

Лекція 5

Синтез алгоритму цифрового автоматичного керування методом асимптотичних логарифмічних псевдочастотних характеристик

Розділ 5.1. Передавальна функція ЦОМ

Алгоритм цифрового автоматичного керування програмується у ЦОМ. За звичай в ЦСАК типу SISO LTI алгоритм керування задається у вигляді Z-передавальної функції (ПФ), яку будемо позначати $D(z)$. Якщо ПФ $D(z)$ відома, то можна застосувати різні способи її програмування у мікропроцесорі, на базі якого побудована ЦОМ. Тому, у першу чергу, розглянемо форми представлення ПФ ЦОМ, що використовуються в LTI ЦСАК.

Визначення: передавальна функція ЦОМ це відношення Z-перетворення вихідного сигналу ЦОМ до Z-перетворення вхідного сигналу ЦОМ при нульових початкових умовах

$$D(z) = \frac{Z[e(n)]}{Z[y(n)]} = \frac{E(z)}{Y(z)}.$$

Якщо в алгоритмі роботи ЦОМ використовуються зворотні різниці

$$\nabla e(n) = e(n) - e(n-1); \quad \nabla^2 e(n) = \nabla e(n) - \nabla e(n-1), \text{ і т.д.};$$

$$\nabla y(n) = y(n) - y(n-1), \quad \nabla^2 y(n) = \nabla y(n) - \nabla y(n-1), \text{ і т.д.},$$

то вихідний сигнал ЦОМ $e(n)$ можна обчислити із використанням наступного різницевого рівняння:

$$a_0 \cdot e(n) + a_1 \cdot e(n-1) + \dots + a_l \cdot e(n-l) = b_0 \cdot y(n) + b_1 \cdot y(n-1) + \dots + b_k \cdot y(n-k),$$

де a_0, a_1, \dots, a_l та b_0, b_1, \dots, b_k дійсні числа.

Застосуємо Z-перетворення до обох частин цього рівняння і використаємо теорему про зсув вправо при нульових початкових умовах:

$$a_0 \cdot E(z) + a_1 \cdot E(z)z^{-1} + \dots + a_l \cdot E(z) \cdot z^{-l} = b_0 \cdot Y(z) + b_1 \cdot Y(z) \cdot z^{-1} + \dots + b_k \cdot Y(z) \cdot z^{-k} \quad \Leftrightarrow$$

$$D(z) = \frac{E(z)}{Y(z)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_k \cdot z^{-k}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_l z^{-l}} \quad - \text{ ПФ ЦОМ, що і треба було отримати.}$$

Знайдемо умову фізичної реалізуємості отриманої передавальної функції.

Припустимо, що ЦОМ обчислює $e(n)$ із використанням рівняння

$$a_0 \cdot e(n) = b_0 \cdot y(n) + b_1 \cdot y(n-1) \quad (a_0 \neq 0, b_0 \neq 0).$$

Як бачимо, поточне значення вихідного сигналу ЦОМ $e(n)$ обчислюється із використанням поточного $y(n)$ та попереднього $y(n-1)$ значень вхідного сигналу ЦОМ, що фізично можливо (це означає, що алгоритм цифрового керування, який задано Z-передавальною функцією $D(z)$, як ще кажуть дискретною передавальною функцією, можна запрограмувати у мікропроцесорі).

Висновок: передавальна функція ЦОМ в цьому випадку реалізуєма.

Припустимо, що ЦОМ обчислює $e(n)$ із використанням різницевого рівняння

$$a_1 \cdot e(n-1) = b_0 \cdot y(n) + b_1 \cdot y(n-1) \quad (a_0 = 0, a_1 \neq 0, b_0 \neq 0).$$

Як бачимо, поточне значення $e(n-1)$ вихідного сигналу ЦОМ повинно обчислюватися за поточним значенням $y(n-1)$ вхідного сигналу ЦОМ та його майбутнім значенням $y(n)$, що фізично неможливо.

