Lecture 3

3. Булийн алгебр

Булийн алгебр нь логик илэрхийллийг хялбарчлах, оновчтой хэлбэрт оруулахад зориулагдсан хуулиудын цогц юм. Өмнөх бүлгүүдэд бид логик илэрхийлэл гэж юу вэ? түүнийг үнэний хүснэгт болон логик диаграммаас хэрхэн гаргаж авах вэ? гэдэгтэй танилцаж байсан билээ. Ийм замаар гаргаж авсан логик илэрхийллүүд нь ихэнхдээ хамгийн оновчтой хэлбэр болох хялбарчлагдсан хувилбарт шилжээгүй байдаг. Харин Булийн алгебр нь логик илэрхийллүүдийг хялбарчлах хураангуй болгох цэгцтэй аргачлалыг олгодог.

3.1 Булийн алгебрийн акстомууд.

Аксиом 1	0 * 0 = 0	Аксиом 6	0 + 1 = 1
Аксиом 2	0 * 1 = 0	Аксиом 7	1 + 0 = 1
Аксиом 3	1 * 0 = 0	Аксиом 8	1 + 1 = 1
Аксиом 4	1 * 1 = 1	Аксиом 9	1 = 0
Аксиом 5	0 + 0 = 0	Аксиом 10	0 = 1

Эдгээр аксиомууд нь үндсэн 3 логик элементийн оролт гаралтын утгын харилцан хамаарлыг илэрхийлсэн байдаг бөгөөд батлах шаардлагагүй юм.

3.2 Булийн алгебрийн теоромууд. Булийн алгебрийн теоромууд нь:

1. AB = BA (3.1)

A	B	AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

=

Â	À	BÀ
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Теоромоос харахад *үржигдэххүүний байрыг солиход үржвэр өөрчлөгдөхгүй* гэсэн арифметикийн теоромтой адил байна. Логик үржигчийн оролтын утгуудын байрыг солиход логик үржигчийн гаралтын утгууд өөрчлөгдөхгүй.

2. A + B = B + A (3.2)

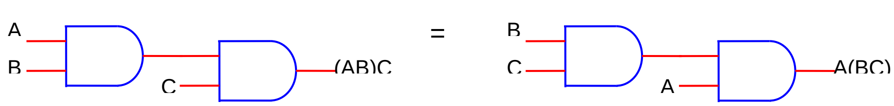
A	B	A+B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

=

Â	À	B+À
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Өмнөх теоромын адил логик нэмэгчийн оролтын утгуудын байрыг солих нь гаралтын утгад нөлөөлөхгүй гэдгийг харуулж байна.

3. (A B) C = A (B C) (3.3)

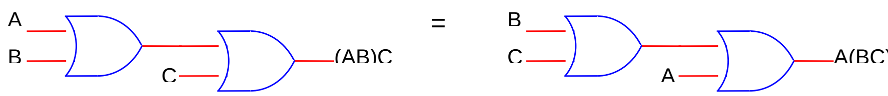


A	B	C	AB	(AB)C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

=

A	B	C	BC	A(BC)
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

4. (A + B) + C = A + (B + C) (3.4)



A	B	C	AB	(AB)C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

=

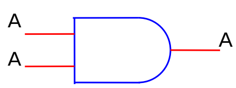
A	B	C	BC	A(BC)
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Дээрхи хоёр теором нь зөвхөн 3 оролттой логикуудын хувьд л хүчинтэй гэж ойлгож болохгүй. 4 болон түнээс дээү аргументтай илэрхийллийн хувьд ч биелнэ.

A(BCD) = (AB)(CD) = (ABC)D = ABCD

A + (B + C + D) = (A + B) + (C + D) = (A+B + C) + D = A + B + C + D

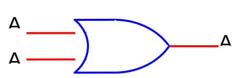
5. A A = A (3.5)



Хэрэв A = 0 гэвэл 0 • 0 = 0

Хэрэв A = 1 гэвэл 1 • 1 = 1

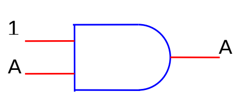
6. A + A = A (3.6)



Хэрэв A = 0 гэвэл 0 + 0 = 0

Хэрэв A = 1 гэвэл 1 + 1 = 1

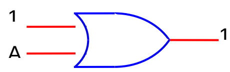
7. A • 1 = A (3.7)



