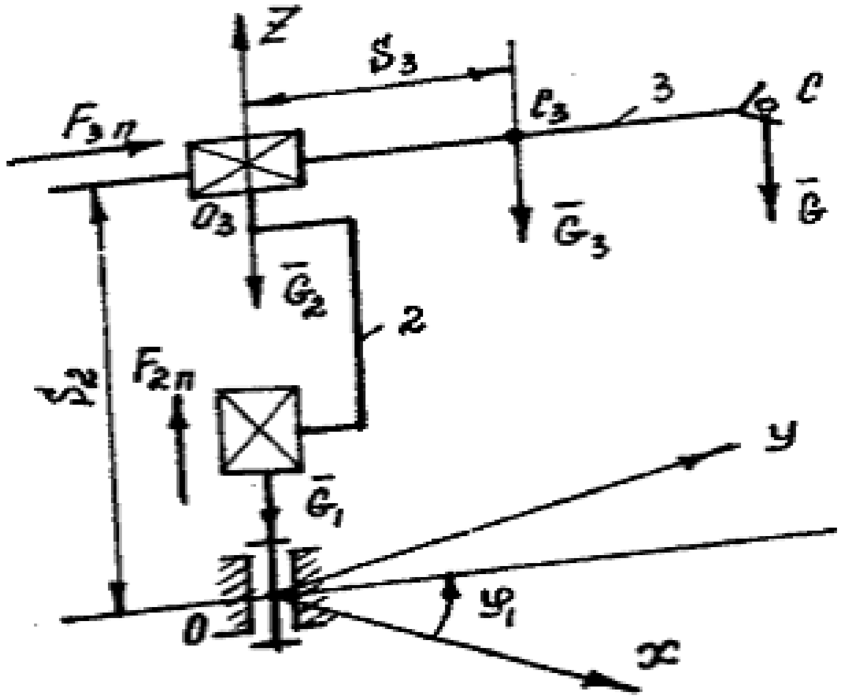
САНОАТ РОБОТЛАРИНИ ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ЧИҚАРИШ УСЛУБИ.

•

Режа:

1. Манипулятор ҳаракат тенгламасини тузиш.
2. Икки айланма ва бир илгарланма қайтма кинематик жуфтлардан иборат манипулятор ҳаракат тенгламаси.
3. Муаммоли масалалар.
4. Хулоса.

- 1. Саноат роботларини бўғинларини ҳаракат тенгламаларини Лагранжнинг 2-тартибли тенгламасидан фойдаланиб топиш мумкин;
- $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Qc$$
- бу ерда, Т-системанинг кинетик енергияси;
- $қ_{и}$-умумлашган координата;
- Қс-умумлашган кучлар.



• 12.1-расм.

• Олдинги маърузаларимизда таҳлил килинган манипуляторларни ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқаришни кўрайлик.

- 12.1-расмда саноат роботининг ҳисоб схемаси, яъни динамик модели кўрсатилган. Ушбу саноат роботи учун умумлашган координиаталарни қабул қиламиз:
- φ_1-1 бўғиннning ўз ўқи атрофида бурилиш бурчаги;
- c_2- 2 бўғиннинг 1 б ўғ инга нисбатан силжиши (ўз ўқи бўйлаб)
- c_3-3-бўғинни 2 б ўғинга нисбатан силжиши.
-

- Умумлашган куч моменти.
- $M_1 = M_{1н} - \mu_{1\ 1}\dot{\varphi}$;
- $Қ_2 = Ф_{2н} - \mu_2 \dot{S} - Г_2 - Г_3 - Г$:
- бу ерда, $M_{1н}$ - айланма юритгичнинг моменти;
- $\mu_и$ - ички ишқаланиш коеффиценти;
- $Ф_{2н}$-кўтариш кучи;

- $Г_2$,$Г_3$,Г-2.3 б ўғинларнинг ва юкнинг оғирлик кучлари;
- μ_2,C_2-ички ишқаланиш кучи;
- Шунингдек $Қ_3=Ф_{3н}-\mu_3\dot{S}_3$
- бу ерда $Ф_{3н}$-қисқичнинг чиқариш (силжиш) кучи (юритгич орқали); $\mu_3\dot{S}_3$-ички ишқаланиш кучи.
- Манипулятор кинетик энергияси бўғинлар ва юкнинг кинетик энергияларини йиғиндисига тенг.