Висновок: передавальна функція ЦОМ фізично не реалізуєма.

Умовою фізичної реалізуємості передавальні функції ЦОМ із використанням зворотніх різниць є:

- якщо $b_0 \neq 0$, то обов'язково $a_0 \neq 0$;
- якщо $b_0 = 0$, $a_0 = 0$ і при цьому $b_1 \neq 0$ то потрібно обов'язково виконати умову $a_1 \neq 0$ і т.д.

Якщо в алгоритмі роботи ЦОМ використовуються прямі різниці

$$\Delta e(n) = e(n+1) - e(n), \quad \Delta^2 e(n) = \Delta e(n+1) - \Delta e(n) \text{ і т.д.};$$

$$\Delta y(n) = y(n+1) - y(n), \quad \Delta^2 y(n) = \Delta y(n+1) - \Delta y(n) \text{ і т.д.},$$

тоді вихідний сигнал ЦОМ $e(n+l)$ можна обчислити із використанням наступного різницевого рівняння:

$$a_l' \cdot E(n+l) + a_{l-1}' \cdot e(n+l-1) + \dots + a_0' \cdot e(n) = b_k' \cdot y(n+k) + b_{k-1}' \cdot y(n+k-1) + \dots + b_0' \cdot y(n),$$

де a'_0, a'_1, \dots, a'_l та b'_0, b'_1, \dots, b'_k дійсні числа.

Для обчислення передавальної функції ЦОМ $D(z)$ застосуємо до обох частин записаного рівняння Z – перетворення і теорему про зсув вліво при нульових початкових умовах:

$$a'_l \cdot E(z) \cdot z^l + a'_{l-1} \cdot E(z) \cdot z^{l-1} + \dots + a'_0 \cdot E(z) = b'_k \cdot Y(z) \cdot z^k + b'_{k-1} \cdot Y(z) \cdot z^{k-1} + \dots + b'_0 \cdot Y(z).$$

В результаті отримаємо вираз для обчислення передавальної функції ЦОМ:

$$D(z) = \frac{E(z)}{Y(z)} = \frac{b'_k \cdot z^k + b'_{k-1} \cdot z^{k-1} + \dots + b'_0}{a'_l \cdot z^l + a'_{l-1} \cdot z^{l-1} + \dots + a'_0}.$$

Розглянемо умови фізичної реалізуємості цієї передавальної функції.

Припустимо, що ЦОМ обчислює $e(n+1)$ із використанням різницевого рівняння при $k=1, l=1$. Тоді

$$a'_1 \cdot e(n+1) + a'_0 \cdot e(n) = b'_1 \cdot y(n+1) + b'_0 \cdot y(n).$$

Поточне значення вихідного сигналу ЦОМ $e(n+1)$ обчислюється за його попереднім значенням $e(n)$, поточним $y(n+1)$ та попереднім $y(n)$ значеннями вхідного сигналу, що фізично можливо.

Висновок. Передавальна функція $D(z)$ в цьому випадку фізично реалізуєма.

Припустимо, що ЦОМ обчислює $e(n+1)$ із використанням різницевого рівняння при $k=2, l=1$. Тоді

$$a'_1 \cdot e(n+1) + a'_0 \cdot e(n) = b'_2 \cdot y(n+2) + b'_1 \cdot y(n+1) + b'_0 \cdot y(n).$$

Алгоритм повинен обчислювати поточне значення вихідного сигналу ЦОМ $e(n+1)$ із використанням майбутнього значення вхідного сигналу ЦОМ $y(n+2)$, що фізично не реалізуємо.

Висновок: передавальна функція фізично не реалізуєма. При використанні різниці з підвищенням в алгоритмі роботи ЦОМ умовою фізичної реалізуємості передавальної функції $D(z)$ є: $l \geq k$ — степінь полінома знаменника передавальної функції не може бути меншою за степінь полінома чисельника передавальної функції

Розділ 5.2. Стійкість ЦСАК

Алгоритм цифрового автоматичного керування, який задається за допомогою дискретної ПФ ЦОМ $D(z)$, повинен забезпечувати стійкість та якість керування.

