

Lecture 4

Квайны арга

Дээр өгүүлсэн аргуудыг ашиглан логик функцийг хялбарчлах нь зарим талаар хамгийн хялбарчлагдсан үр дүнд хүрэхгүй байх тохиолдол бий. Иймд хялбарчлах бусад аргуудтай танилцая. Эдгээр аргуудын нэг нь Квайны арга юм. Энэхүү арга нь үндсэн 2 алхамтай. Эхнийх нь логик илэрхийллийг хялбарчилж импликантуудаас тогтох хувилбарыг гаргаж авах юм. Энэ нь өмнө өгүүлэгдсэн Булийн алгебрийнхтай төстэй бөгөөд доорхи хялбарчлах тэгшитгэлүүдийг ашиглана.

$$AB + A\bar{B} = A(B + \bar{B}) = A \quad (3.20)$$

$$A + AB = A(1 + B) = A \quad (3.21)$$

Эхлээд үнэний хүснэгтээс логик илэрхийллийг гаргаж авна.

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

Логик илэрхийллээс тогтох хялбарчлагдсан хувилбарыг гаргаж авна. Үүний тулд үнэний хүснэгтээс гарсан логик илэрхийллийн нэгдүгээр үржигдэхүүнийг 3.20-н дагуу бусад үржигдэхүүнтэй харьцуулж, хураана. Дараа нь 2-р үржигдэхүүнийг түүнээс хойш байрлах үржигдэхүүнүүдтэй харьцуулж хураана гэх мэтээр хялбарчилна. Жишээ болгож доорхи илэрхийллийг авч үзье.

$$\begin{aligned} Y &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC = \\ &= \bar{A}\bar{C} + \bar{A}B + \bar{B}\bar{C} + AB + AC = \\ &= A + A + \bar{B}\bar{C} + AB + AC = \\ &= A + \bar{B}\bar{C} \end{aligned}$$

Эхлээд 3.20-н дагуу 1-р үржвэрийг 3-р болон 4-р үржвэртэй хурааж AC, AB-г, мөн 2-г 3-тай хурааж BC-г, 3-г 5-тай хурааж AB-г, 4-г 5-тай хурааж AC-г гаргаж авна. Гарсан үр дүнгээ мөн ахин 3.20-г ашиглан ахин хураана. Эцэст нь 3.21-г ашиглан ахин хураахад эцсийн үр дүн гарч байна. Хялбарчлах үйлдлийг илэрхийлэл ахин хялбарчлагдахгүй болтол гүйцэтгэнэ.

Эцсийн хялбарчлагдсан илэрхийллийн гишүүдийг (үржвэрүүдийг) импликантууд гэж нэрлэх бөгөөд илэрхийлэл нь хялбарчлагдсан импликантуудаас тогтох илэрхийлэл юм.

Квайны аргын дараагийн алхам бол хамгийн хялбар хэлбэрийг гаргаж авах алхам юм. Өмнөх алхамын дүнд гарсан илэрхийлэлийн гишүүдэд функц зарим нэгэн илүүдэл гишүүд байх боломжтой. Дараагийн алхам нь эдгээр гишүүдийг олж функцын хамгийн хялбар хувилбарыг гаргаж авах явдал юм. Жишээ болгож дараагийн үнэний хүснэгтээр илэрхийлэгдэх функцыг хялбарчлая.

D	C	B	A	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}C\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + ABC$$

Импликантуудаас тогтох хялбарчлагдсан хувилбарыг 3.20-г ашиглан гаргаж авлаа. Ингэхдээ 1-р болон 2-рын дундаас ABD-г, 1 болон 5-с ABC-г, 2, 3-с ACD-г, 3, 4-с BCD-г, 4, 6-с ABC-г тус тус гаргаж авсан.