Хэрэв $A = 0$ гэвэл $A \cdot 1 = 0 \cdot 1 = 0 = A$

Хэрэв $A = 1$ гэвэл $A \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1 = A$

8. $A + 1 = 1$ (3.8)



Хэрэв $A = 0$ гэвэл $A + 1 = 0 + 1 = 1$

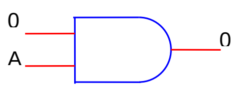
Хэрэв $A = 1$ гэвэл $A + 1 = 1 + 1 = 1$

A гэсэн логик хувьсагчийн оронд логик илэрхийлэл ч байж боно. Тийм үед ч дээрхи теоромууд хүчинтэй.

$(ABC + D) \bullet 1 = ABC + D$

$ABC + D + 1 = 1$

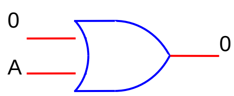
9. $A \bullet 0 = 0$ (3.9)



Хэрэв $A = 0$ гэвэл $A \bullet 1 = 0 \bullet 0 = 0$

Хэрэв $A = 1$ гэвэл $A \bullet 1 = 1 \bullet 0 = 0$

10. $A + 0 = A$ (3.10)



Хэрэв $A = 0$ гэвэл $A + 1 = 0 + 0 = 0 = A$

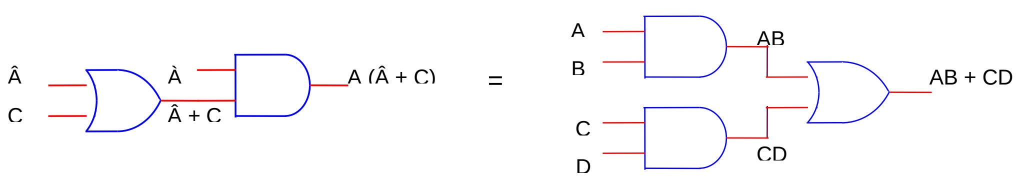
Хэрэв $A = 1$ гэвэл $A + 1 = 1 + 0 = 1 = A$

9, 10-р теоромуудын хувьд ч A логик хувьсагчийн оронд логик илэрхийлэлийг бичвэл:

$(ABC + D) \bullet 0 = 0$

$ABC + D + 0 = ABC + D$

11. $A (B + C) = AB + AC$ (3.11)

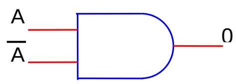


A	B	C	B + C	A (B + C)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

=

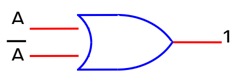
A	B	C	AC	AB	ÀÂ + AÑ
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

12. $A\bar{A} = 0$ (3.12)



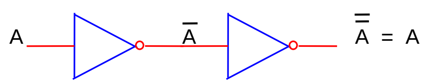
Хэрэв A = 0 гэвэл $A \bullet \bar{A} = 0 \bullet 1 = 0$
Хэрэв A = 1 гэвэл $A \bullet \bar{A} = 1 \bullet 0 = 0$

13. $A + \bar{A} = 1$ (3.13)



Хэрэв A = 0 гэвэл $A + \bar{A} = 0 + 1 = 1$
Хэрэв A = 1 гэвэл $A + \bar{A} = 1 + 0 = 1$

14. $\bar{\bar{A}} = A$ (3.14)



Õýðýâ À = 0 ãýâýë $\bar{A} = 1 \Rightarrow A = \bar{\bar{1}} = 0 \equiv A$
Õýðýâ À = 1 ãýâýë $\bar{A} = 0 \Rightarrow A = \bar{\bar{0}} = 1 \equiv A$

15. $A + AB = A$ (3.15)

Ýíý òåîðîìûí áàòàëãàà íü:

$$A + AB = A(1 + B) = A \bullet 1 = A$$

Òåîðîìûã ëîãèê èëýðõèéëýëèéã õÿëáàð÷ëàõàä àøèãëàâàë:

$$A + A(\bar{B}C + D) = A$$

16. $A(A + B) = A$ (3.16)

Òåîðîìûí áàòàëãàà íü:

$$A(A + B) = AA + AB = A + AB = A$$

17. $A + \bar{A}B = A + B$ (3.14)

$$A + \bar{A}B = A \bullet 1 + \bar{A}B = A(1 + B) + \bar{A}B = A + AB + \bar{A}B = A + (A + \bar{A})B = A + 1 \bullet B = A + B$$

Дээрхи теоромуудыг ашиглан логик илэрхийллүүдийг хялбарчлая..