Визначення. Цифрова система автоматичного керування стійка тоді, коли її реакція на будь — яку вхідну обмежену дію теж обмежена.

В інших випадках ЦСАК нестійка. Знайдемо умови стійкості ЦСАК типу SISO LTI (див. рис.5.1).

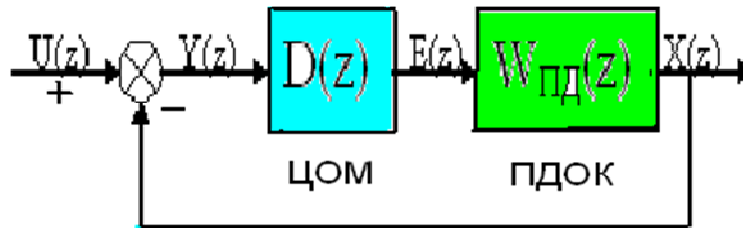


Рис. 5.1. Математична модель ЦСАК типу SISO LTI

Задамо обмежену вхідну дію у вигляді дискретного імпульсу

$$u(n) = \begin{cases} 1, n = 0; \\ 0, n \neq 0. \end{cases}$$

Припустимо, що характеристичне рівняння

$$1 + D(z) \cdot W_{ПД}(z) = 0$$

має різні корені z_1, z_2, \dots, z_k .

Тоді помилку стеження системи за вхідною дією при нульових початкових умовах можна представити у вигляді

$$y(n) = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + \dots + C_k z_k^n.$$

Для того, щоб ЦСАК була стійкою у відповідності із вище наданим визначенням, необхідно щоб $C_i z_i^n \rightarrow 0$ ($i = \overline{1, k}$), при $n \rightarrow \infty$, що можливо лише при умові коли $|z_i| < 1$ ($i = \overline{1, k}$), що і треба було отримати.

Висновок: ЦСАК типу SISO LTI стійка тоді, коли модулі усіх коренів характеристичного рівняння $1+W_p(z)=0$, де $W_p(z)=D(z)\cdot W_{\text{ИД}}(z)$ передавальна функція розімкненої системи, менші одиниці.

Розглянемо для прикладу характеристичне рівняння:

$$1+W_p(z)=0 \Leftrightarrow z+A=0 \Leftrightarrow z=-A.$$

Умова стійкості: $|A|<1$.

Якщо характеристичне рівняння має другий порядок, тобто:

$$1+W_p(z)=0 \Rightarrow Az^2+Bz+C=0 \quad (A \neq 0) \Rightarrow z^2+bz+c=0 \quad \left(b=\frac{B}{A}, c=\frac{C}{A}\right).$$

Тоді умовою стійкості буде: $|z_{1,2}|=\left|\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}\right|<1$, де $D=b^2-4c$. З цієї умови

випливає, що

$$\begin{cases} c-b+1>0; \\ c+b+1>0; \\ 1-c>0. \end{cases}$$

Якщо порядок характеристичного рівняння вище другого, то аналітичний пошук обмежень, що накладаються на коефіцієнти характеристичного рівняння згідно із умовою стійкості $|z_i|<1 \quad (i=\overline{1,k}), k>2$ значно ускладнюється. Для того, щоб мати можливість застосовувати для цифрових систем ті самі умови стійкості, які застосовуються для аналізу стійкості неперервних систем автоматичного керування і є глибоко теоретично розвинутими, використовують спеціальне перетворення, яке отримало назву білінійне перетворення.

