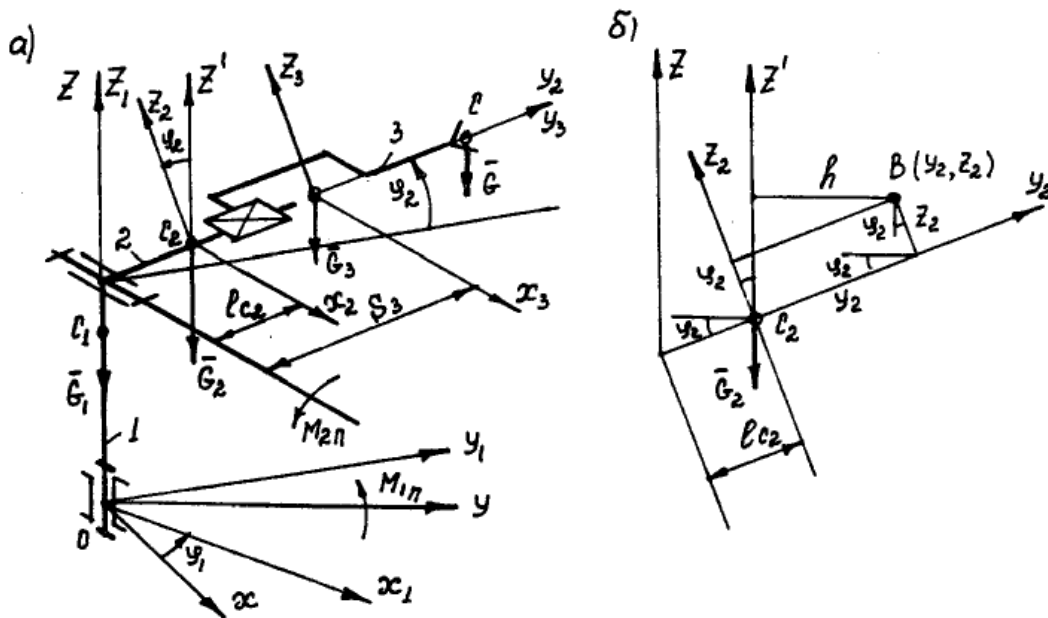
$$\frac{\partial T}{\partial S_2} = 0; \quad \frac{dT}{d\dot{S}_2} = (m_2 + m_3 + m)\dot{S}_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{S}_2} \right) = (m_2 + m_3 + m)\ddot{S}_2; \\ \frac{dT}{dS_3} = m_3 S_3 \dot{\varphi}_1^2 + m(S_3 + a_3)\dot{\varphi}_1^2; \\ \frac{dT}{d\dot{S}_3} = (m_3 + m)\dot{S}_3; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{S}_3} \right) = (m_3 + m)\ddot{S}_3$$

Натижада манипуляторнинг ҳаракатини ифодаловчи дифференциал тенгламалар системасини ҳосил қиламиз

$$(J_{z_1} + J_{z_2} + J_{z_3})\ddot{\varphi}_1 + m_3 S_3^2 \ddot{\varphi}_1 + 2m_3 S_3 \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1 + \\ + 2m(S_3 + a_3) \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1 = M_{1n} - \mu_1 \dot{\varphi}_1; \\ (m_2 + m_3 + m)\ddot{S}_2 = F_{2n} - \mu_2 \ddot{S}_2 - G_2 - G_3 - G \\ (m_3 + m)\ddot{S}_3 - m_3 S_3 \dot{\varphi}_1^2 - m(S_3 + a_3)\dot{\varphi}_1^2 = F_{3n} - \mu_3 \dot{S}_3 \quad (12.6)$$

Келтирилиб чиқарилган (8.6) системани аналитик ечимини олиб φ_1, S_2, S_3 ларни аниқлаш мумкин бўлади. Масалани ечимини компютер имкониятларидан фойдаланиб аниқлаш мақсадга мувофиқдир.

2. Иккита айланма В-синф кинематик ва бир илгариланма-қайтма кинематик жуфтли манипуляторли ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқаришни кўрайлик. 12.2-расмда манипуляторни ҳисоб схемаси келтирилган. Манипулятор кўзгалувчанлик даражаси учга тенг, яъни умумлашган координаталар сони (мос равишда юритгичлар) ҳам учтадир: φ_1 -манипулятор 1 бўғини, яъни устунининг таянчга нисбатан бурилиш бурчаги (3 ўқига нисбатан); φ_2 -иккинчи бўғинни бурилиш бурчаги, S_3 -учинчи бўғинни иккинчи бўғинга нисбатан силжиши.