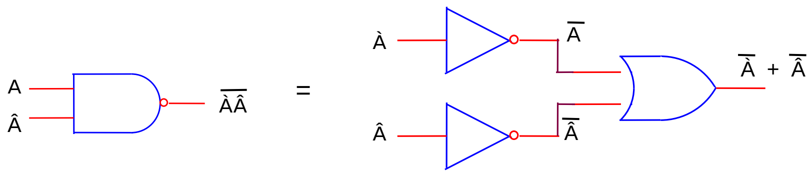
Жишээ 1: $W = ABC + AB\bar{C} = \underbrace{AB(C + \bar{C})}_{\text{Òåîðîì 11-c}} = \underbrace{AB \cdot 1}_{\text{Òåîðîì 13-c}} = AB$

Жишээ 2: $A = X + Y + \bar{X}\bar{Y}Z = X + Y + \underbrace{\bar{Y}\bar{X}}_{\text{Òåîðîì 1-c}}Z = X + \underbrace{Y + \bar{X}Z}_{\text{Òåîðîì 17-c}} = \underbrace{Y + X}_{\text{Òåîðîì 2-c}} + \bar{X}Z = Y + \underbrace{X + Z}_{\text{Òåîðîì 17-c}} = X + Y + Z$

3.3 Де Морганы теором. Булийн алгебрийн нэг чухал теором бол Де Морганы теором юм. Де Морганы теоромын хоёр хэлбэр байдаг.

1. $\overline{A\,B} = \bar{A} + \bar{B}$ (3.18)

Энэ теором нь NAND логикоор оролт нь инверслэгдсэн логик нэмэгчийг орлуулж болохыг харуулж байгаагаараа их чухал юм.

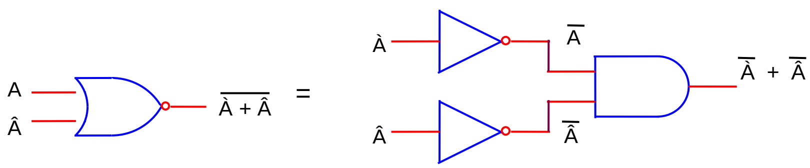


A	B	AÂ	$\overline{\text{AÂ}}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

=

À	Â	$\bar{\text{À}}$	$\bar{\text{Â}}$	$\bar{\text{À}} + \bar{\text{Â}}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

2. $\overline{A + B} = \bar{A}\,\bar{B}$ (3.19)



A	B	A + Â	$\overline{\text{A + Â}}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

=

À	Â	$\bar{\text{À}}$	$\bar{\text{Â}}$	$\bar{\text{À}}\,\bar{\text{Â}}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

Де Морганы теором нь хоёроос дээш тооны хувьсагчидын хувьд ч хүчинтэй. Жишээ нь 3 хувьсагч байна гэж үзвэл:

$$\bar{\text{À}} + \bar{\text{Â}} + \bar{\text{Ñ}} = \overline{A\,B\,C}$$

Де-Морганы теором ашигласан жишээ авъя.

Жишээ : $W = \overline{\bar{A}\bar{B}\,(\bar{C} + \bar{D})} = \underbrace{\overline{\bar{A}\bar{B}} + (\overline{\bar{C} + \bar{D}})} = \underbrace{\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}}} + \underbrace{\bar{\bar{C}}\bar{\bar{D}}} = A + B + CD$

Äå-Ìîðãàíû òåîðåìîîñ Òåîðåì 14-c

Жишээ 2: $V = \overline{\overline{(X + \overline{\overline{YZ}})}\,(\bar{X}YZ)} = \overline{\overline{(X + \overline{\overline{YZ}})}} + \overline{\bar{X}YZ} = (X + \overline{YZ}) + \bar{\bar{X}} + \bar{Y} + \bar{Z} = X + \bar{Y} + \bar{Z} + X + \bar{Y} + \bar{Z} = X + \bar{Y} + \bar{Z}$

3.4 Карногийг карт. Бид хэдийгээр Булийн алгебрийн теоромуудыг ашиглан логик илэрхийллийг хялбарчлах боломжтой ч энэ нь зарим талаар нилээд хүндрэлтэй байдаг. Харин Карногийн картын арга (Венийн диаграмм ч гэдэг) нь харьцангуй хялбар. Карногийн карт гэдэг нь тухайн логик функцийн аргументуудын бүх боломжит комбинациудаар хаяглагдсан карт юм. Картын нүдний тоо аргументын тоотой *2"n* хамааралтай. Өрөөр хэлбэл n тооны аргументтай логик функц байна гэвэл түүнд харгалзах Карногийн картын нүдний тоо 2" байна гэсэн үг юм.