$$T=\sum_{i=1}^{n}T_i=T_1+T_2+T_3+T_{юк}$$

- Кинетик енергияни ҳисоблашда юкни материал нуқта деб, инерция моментини эса, икки параллел ўқлар теоремасидан фойдаланиб, яъни юкни З ўқига нисбатан инерция моменти оғирлик марказидан ўтган унга нисбатан инерция моментига унинг массасини ўқлар орасидаги масофа квадрати кўпайтмасини йиғиндисига тенг бўлади
-
  - $Ж_з = Ж_{зс} + мд^2$ (12.2)

- Бўғинларнинг ва юкнинг инерция моментлари умумлашган координаталар орқали ифодаланса
-
$$\grave{O}_1 = \frac{1}{2} J_{z_1} \dot{\varphi}_1^2;$$
$$T_2 = \frac{1}{2}\left(J_{z_2} \dot{\varphi}_1^2 + m\dot{s}_2^2\right);$$
$$T_3 = \frac{1}{2}\left(J_{z_3} + mS_3^2\right)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_s \dot{s}_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{s}_3^2;$$
$$T_4 = \frac{mv_c^2}{2} = \frac{m}{2}\left[\dot{s}_3^2 + \left(s_3 + a_3\right)^2 \dot{\varphi}_1^2 + \dot{s}_2^2\right]$$

- (12.3)

- Олинган қийматларни баъзи ўзгартиришлардан сўнг (12.1) га қўйсак система кинематик энергияси
-

$$T = \frac{1}{2}\left\{\dot{\varphi}_1^2\left(Jz_1 + Jz_2 + Jz_3\right) + \dot{\varphi}_1^2\left[m_3\dot{S}_3^2 + m\left(S_3 + a_3\right)^2\right] + \right.$$
$$\left. + m_2\dot{S}_2^2 + m_3\left(\dot{S}_2^2 + \dot{S}_3^2\right) + m\left(\dot{S}_3^2 + \dot{S}_2^2\right)\right.$$

- (12.4)

- Лагранж тенгламаси бўйича ҳосилаларни аниқлаймиз

$$\frac{dT}{d\varphi_1}=0;\ \frac{dT}{d\dot\varphi_1}=\left(Jz_1+Jz_2+Jz_3\right)\dot\varphi_1+\left[m_3\dot S_3^2+m\left(S_3+a_3\right)^2\right]\dot\varphi_1;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot\varphi_1}\right)=\left(Jz_1+Jz_2+Jz_3\right)\ddot\varphi_1+2m_3S_3\dot S_3\dot\varphi_1+m_3S_3^2\ddot\varphi_1+2m\left(S_3+a_3\right)\dot S_3\dot\varphi_1;$$

- (12.5)

$$\frac{\partial T}{\partial S_2}=0; \qquad \frac{dT}{d\dot S_2}=\left(m_2+m_3+m\right)\dot S_2;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot S_2}\right)=\left(m_2+m_3+m\right)\ddot S_2;$$