Одоо хамгийн багасгасан хувилбарыг гаргаж авахын тулд импликантын матрицыг ашиглана. Энэхүү матрицыг дараахь хүснэгтэд харуулжээ

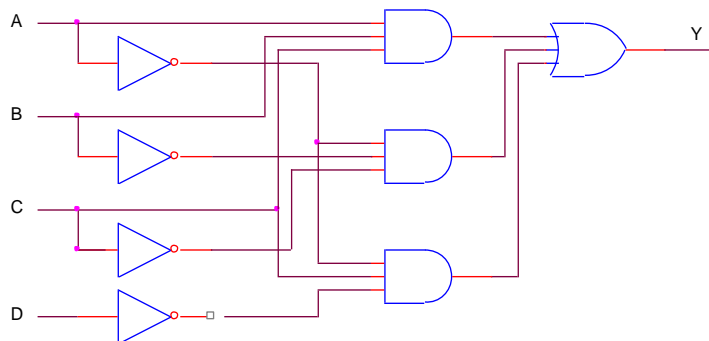
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}\bar{D}$	X	X				
$\bar{A}\bar{B}C$	X				X	
$\bar{A}C\bar{D}$		X	X			
$B\bar{C}\bar{D}$			X	X		
ABC				X		X

Хүснэгтийн багананд үнэний хүснэгтээс гарсан логик функцыг илэрхийлэх анхны илэрхийллийн гишүүдийг бичсэн бол мөрөнд эгэл импликантуудыг бичсэн байна. Эдгээр импликантууд нь анхны илэрхийллийн тодорхой гишүүдээс гарч ирсэн бөгөөд тэдгээрийг төлөөлөх боломжтой юм. Хүснэгтэд чагтаар эдгээрийн огтлолцолыг тэмдэглэсэн байна. Багананд дор хаяж нэг чагт харгалзаж байна. Зарим багананд цорын ганц чагт харгалзаж байна. Энэ уг баганын гишүүнийг төлөөлж чадах импликант цорын ганц байна гэсэн үг юм. Иймд бидний хялбарчлагдсан илэрхийлэлд эдгээр импликантууд зайлшгүй байх ёстой. Ийм импликантууд нь 5 болон 6-р баганын гишүүдийг илэрхийлэх 2, 5-р мөрөнд орших импликантууд юм. Харин эдгээр импликантууд нь давхар өөр багананд орших гишүүдийг илэрхийлж байна. Тодруулбал 2-р импликант 1, 5-р гишүүдийг, 5-р импликант 4 болон 6-р гишүүдийг төлөөлж байна. Эндээс бидэнд үлдсэн 3 импликантаас 2, 3-р гишүүдийг төлөөлж чадах хамгийн оновчтой хувилбарыг сонгох л үлдэж байна. Хүснэгтээс буюу импликантын

матрицаас харахад 3-р импликант ганцаар 2 болон 3-р гишүүдийг төлөөлж чадаж байна. Түүнийг соносноор бид 2, 3, 5-р импликантуудаас тогтох хамгийн хялбарчлагдсан илэрхийллийг гагаж авлаа.

$$Y \equiv \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}CD + ABC$$

Логик диаграммыг гаргавал:



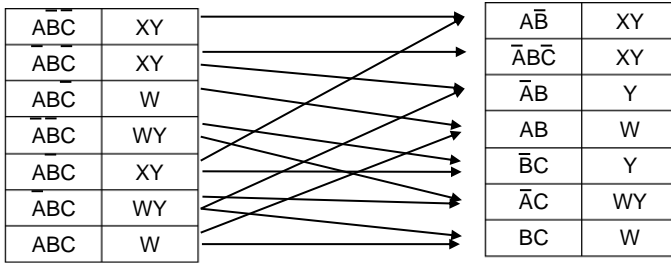
Олон гаралттай логик функцийг хялбарчлах. Бидний өмнө нь нэг гаралттай логик функцүүдийг хялбарчлах аргуудтай танилцсан билээ. Хэрэв хэд хэдэн гаралттай логик функц байвал яах вэ? Мэдээж өмнө үзсэн аргуудыг ашиглан гаралт тус бүрийн хувьд бодолт хийж тодорхой үр дүнд хүрч болно. Гэхдээ энэ нь хангалттай хэмжээнд хялбарчилж чадахгүй байх тохиолдол бий. Иймд олон гаралттай функцийг логик диаграммыг хялбарчлах аргатай танилцъя. Дараахь үнэний хүснэгт өгөгджээ.