Розглянемо один з показників якості процесу керування: тривалість часу завершення перехідного процесу в ЦСАК. Припустимо, що модулі всіх коренів характеристичного рівняння менші одиниці, тобто ЦСАК стійка. Тоді виникає питання як швидко в ЦСАК закінчується перехідний процес. Швидкодія є одним з показників якості функціонування ЦСАК. В якості міри швидкодії ЦСАК використовують величину віддалення найбільшого за

модулем кореня характеристичного рівняння від границі області стійкості (див. рис. 5.2).

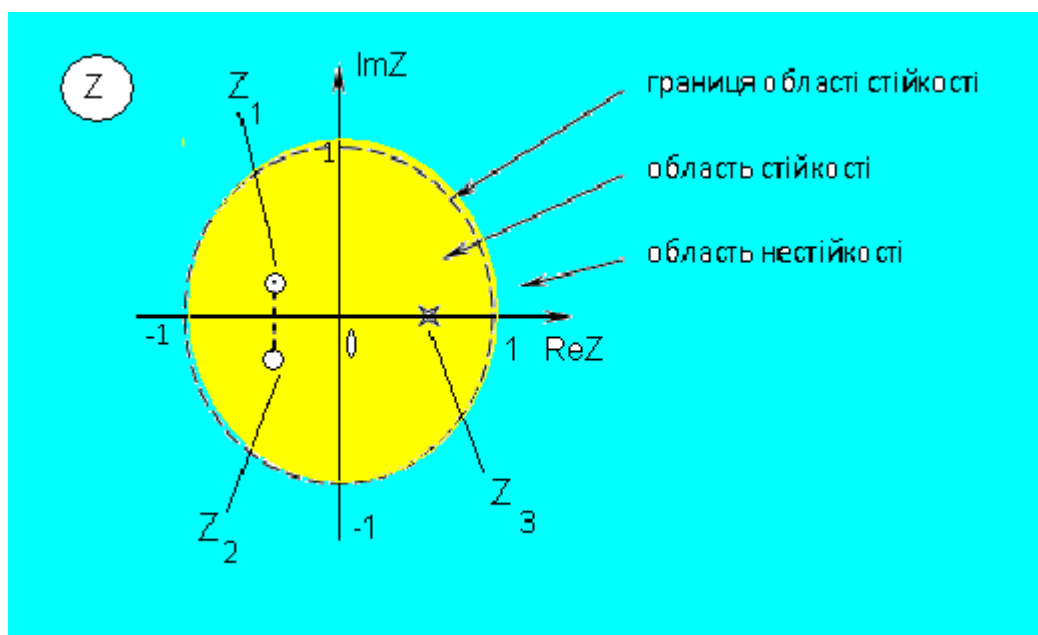


Рис.5.2. Приклад розташування коренів характеристичного рівняння на комплексній площині Z

Для наведеного на рис. 5.2 прикладу кількісно швидкодія обчислюється за формулою

$$\xi = \min_{i=1,2,3} (1 - |z_i|) = 1 - |z_3|.$$

Якщо ξ зростає то швидкодія також зростає. ЦСАК вважається менш інерційною. Максимальна швидкодія $\xi = 1$ досягається тоді, коли усі корені характеристичного рівняння дорівнюють нулю.

Розділ 5.3. Білінійне перетворення

Білінійне перетворення, або w-перетворення має вигляд: $z = \frac{1+w}{1-w}$. За його допомогою область стійкості у комплексній площині z (внутрішні точки колу одиничного радіусу із центром в початку координат) відображається в область стійкості комплексної площини w - ліва половина площини (див. рис. 5.3). Точки комплексній площині z, що належать колу одиничного радіусу та точки поза цим колом, відображаються відповідно у вертикальну вісь та праву напівплощину комплексної площини w.