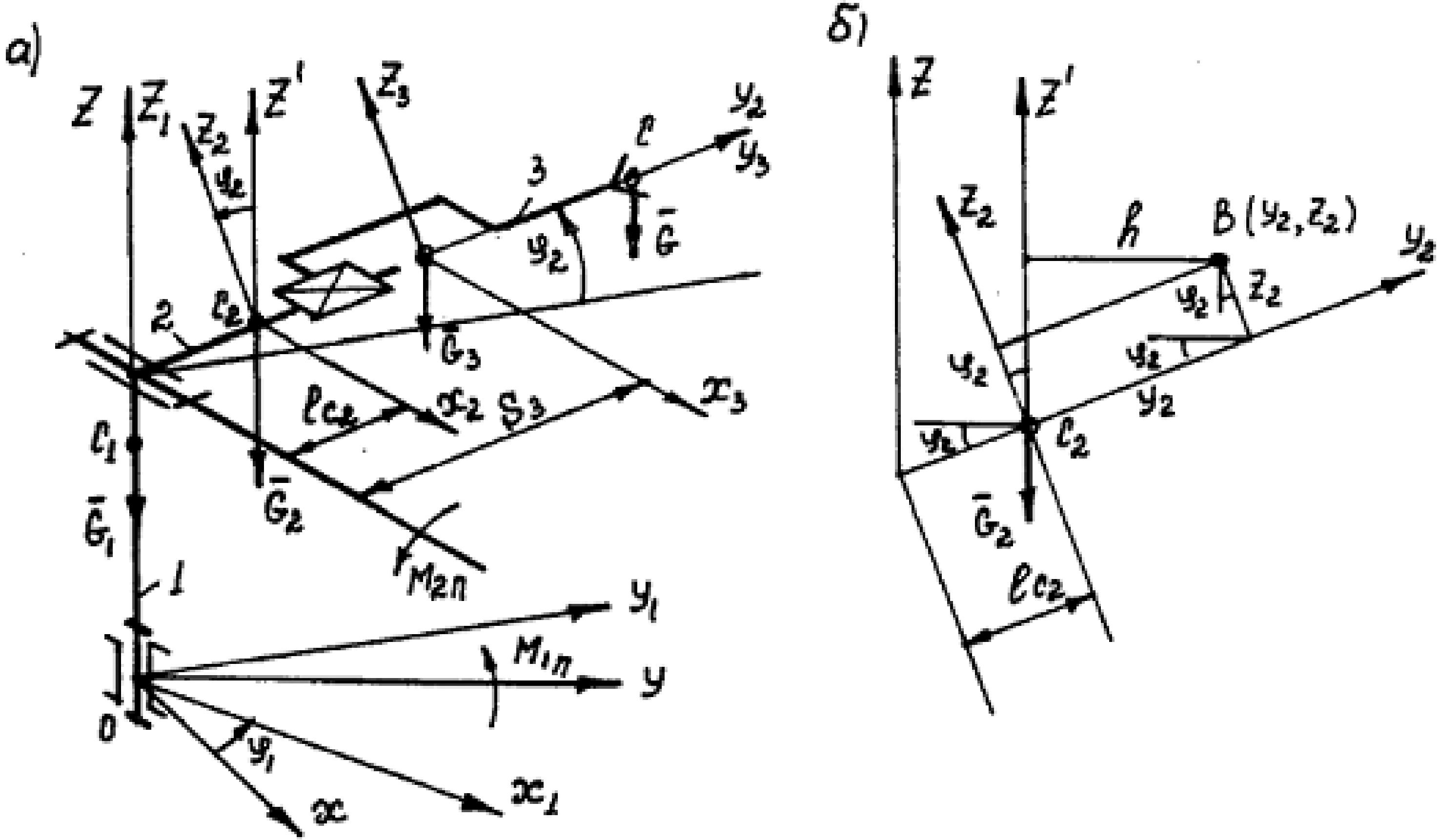
$$\frac{dT}{dS_3}=m_3s_3\dot\varphi_1^2+m\left(S_3+a_3\right)\dot\varphi_1^2;$$

$$\frac{dT}{d\dot S_3}=\left(m_3+m\right)\dot S_3; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot S_2}\right)=\left(m_3+m\right)\ddot S_3$$

- Натижада манипуляторнинг ҳаракатини ифодаловчи дифференциал тенгламалар системасини ҳосил қиламиз
- $$\left(Jz_1 + Jz_2 + Jz_3\right)\ddot{\varphi}_1 + m_3 S_3^2 \ddot{\varphi}_1 + 2m_3 S_3 \dot{S}_3 \dot{\varphi}_1 +$$
  $$+ 2m\left(S_3 + a_3\right)\ddot{S}_3 \dot{\varphi}_1 = M_{1n} - \mu_1 \dot{\varphi}_1;$$
  $$\left(m_2 + m_3 + m\right)\ddot{s}_2 = F_{2n} - \mu_2 \ddot{S}_2 - G_2 - G_3 - G$$
  $$\left(m_3 + m\right)\ddot{S}_3 - m_3 S_3 \dot{\varphi}_1^2 - m\left(S_3 + a_3\right)\dot{\varphi}_1 = F_{3n} - \mu_3 \dot{S}_3$$
- (12.6)
- Келтирилиб чиқарилган (8.6) системани аналитик ечимини олиб φ_1,C_2,C_3 ларни аниқлаш мумкин бўлади. Масалани ечимини компютер имкониятларидан фойдаланиб аниқлаш мақсадга мувофиқдир.