2 аргументтай функцэд харгалзах Карногийн карт

3 аргументтай функцэд харгалзах Карногийн карт

4 аргументтай функцэд харгалзах Карногийн карт

Картын нүднүүд тодорхой дүрмийн дагуу хаяглагдана. Картын тухайн нэг нүднээс мер болон баганы дагуу нэг шилжүүлэхэд уг нүдийг хаяглаж байгаа аргументуудын нэгийнх нь л хэлбэр өөрчлөгдөнө. Жишээлбэл 2 аргументтай функц хэрхэн хаяглагдаж байгаа талаар авч үзье. 2 аргументтай тул 4 нүдтэй карт зурагдана.

	$\overline{Â}$	Â
$\overline{Ã}$	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
À	$A\bar{B}$	AB

Хэрэв 3 аргументтай бол.

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$
A	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	ABC	$AB\bar{C}$

4 аргументтай функцийн хувьд.

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$
$\bar{A}D$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}BCD$	$\bar{A}B\bar{C}D$
AD	$A\bar{B}\bar{C}D$	$A\bar{B}CD$	ABCD	$AB\bar{C}D$
$A\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$ABC\bar{D}$	$AB\bar{C}\bar{D}$

Эндээс харахад Карногийн картын багана мер бүр тодорхой нэг аргументын тодорхой нэг хэлбэрт (инверстэй болон инверсгүй) харъялагдаж байна. Вид карт хэрхэн хаяглагддаг талаар авч үзлээ.

Энэ хаяглалт ямар учиртай юм бэ? Дээр өгүүлсэн хаяглалтын хэлбэрүүд буюу комбинацууд тус бүрт харгалзсан логик үйлдлийн утга (гаралтын утга) байна. Эдгээр утгууд Карногийн картан дээр давхцахгүйгээр бууна. Гэхдээ энэ аргаар хялбарчлахдаа үнэний зөвхөн "1" гэсэн утгуудыг юм уу, эсвэл зөвхөн "O" гэсэн утгуудыг буулгадаг. Голчлон "1"-ийг буулгах замаар шийддэг.

Тэгэхээр Карногийн картанд утгуудыг буулгахдаа үнэний хүснэгтээс буулгах нь илүү тохиромжтой. Жишээ нь 3 аргументтай. дараахь үнэний хүснэгтээс карногийн картанд гаралтын утгуудыг буулгая.

C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1			1
A	1	1	1	

“1”-¿¿äèéã áóóëãàâàë

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$		0		0
A	0			

“0”-¿¿äèéã áóóëãàâàë

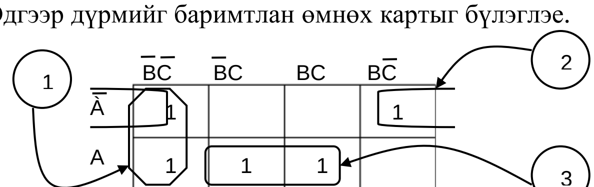
Гаралтын утгуудыг буулгахдаа "1"-үүдийг буулгаж байна уу, "О"-үүдийг буулгаж байна гэдгээс шалтгаалан аль нүдэнд буулгахаа шийддэг. Хэрэв "1"-үүдийг буулгаж байгаа бол уг гаралтын утганд харгалзах аргументуудын хослолуудын "О" утгатай нь инверстэй хэлбэр болж явна. Харин "О"-үүдийг буулгаж байгаа бол аргументуудийн "1" утгууд инверстэй хэлбэр болж явна. Бидний өмнөх жишээнд "1"-үүдийг буулгаж байгаа тул аргументын хослолуудын "О" утгууд инверстэй хэлбэр болно. Жишээ нь үнэний хүснэгтээс гаралтын утгуудын хамгийн эхний "1"-ийг хэрхэн буулгаж байгааг авч үзье. Зураг дахь үнэний хүснэгтийн хамгийн эхний комбинацид (А=О, В=О, С=О) гаралтын утга "1" (Y=1) байна. Уг "1"-г картанд буулгахдаа комбинациудын утгыг анхаарч үзнэ. Түүнд харгалзах оролтын комбинац нь А = О, В = О, С = 0 байгаа тул А, В, С туе бүрийн инверстэй хэлбэрүүдэд харгалзах нүдэнд "1"-ийг буулгана. Энэ нүд нь картын хамгийн зүүн дээд талын нүд юм (дээрхи зургийн). Харин дараагийн "1"-ийн буух нүд нь А-ийн инверсгүй (учир нь уг тохиолдолд харгалзах А-н утга "1" байна) В болон С- ийн инверстэй хэлбэрүүдээр хаяглагдсан байна. Энэ нүд нь картын хамгийн зүүн доод талын нүд юм.