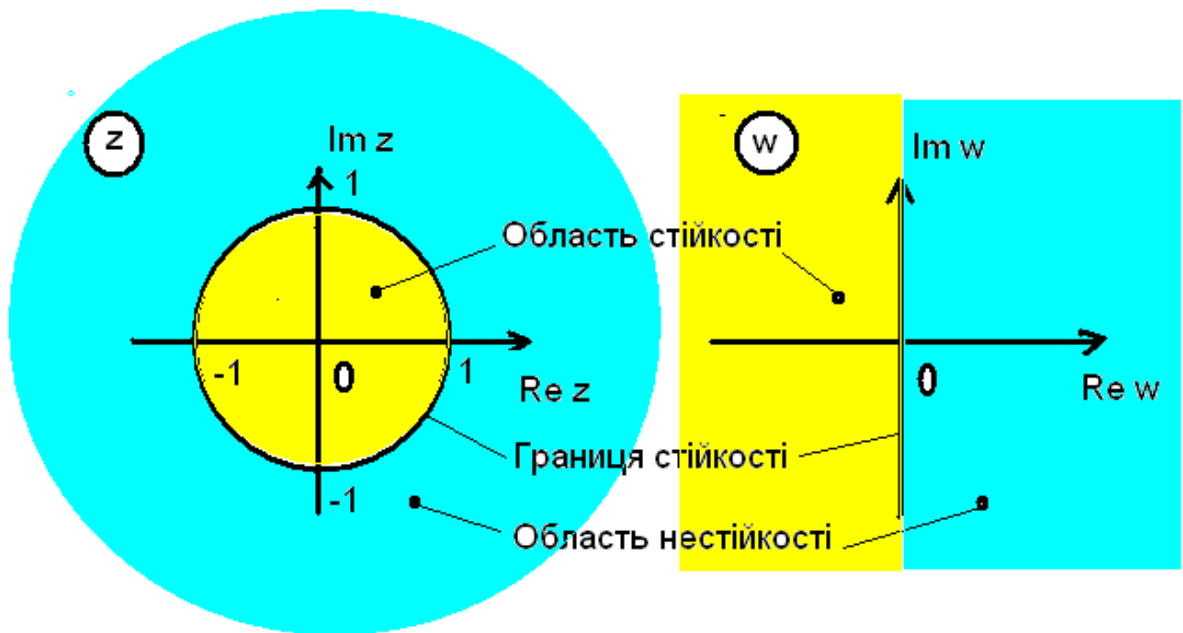


Рис. 5.3. Перехід від комплексної площини z до комплексної площини w за допомогою білінійного перетворення

Як приклад розглянемо застосування білінійного перетворення до характеристичного рівняння 2-го порядку:

$$z^2 + bz + c = 0 \Big|_{z=\frac{1+w}{1-w}} \Rightarrow (c-b+1)w^2 + 2(1-c)w + (c+b+1) = 0.$$

Необхідна і достатня умова стійкості неперервної системи автоматичного управління із характеристичним рівнянням 2-го порядку полягає у додатності коефіцієнтів характеристичного рівняння

$$\begin{cases} c-b+1 > 0; \\ 1-c > 0; \\ c+b+1 > 0. \end{cases}$$

Ця система обмежень, що накладаються на параметри характеристичного рівняння цифрової САК, повністю співпадає із обмеженнями, які були отримані вище шляхом складніших розрахунків.

Розділ 5.4. Поняття відносної та абсолютної псевdochастоти

Для аналізу та синтезу замкнених ЦСАК можливо використовувати ті ж самі частотні методи, що використовуються для неперервних систем. Розглянемо, наприклад, критерій Найквіста: замкнена ЦСАК буде стійкою, якщо її амплітудно-фазочастотна характеристика (АФЧХ) у розімкненому стані не охоплює точку з координатою $(-1; 0)$, $j^2 = -1$, при умові, що у розімкненому стані система стійка (дивію рис.5.4).