12.2-расм

Бўгинларнинг инерция моментлари ҳисоблашда кесишувчи ўқларга нисбатан инерция моменти теоремасидан фойдаланамиз. Z^1 ўқида нисбатан юкнинг инерция моменти, C_2 нуқтадан ва φ_2 бурчакни z_2 ўқи билан ҳосил қилганда

$$J_{Z^1} = \sum mh^2 \quad (12.7)$$

бу ерда h^2 - B нуқтадан z^1 ўқгача масофага квадрати.

$$h^2 = (y_2 \cos \varphi_2 - z_2 \sin \varphi_2)^2 = y_2^2 \cos^2 \varphi_2 + z_2^2 \sin^2 \varphi_2 - 2y_2 z_2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2$$

$$J_{Z^1} = \sum m y_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \sum m z_2^2 \sin^2 \varphi_2 -$$

$$2 \sum m y_2 z_2 \sin 2\varphi_2 = J_{y_2} \cos^2 \varphi_2 + J_{z_2} \sin^2 \varphi_2 - J_{y_2 z_2} \sin 2\varphi_2 \quad (12.8)$$

Агарда юк текисликка нисбатан симметрик бўлса, шу текисликка ўтказилган перпендикуляр чизиқ асосий ўқ бўлади. Z_2 ўқи **бош инерция ўқи** бўлиб, $J_{y_2 z_2} = J_{z_2 y_2} = 0$,

Ҳаракатланувчи бўгинларнинг кинетик энергиялари қуйидагича бўлади.

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{z_1} \dot{\varphi}_1^2,$$

$$T_2 = \frac{1}{2} (J_{z_2} \sin^2 \varphi_2 + J_{y_2} \cos^2 \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c_2}^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} (J_{x_2} + m_2 l_{c_2}^2) \dot{\varphi}_2^2 \quad (12.9)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} (J_{z_3} \sin^2 \varphi_2 + J_{y_3} \cos^2 \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 l_{c_3}^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} (J_{x_3} + m_3 l_{c_3}^2) \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{S}_3^2;$$

$$T_4 = G_{ep} = \frac{m}{2} [\dot{S}_3^2 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_1 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_2^2 + (S_3 + a_3) \dot{S}_3 \dot{\varphi}_2 \sin 2\varphi_2]$$

Механизмнинг кинетик энергияси бўгинларнинг ва юкнинг кинетик энергияларини йиғиндисича тенг бўлади.

$$\begin{aligned}
T_1 = & \frac{1}{2} J_{z_1} \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} (J_{z_2} \sin^2 \varphi_2 + J_{y_2} \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c_2}^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} (J_{x_2} + m_2 l_{c_2}^2) \dot{\varphi}_2^2 + \\
& + \frac{1}{2} (J_{z_3} \sin^2 \varphi_2 + J_{y_3} \cos \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} (J_{x_3} + m_3 l_3^2) \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{S}_3^2 + \\
& + \left[\dot{S}_3^2 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_1 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_2^2 + (S_3 + a_3) \dot{S}_3 \dot{\varphi}_2 \sin 2\varphi_2 \right]
\end{aligned}$$

(12.10)

Лагранж тенгламаси бўйича тегишли ҳосилаларни олиб умумлашган координаталарга мос равишда қуйидагича системани, яъни ҳаракатни ифодалайдиган тенгламаларни ҳосил қиламиз.

$$\left. \begin{aligned}
& \dot{\varphi} \left[J_{z_1} + (J_{z_2} + J_{z_3}) \sin^2 \varphi_2 + (J_{y_2} + J_{y_3}) \cos^2 \varphi_2 + (m_2 l_{c_2}^2 + m_3 S_3^2) \cos^2 \varphi_2 + \right. \\
& \left. + m(S_3 + a_3)^2 \cos^2 \varphi_2 \right] + \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \left[(J_{z_2} + J_{z_3}) - (J_{y_2} + J_{y_3}) - (m_2 l_{c_2}^2 + \right. \\
& \left. + m_3 S_3^2) - m(S_3 + a_3)^2 \right] \sin 2\varphi_2 + 2m_3 S_3 \dot{\varphi}_1 \dot{S}_3 \cos^2 \varphi_2 + \\
& \left. + 2m(S_3 + a_3) \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1 \cos^2 \varphi_2 = M_{1n} - \mu_1 \dot{\varphi}_1; \right. \\
& \dot{\varphi}_2 \left[J_{x_2} + J_{x_3} + m_2 l_{c_2}^2 + m_3 S_3^2 + m(S_3 + a_3)^2 \right] + 2m_3 S_3 \dot{\varphi}_2 \dot{S}_3 + 2m(S_3 + a_3) \\
& \left. \dot{S}_3 \dot{\varphi}_2 - \frac{1}{2} m(S_3 + a_3)^2 \right] \sin 2\varphi_2 + \frac{1}{2} m \dot{S}_3^2 \sin 2\varphi_2 + \frac{1}{2} (S_3 + a_3) \ddot{S}_3 \sin 2\varphi_2 = \\
& = M_{2n} - \mu_2 \dot{\varphi}_2 - G l_{c_2} \cos \varphi_2 - G_3 S_3 \cos \varphi_2 - G_1 (S_3 + a_3) \cos \varphi_2; \\
& m_3 \ddot{S}_3 + m \ddot{S}_3 - m_3 \dot{\varphi}_1 S_3 \cos^2 \varphi_2 - m_3 S_3 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m \dot{S}_3 \dot{\varphi}_2 \sin 2\varphi_2 + m(S_3 + a_3) \\
& \left. \dot{\varphi}_2^2 \cos 2\varphi_2 - m(S_3 - a_3) \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 - m(S_3 + a_3) \dot{\varphi}_2^2 = F_{3n} - \mu_3 \dot{S}_3 - G_3 \sin \varphi_2 - \right. \\
& \left. - G_1 \sin \varphi_2 \right.
\end{aligned}
\right\}$$