- Натижада манипуляторнинг ҳаракатини ифодаловчи дифференциал тенгламалар системасини ҳосил қиламиз
- $$\left(Jz_1+Jz_2+Jz_3\right)\ddot{\varphi}_1+m_3S_3^2\ddot{\varphi}_1+2m_3S_3\dot{S}_3\dot{\varphi}_1+$$
$$+2m\left(S_3+a_3\right)\ddot{S}_3\dot{\varphi}_1=M_{1n}-\mu_1\dot{\varphi}_1;$$
$$\left(m_2+m_3+m\right)\ddot{s}_2=F_{2n}-\mu_2\ddot{S}_2-G_2-G_3-G$$
$$\left(m_3+m\right)\ddot{S}_3-m_3S_3\dot{\varphi}_1^2-m\left(S_3+a_3\right)\dot{\varphi}_1=F_{3n}-\mu_3\dot{S}_3$$
- (12.6)
- Келтирилиб чиқарилган (8.6) системани аналитик ечимини олиб φ_1,C_2,C_3 ларни аниқлаш мумкин бўлади. Масалани ечимини компютер имкониятларидан фойдаланиб аниқлаш мақсадга мувофиқдир.

- **2.** Иккита айланма В-синф кинематик ва бир илгариланма-қайтма кинематик жуфтли манипуляторли ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқаришни кўрайлик. 12.2-расмда манипуляторни ҳисоб схемаси келтирилган. Манипулятор қўзғалувчанлик даражаси учга тенг, яъни умумлашган координаталар сони (мос равишда юритгичлар) хам учтадир: φ_1-манипулятор 1 бўғини, яъни устунининг таянчга нисбатан бурилиш бурчаги(З ўқига нисбатан); φ_2-иккинчи бўғинни бурилиш бурчаги,C_3-учинчи бўғинни иккинчи бўғинга нисбатан силжиши.
-



а)
Z
Z1
Z2
Z'
Z3
y2
y3
ℓ
3
φ2
G
G3
2
C2
ℓc2
x2
S3
x3
C1
G2
G1
M2п
1
y1
M1п
y
0
φ1
x
x1
б)
Z
Z'
Z2
h
B(y2,z2)
y2
φ2
z2
C2
G2
ℓc2

- 12.2-расм

- Бўғинларнинг инерция моментлари ҳисоблашда кесишувчи ўқларга нисбатан инерция моменти теоремасидан фойдаланамиз. З¹ ўқига нисбатан юкнинг инерция моменти, $С_2$ нуқтадан ва φ_2 бурчакни $з_2$ ўқи билан ҳосил қилганда
- $$Jz^1 = \sum mh^2 \qquad (12.7)$$
- бу ерда $ҳ^2$ - Б нуқтадан з¹ ўқгача масофага квадрати.
- $ҳ^2=(й_2сос\varphi_2-З_2син\varphi_2)^2=й_2{}^2сос^2\varphi_2+З_2{}^2син^2\varphi_2-й_2З_2син2\varphi_2$
- ёки

$$Jz^1 = \sum my_2^2 \cos\varphi_2 + \sum mz_2^2 \sin^2\varphi_2 -$$
$$-\sum my_2 z_2 \sin 2\varphi_2 = Jy_2 \cos^2\varphi_2 + Jz_2 \sin^2\varphi_2 - Jy_2 z_2 \sin 2\varphi_2 \qquad (12.8)$$

-

- Агарда юк текисликка нисбатан симметрик бўлса, шу текисликка ўтказилган перпендикуляр чизиқ асосий ўқ бўлади. З$_2$ ўқи **бош инерция ўқи** бўлиб, Жй$_2$=Жз$_2$й$_2$=0,
- Ҳаракатланувчи бўғинларнинг кинетик енергиялари қуйидагича бўлади.

$$T_1 = \frac{1}{2} Jz_1 \dot{\varphi}_1^2,$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(Jz_2 \sin^2\varphi_2 + Jy_2\varphi_2\right)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_2 + \frac{1}{2}\left(Jx_2 + m_2 l_{c2}^2\right)\dot{\varphi}_2^2$$