C	B	A	W	X	Y
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

Үнэний хүснэгтээс дараахь хүснэгтийг гаргаж авна. Тухайн Эхний баганад функцуудын логик илэрхийллүүдийн гишүүдийг бичсэн бөгөөд дэдгээрт харгалзах функцуудыг дараагийн баганад бичсэн байна. Эндээс эгэл импликантуудыг гаргаж авдаг дүрмийн дагуу хялбарчлан дараагийн хүснэгтийг бий болгожээ.

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	XY	=>	$\bar{A}\bar{B}$	XY
$\bar{A}B\bar{C}$	XY		$\bar{A}B\bar{C}$	XY
$A\bar{B}\bar{C}$	W		$\bar{A}B$	Y
$\bar{A}B\bar{C}$	WY		AB	W
$A\bar{B}\bar{C}$	XY		$\bar{B}C$	Y
$\bar{A}B\bar{C}$	WY		$\bar{A}C$	WY
ABC	W		BC	W

Эгэл импликантыг гаргадаг дүрмийн дагуу эхний хүснэгтээс дараагийн хүснэгт хэрхэн гарсаныг дараахь зурагт харуулъя



Энэхүү үйлдлийг хүснэгтээс хялбарчлах боломжгүй болтол гүйцэтгэнэ. Гэхдээ хялбарчлагдаж байгаа гишүүд нэг функцэд харьяалагдаж байгаа нь дээрхи үйлдлээс харагдаж байна. Үүний дараа гарсан үр дүнгээр импликантын матриц зохионо.

	X	Y	X	Y	W	Y	X	Y	W	Y	W	W
	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	
$\overline{A}\overline{B}$ (XY)	x	x					x	x				
$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ (XY)			x	x								
$\overline{A}\overline{B}$ (Y)				x						x		
$\overline{A}\overline{B}$ (W)											x	x
$\overline{B}\overline{C}$ (Y)						x	x					
$\overline{A}\overline{C}$ (WY)					x	x			x	x		
$\overline{B}\overline{C}$ (W)									x			x

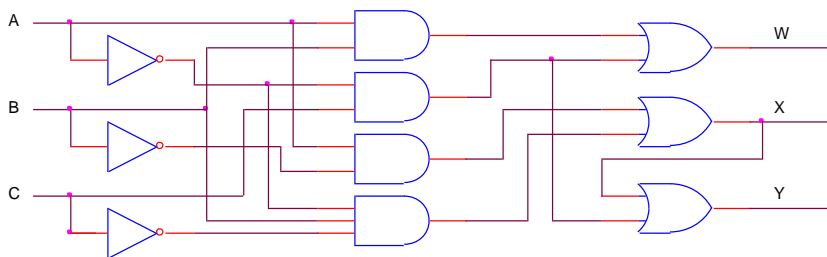
Өмнө үзсэний адилаар хамгийн тохиромжтой хувилбаруудыг импликантын матрицаас сонгож илэрхийллийг бичинэ.

$$W = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{C}$$

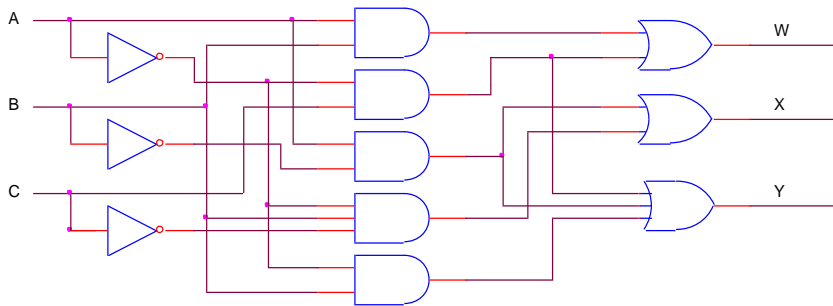
$$X = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

$$Y = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}$$

Хэдийгээр дээрхи илэрхийллүүдээс харахад цаашаа хялбарчлагдах боломжтой харагдаж байгаа ч энэ нь нийт 3 гаралттай системийнхээ хувьд оночтой хувилбар биш юм. Одоо диаграммыг зурж үзье.



Харин функц тус бүрийг хялбарчлаад гарсан үр дүнгээр логик диаграммыг зурвал:



Сүүлчийн диаграмм өмнөх диаграммаас харьцангуй нүсэр бүтэцтэй болох нь харагдаж байна.