(12.11)

Келтириб чиқарилган (12.11) системани ечимини компютер ёрдамида ечиш қулайдир.

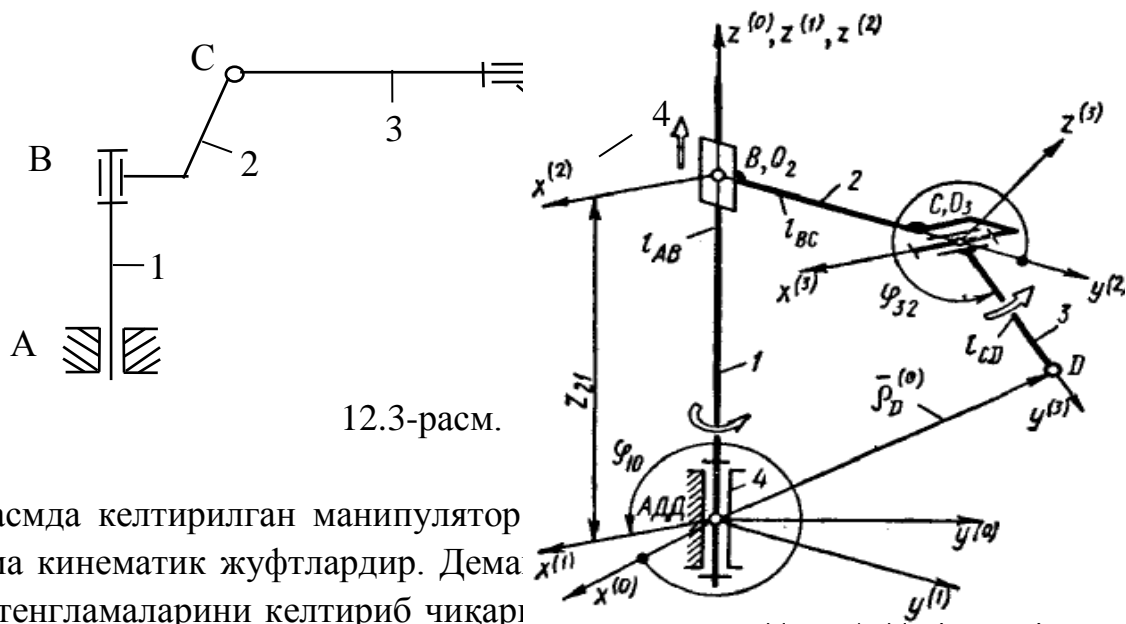
3. Муаммоли масалалар.

Манипуляторлар асосан фазода ҳаракат килувчи механизмлардир. Шу билан бирга, кўп ҳолатларда буғинларнинг массалари ва юкнинг оғирлиги ўзгармаса ҳам, айрим буғинларнинг марказий ўқга нисбатан инерция моментлари ўзгариб туради. Шунинг учун ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқаришда айланма ҳаракат килувчи бўғинлар учун:

$$J_k \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_k}{d\varphi} = M_x - M_x \quad (12.12)$$

бу ерда, J_k -келтирилган инерция моменти ω -буғин бурчак тезлиги; φ -буғинни бурчак силжиши;

M_x - юритувчи момент, M_k -қаршилик кучларининг моменти.



12.3-расм.

12.3-расмда келтирилган манипулятор синф айланма кинематик жуфтлардир. Дема та. Ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқар тенгламадан фойдаланиш тавсия етилади.

4. Хулоса.

Саноат роботларини ҳаракат тенгламаларини лагранжинг ИИ- тартибли тенгласидан фойдаланиб ҳар бир умумлашган координата учун ҳосил қилиш мумкин экан. Бунда барча кучлар ҳисобга олиниши, кинематик характеристикалар олдиндан маълум бўлиши зарур. Инерция моментларини ўзгариши ҳам ҳисобга олиниши керак бўлади.

Ўз-ўзини текшириш учун саволлар

1. Манипулторларни ҳаракат тенгламалари қандай тартибда келтириб чиқарилади?
2. Манипуляторларнинг ҳаракат тенгламалари қайси усулларда ечилади? Натижалар қандай тарзда олинади?
3. Ҳаракат тенгласини тузишга мисол келтиринг.
4. Инерция моменти ўзгарувчан бўгинли манипулятор ҳаракат тенгласи қандай келтириб чиқарилади?