Дээрхи зургийн хоёр дахь картанд картанд "О"-үүдийг хэрхэн буулгасныг харуулжээ. "О"-үүдийг буулгахдаа аргументийн инверстэй хэлбэрээр "1" утгатайг нь, инверсгүй хэлбэрээр "О" утгатайг нь авч үзэх ёстой юм. Тодруулбал А = 1 , В = 1 , С = 1 утганд харгалзах "О"-ийг картанд буулгах нүд нь А, В, С тус бүрийн инверстэй хэлбэрээр хаяглагдсан нүд байх ёстой гэсэн үг юм.

Ингэж гаралтын утгуудыг буулгасны дараа картан дээрхи "1"-үүдийг бүлэгтэдэг. Бүлэглэхдээ тодорхой дүрмийг баримтална.

1. Бүлэг бүр тэгш өнцөгт хэлбэртэй байна.
2. Бүлэгт орших гаралтын утгуудын тоо 2"-ээр илэрхийлэгдсэн байна.
3. Бүлэг боломжит хамгийн том хэмжээтэй байх ёстой.
4. Бүлгүүдийн тоо боломжит хамгийн цөөн байх ёстой.
5. Бүлгүүд давхцаж болно.
6. Бүх гаралтын утгууд бүлэгт багтсан байх ёстой.

Эдгээр дүрмийг баримтлан өмнөх картыг бүлэглэе.



Картанд буусан гаралтын утгууд 3 бүлэгт багтаж байна.

Карногийн картын аргын дараагийн алхам бол бүлэг тус бүрт логик үржвэр ("1""үүдээр бүлэглэсэн үед), логик нийлбэр ("О"-үүдээр бүлэглэсэн үед) бичдэг. Жишээ нь дээрхи тохиолдолд логик үржвэрүүдийг бичнэ. Бүлэг тус бүрт нэг логик үржвэр бичигдэх бөгөөд үржвэрийг тухайн бүлэгт өөрчлөлтгүйгээр харгалзаж байгаа аргументийн хэлбэрүүдийн хувьд бичнэ. Өөрөөр хэлбэл тухайн бүлгийг хаяглаж байгаа аргументуудын хувьд бичнэ гэсэн үг. 1-р бүлгийн хувьд А аргумент өөрчлөлттэй буюу А-н инверстэй болон инверсгүй хэлбэрүүд хоёул харгалзаж байгаа тул А аргумент үржвэрт бичигдэхгүй. Өөрөөр хэлбэл А аргумент уг бүлгийг хаяглаж чадахгүй байна гэсэн үг юм. Харин В, С аргументуудын инверстэй хэлбэрүүд харгалзаж байгаа тул уг хоёр аргументуудын инверстэй хэлбэрүүдийн үржвэр 1-р бүлэгт харгалзан бичигдэнэ. Энэ мэтчилэн бүлэг бүрт үржвэрүүдийг бичсэний дараа тэдгээрийг хооронд нь логикоор нэмдэг (хэрэв "О"-ээр бүлэглэсэн бол бүлэг бүр логик нийлбэрүүдийг бичээд тэдгээрийг хооронд нь үржүүлдэг). Ингэснээр тухайн функцийн хамгийн хялбарчлагдсан хэлбэр гарч ирнэ. Жишээ нь дээрхи картнаас илэрхийллийг гаргаж авъя.