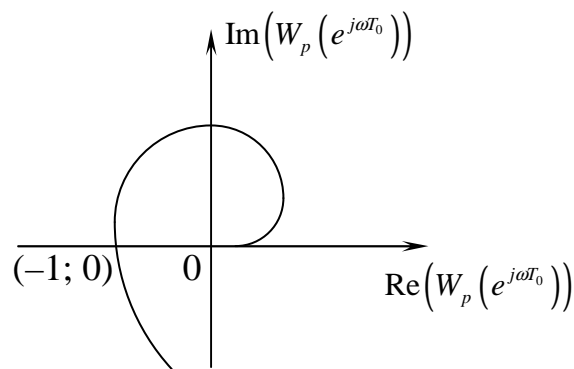


Рис. 5.4. Приклад застосування критерію Найквіста для частотного дослідження стійкості системи

Оскільки $e^{j\omega T_0} = \cos \omega T_0 + j \sin \omega T_0$ є періодичною функцією за частотою ω з найменшим додатним періодом $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, то всі частотні характеристики ЦСАК: $W_p(e^{j\omega T_0})$ – АФЧХ розімкненої системи;

$$H_p(e^{j\omega T_0}) = \frac{W_p(e^{j\omega T_0})}{1 + W_p(e^{j\omega T_0})} \text{ – АФЧХ замкненої системи}$$

теж будуть періодичними функціями частоти. Тому для побудови цих частотних характеристик достатньо розглянути діапазон зміни частот $\omega \in \underbrace{\left(-\frac{\omega_0}{2}; \frac{\omega_0}{2}\right)}_{T\omega = \omega_0}$, що дає можливість отримати всі відомості про частотні властивості системи.

Для можливості застосування частотних методів, які використовуються в задачах частотного аналізу та синтезу неперервних систем, необхідно діапазон частот $\left(-\frac{\omega_0}{2}; \frac{\omega_0}{2}\right)$ спеціальним перетворенням поставити у відповідність діапазону частот $(-\infty; \infty)$.

Для цього скористаємось білінійним перетворенням:

$$\begin{cases} z = \frac{1+w}{1-w}; \\ z = e^{j\omega T_0}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w = \frac{z-1}{z+1} = \frac{e^{j\omega T_0} - 1}{e^{j\omega T_0} + 1} = j \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} = j \bar{\lambda} = j \frac{T_0}{2} \left(\frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} \right) = j \frac{T_0}{2} \cdot \lambda; \\ z = e^{j\omega T_0}, \quad j^2 = -1, \end{cases}$$

де $\bar{\lambda} = \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2}$ - відносна псевдочастота; $\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} \left[\frac{\text{рад}}{c} \right]$ - абсолютна

псевдочастота. Абсолютна псевдочастота є періодичною функцією ω з найменшим додатним періодом $\pi/(T_0/2) = 2\pi/T_0 = \omega_0$ (див. рис.5.5).

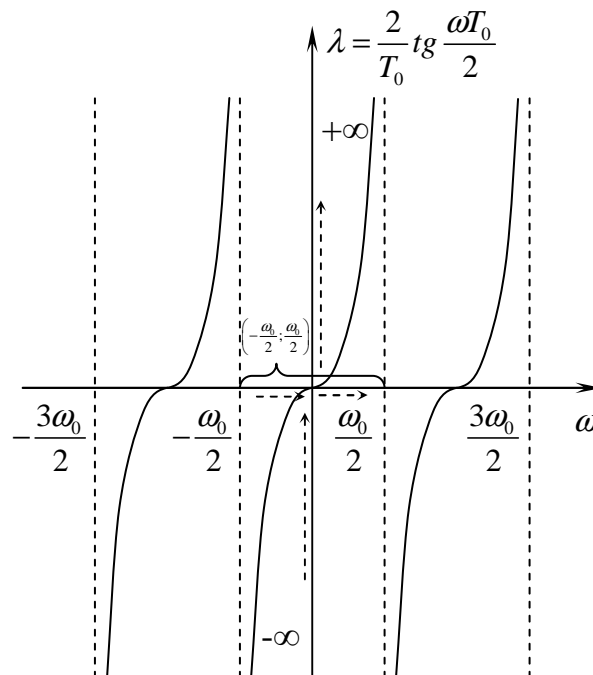


Рис.5.5. Графічний образ абсолютної псевдочастоти: інтервал $\left(-\frac{\omega_0}{2}; \frac{\omega_0}{2}\right)$ відобразився в інтервал $(-\infty; \infty)$