-

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(Jz_3 \sin^2\varphi_2 + Jy_3\varphi_2\right)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_2 + \frac{1}{2}\left(Jx_3 + m_3 l_3^2\right)\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{S}_3^2;$$

$$T_4 = G_{гр} = \frac{m}{2}\left[\dot{S}_3^2 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_1 + (S_3 + a_3)^2 \dot{\varphi}_2^2 + (S_3 + a_3)\dot{S}_3\dot{\varphi}_2 \sin 2\varphi_2\right]$$

- (12.9)

- Механизмнинг кинетик енергияси бўғинларнинг ва юкнинг кинетик енергияларини йиғиндисича тенг бўлади.

$$T_1 = \frac{1}{2} Jz_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}\left(Jz_2 \sin^2\varphi_2 + Jy_2\varphi_2\right)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_2 + \frac{1}{2}\left(Jx_2 + m_2 l_{c2}^2\right)\dot{\varphi}_2^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}\left(Jz_3 \sin^2\varphi_2 + Jy_3 \cos\varphi_2\right)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_2 + \frac{1}{2}\left(Jx_3 + m_3 l_3^2\right)\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{S}_3^2 +$$
$$+\left[\dot{S}_3^2 + \left(S_3 + a_3\right)^2 \dot{\varphi}_1^2 \cos^2\varphi_1 + \left(S_3 + a_3\right)^2 \dot{\varphi}_2^2 + \left(S_3 + a_3\right)\dot{S}_3\dot{\varphi}_2 \sin 2\varphi_2\right].$$

- (12.10)

- Лагранж тенгламаси бўйича тегишли ҳосилаларни олиб умумлашган координаталарга мос равишда қуйидагича системани, яъни ҳаракатни ифодалайдиган тенгламаларни ҳосил қиламиз.

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{\varphi}\Big[Jz_1+(Jz_2+Jz_3)\sin^2\varphi_2+(Jy_2+Jy_3)\cos^2\varphi_2+\left(m_2l_{c2}^2+m_3S_3^2\right)\cos^2\varphi_2+\\
&+m(S_3+a_3)^2\cos^2\varphi_2\Big]+\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2\Big[(Jz_2+Jz_3)-(Jy_2+Jy_3)-(m_2l_{c2}^2+\\
&+m_3S_3^2)-m(S_3+a_3)^2\Big]\sin 2\varphi_2+2m_3S_3\dot{\varphi}_1\dot{S}_3\cos^2\varphi_2+\\
&+2m(S_3+a_3)\dot{S}_3\dot{\varphi}_1\cos^2\varphi_2=M_{1n}-\mu_1\dot{\varphi}_1;\\
&\ddot{\varphi}_2\Big[Jx_2+Jx_3+m_2l_{c2}^2+m_3S_3^2+m(S_3+a_3)^2\Big]+2m_3S_3\dot{\varphi}_2z\dot{S}_3+2m(S_3+a_3)\\
&\dot{S}_3\dot{\varphi}_2-\frac{1}{2}m(S_3+a)^2\Big]\sin 2\varphi_2+\frac{1}{2}m\dot{S}_3^2\sin 2\varphi_2+\frac{1}{2}(S_3+a_3)\ddot{S}_3\sin 2\varphi_2=\\
&=M_{2n}-\mu_2\dot{\varphi}_2-Gl_{c2}\cos\varphi_2-G_3S_3\cos\varphi_2-G_1(S_3+a_3)\cos\varphi_2;\\
&m_3\ddot{S}_3+m\ddot{S}_3-m_3\dot{\varphi}_1S_3\cos^2\varphi_2-m_3S_3\dot{\varphi}_2^2+\frac{1}{2}m\dot{S}_3\dot{\varphi}_2\sin 2\varphi_2+m(S_3+a_3)\\
&\dot{\varphi}_2^2\cos 2\varphi_2-m(S_3-a)\dot{\varphi}_1^2\cos d^2\varphi_2-m(S_3+a_3)\dot{\varphi}_2^2=F_{3n}-\mu_3\dot{S}_3-G_3\sin\varphi_2-\\
&-G_1\sin\varphi_2
\end{aligned}\right\}$$

- (12.11)

- Келтириб чиқарилган (12.11) системани ечимини компютер ёрдамида ечиш қулайдир.