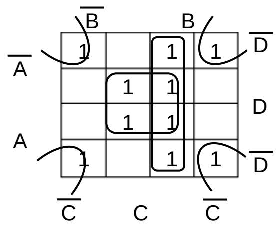
$$Y = \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C} + AC$$

Энэ илэрхийлэл хамгийн хялбарчлагдсан хэлбэр юм. Эндээс мөн хамгийн хялбар логик диаграмм гарч ирнэ. Логик илэрхийллээс логик диаграммыг хэрхэн гаргаж авахыг бид мэдэх билээ.

Одоо 4 аргументтай функцийн логик диаграммыг Карногийн картын аргыг ашиглан гаргаж авъя.

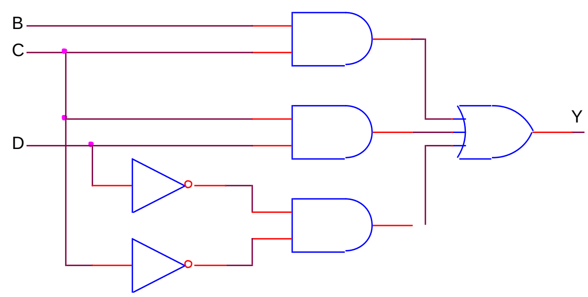
Үнэний хүснэгтээс картанд 1-үүдийг буулгая.

D	C	B	A	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

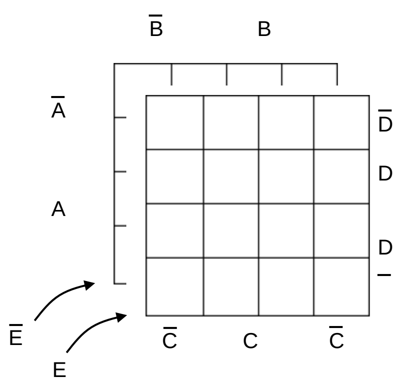


$$Y = BC + CD + \bar{C}\bar{D}$$

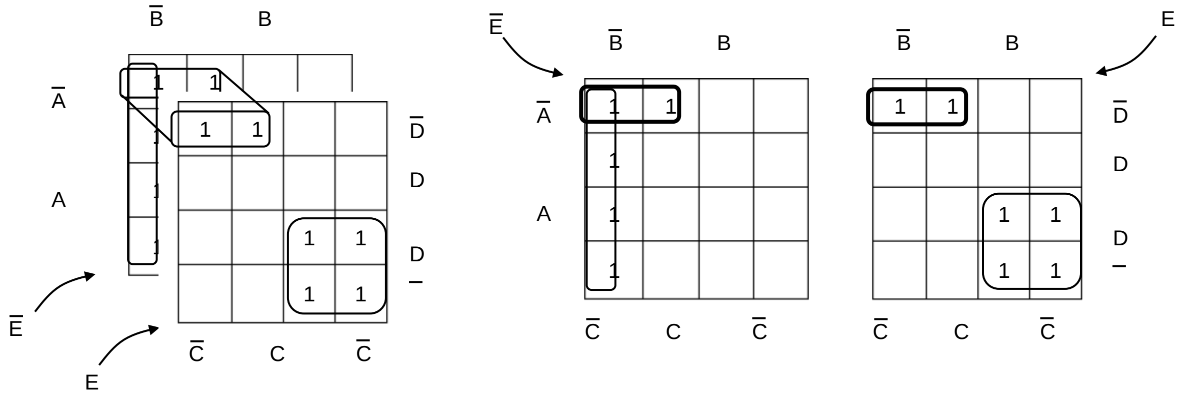
Карногийн картаас гаргаж авсан логик илэрхийлэл.



Бид Карногийн картыг ашиглан 4 хүртэл аргументтай логик функцийг хялбарчилсан харин 5 аргументтай болвол хэрхэн хялбарчлах вэ? 5 аргументтай учир картын нүдний тоо 25 = 32 байх ёстой. Үүнээс гадна аргументийн хэлбэр бүрт картын хагасыг хоорондоо давхцахгүйгээр харгалзуулах буюу хаяглах хэрэгтэй. Эдгээрийг тооцоод картыг хэрхэн хаягласныг үзвэл:



Картыг хаяглахдаа өмнө өгүүлсэний дагуу аргументуудын хэлбэр бүрт картын хагас буюу 16 нүд давхцалгүйгээр харгалзсан байна. Дараахь жишээн дээр авч үзье.