Таким чином, у формулах для розрахунку АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ,ЛФЧХ ЦСАК виконуємо заміну змінних у вигляді білінійного перетворення з подальшим переходом до відносної або абсолютної псевдочастоти:

$$z = \frac{1 + j\bar{\lambda}}{1 - j\bar{\lambda}} \quad \text{або} \quad z = \frac{1 + j\frac{T_0}{2}\lambda}{1 - j\frac{T_0}{2}\lambda}.$$

Перехід до псевдочастоти дозволяє використати для частотного аналізу та синтезу ЦСАК усі методи, які використовуються для частотного аналізу та синтезу неперервних систем.

Розділ 5.5. Приклад синтезу алгоритму цифрового автоматичного керування методом асимптотичних логарифмічних псевдо частотних характеристик

Методика синтезу складається з наступних етапів:

1. Підготовка вихідних даних у вигляді математичних моделей приладів, з яких складається ЦСАК. Вважаємо, що математичні моделі представлені у вигляді неперервних математичних моделей, наприклад, задані S-передавальними функціями (передавальними функціями, які отримані із використання неперервного перетворення Лапласа).
2. Редукція математичної моделі узагальненого неперервного об'єкта керування.
3. Вибір T_0 - кроку квантування за часом для АЦП.
4. Вибір типу екстраполятора для ЦАП. Побудова передавальної функції екстраполятора.
5. Побудова математичної моделі приведенного дискретного об'єкта керування (ПДОК).
6. Побудова логарифмічної амплітудно-псевдочастотної характеристики (ЛАПЧХ) ПДОК. Обчислення псевдочастоти на якій ЛАПЧХ дорівнює нулю (псевдочастота зрізу) та тангенса кута нахилу ЛАПЧХ на цій псевдочастоті.
7. Вибір структури закону керування у вигляді

$$D_{pch}(\bar{\lambda}) = \frac{b_k(j\bar{\lambda})^k + b_{k-1}(j\bar{\lambda})^{k-1} + \dots + b_1(j\bar{\lambda}) + b_0}{a_l(j\bar{\lambda})^l + a_{l-1}(j\bar{\lambda})^{l-1} + \dots + a_1(j\bar{\lambda}) + a_0}, \quad \text{де} \quad j\bar{\lambda} = \frac{z-1}{z+1}.$$

Обчислення параметрів закону керування $a_0, a_1, \dots, a_l; b_0, b_1, \dots, b_k$, які забезпечують наближення ЛАПЧХ розімкненої системи

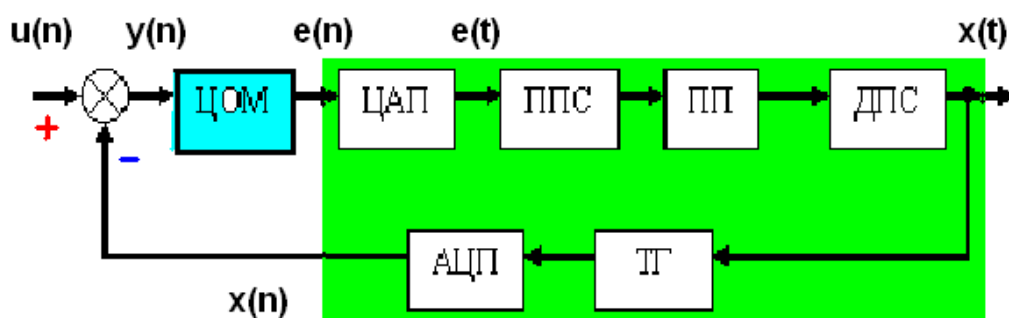
$$W_p(z) \Big|_{z=\frac{1+j\bar{\lambda}}{1-j\bar{\lambda}}} = D(z) \cdot W_{ПД}(z) \Big|_{z=\frac{1+j\bar{\lambda}}{1-j\bar{\lambda}}} \text{ до бажаного вигляду.}$$

8. Виконання імітаційного експерименту.
9. Висновки.