Зургаас харахад давх~~ар х~~оёр хавт~~гай~~д ч гэсэн бүлэглэх дүрэм ижил үйлчилж байна. Зургийн 6 хэсэгт 32 нүдтэй картыг хавтгайд буулгасныг харуулжээ. Эдгээр бүлгүүдэд логик илэрхийллийг бичвэл:

$$Y = BCE + ABE + ABD$$

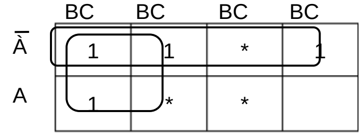
Карногийн гартын аргаар 5 хүртэлх аргументтай функцыг хялбарчилж болно. Харин таваас дээш тооны гаралттай тохиолдолд Квайны аргыг ашиглах нь оновчтой.

3.5 ***Дутуу комбинацтай үнэний хүснэгтээс Карногийн карт ашиглан хамгийн хялбарчлагдсан логик илэрхийллийг гаргаж авах.*** Дутуу комбинацтай үнэний хүснэгт гэж юу вэ? Гурван аргументтай буюу 3 оролттой логик төхөөрөмж байна гэж үзье. Уг логик төхөөрөмжийн оролтонд нийт 8 янзын хослоло орж ирэх боломжтой. Гэхдээ уг логик төхөөрөмжийг холбосон систем нь тухайн логик төхөөрөмжийн оролтонд зарим хослолуудыг огт өгдөггүй байж болно. Хэрэв зохион бүтээгч үүнийг нь мэдэж байгаа бол энэ шинж чанарыг нь ашиглан төхөөрөмжөө илүү хялбарчлах боломжтой байдаг. Жишээ нь дараахь үнэний хүснэгт өгөгдсөн гэж үзье хүснэгтээс харахад аргументуудын сүүлчийн комбинациудад харгалзан гаралтын утга өгөгдөөгүй байна. Өөрөөр хэлбэл уг системд тухайн комбинациудыг логик төхөөрөмийн оролтонд егдөггүй гэсэн үг.

C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1

Энэ тохиолдолд дараахь байдлаар үнэний хүснэгтийг гүйцээж логик төхөөрөмжийг хялбарчилж болно. Логик төхөөрөмжийн гаралтын утга өгөгдөөгүй комбинациудад харгалзан "од" тавьж өгдөг. Энэ "од"-уудаа логик "1" гэж үзэж болох бөгөөд ялгаатай нь уг "од"-ийг заавал бүлэгт багтаах албагүй (Карногийн карт ашиглан бүлэглэж байх үед). Ингээд логик илэрхийллийг гаргаж авъя.

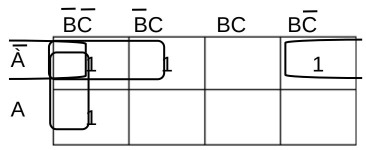
C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	*
1	1	0	*
1	1	1	*



$$Y = \bar{A} + \bar{B}$$

Бүлэглэсэн байдлыг харахад "од"-уудыг логик "1" гэж үзсэн хэдий ч бүгдийг бүлэгт хамруулах гэж зориогүй байна. Өөрөөр хэлбэл "од"-ыг зөвхөн бүлгийн хэмжээг том, цөөн болгоход ашигладаг. Харин энэхүү аргыг ашиглаагүй тохиолдолд ямар үр дүн гарахыг сонирхож үзье.

C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1



$$Y = \overline{A}\,\overline{\grave{A}} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}$$

Энэ нь өмнөхөөс илүү нүсэр бүтэцтэй болох нь илэрхий харагдаж байна.

Äýýðõè òåîðîìóóäûã àøèãëàí ëîãèê èëýðõèéëë¿¿äèéã õÿëáàð÷ëàÿ

Жишээ 1: $W = ABC + AB\overline{C} = \underbrace{AB(C + \overline{C})}_{\text{Теором 11-с}} = AB \cdot \underset{\text{Теором 13-с}}{1} = AB$

Жишээ 2: $A = X + Y + \overline{X}\,\overline{Y}Z = X + Y + \underbrace{\overline{Y}\,\overline{X}}_{\text{Теором 1-с}}Z = X + \underbrace{Y + \overline{X}Z}_{\text{Теором 17-с}} = \underbrace{Y + X}_{\text{Теором 2-с}} + \overline{X}Z = Y + \underbrace{X + Z}_{\text{Теором 17-с}} = X + Y + Z$