Виконання етапів методики

1.

Розглянемо застосування методики для синтезу цифрового закону керування для внутрішнього контуру ЦСАК (див. рис.5.6) температурою повітря в салоні (приміщені) мобільного центру обробки інформації літаючої (повітряної) сенсорної мережі, що описана у розділі 1.3.



Приведений дискретний об'єкт керування (ПДОК)

Рис. 5.6. Структурна схема ЦСАК швидкістю обертання ротору ДПС

Згідно розділу 1.3 неперервні математичні моделі підсилювача постійного струму (ППС), підсилювача потужності (ПП), двигуна постійного струму (ДПС), тахогенератора (ТГ) задані відповідно передавальними функціями

$$W_{pps}(s) = \frac{5}{0.01s+1}; \quad W_{pp}(s) = \frac{2}{0.03s+1};$$

$$W_{dps}(s) = \frac{1}{0.4s^2 + 1.3s + 1}; \quad W_{tg}(s) = 1.$$

2.

Знехтуємо інерційністю ППС та ПП. Тоді $W_{pps}(s)=5$ та $W_{pp}(s)=2$.
 Передавальна функція редукованого узагальненого неперервного об'єкта керування (УНОК) набуває вигляду

$$W_{unok}(s) = W_{pps}(s) \cdot W_{pp}(s) \cdot W_{dps}(s) \cdot W_{tg}(s) = \frac{10}{0.4 s^2 + 1.3 s + 1}$$

Використовуючи функції СКМ MATLAB+Simulink, побудуємо передавальні функції за вихідним сигналом замкненої неперервної САК для випадків не редукованого та редукованого УНОК:

```
>> wpps=tf([5],[0.01 1]) Transfer function:
```

```
5
```

```
-----
```

```
0.01 s + 1
```

```
>> wpp=tf([2],[0.03 1])
```

```
Transfer function:
```

```
2
```

```
-----
```

```
0.03 s + 1
```

```
>> wdps=tf([1],[0.4 1.3 1])
```

```
Transfer function:
```

```
1
```

```
-----
```

```
0.4 s^2 + 1.3 s + 1
```

```
>> wtg=1
```

```
wtg = 1
```

```
>> neredWunok=wpps*wpp*wdps*wtg
```

```
Transfer function:
```

```
10
```

```
-----
```

```
0.00012 s^4 + 0.01639 s^3 + 0.4523 s^2 + 1.34 s + 1
```

```
>> redWunok=10*wdps*wtg
```

Transfer function:

10

 $0.4 s^2 + 1.3 s + 1$

```
>> neredHx=neredWunok/(1+neredWunok)
```

Transfer function:

$0.0012 s^4 + 0.1639 s^3 + 4.523 s^2 + 13.4 s + 10$

 $1.44e-008 s^8 + 3.934e-006 s^7 + 0.0003772 s^6 + 0.01515 s^5 + 0.2499 s^4 + 1.409 s^3 + 7.223 s^2 + 16.08 s + 11$

```
>> redHx=redWunok/(1+redWunok)
```

Transfer function:

$4 s^2 + 13 s + 10$

 $0.16 s^4 + 1.04 s^3 + 6.49 s^2 + 15.6 s + 11$

Із використанням функції bode системи комп'ютерної математики (СКМ) MATLAB+Simulink побудуємо ЛАЧХ не редукованого та редукованого УНОК та виконаємо їх порівняльний аналіз(див. рис. 5.7):

```
>> bode(neredHx, redHx)
```

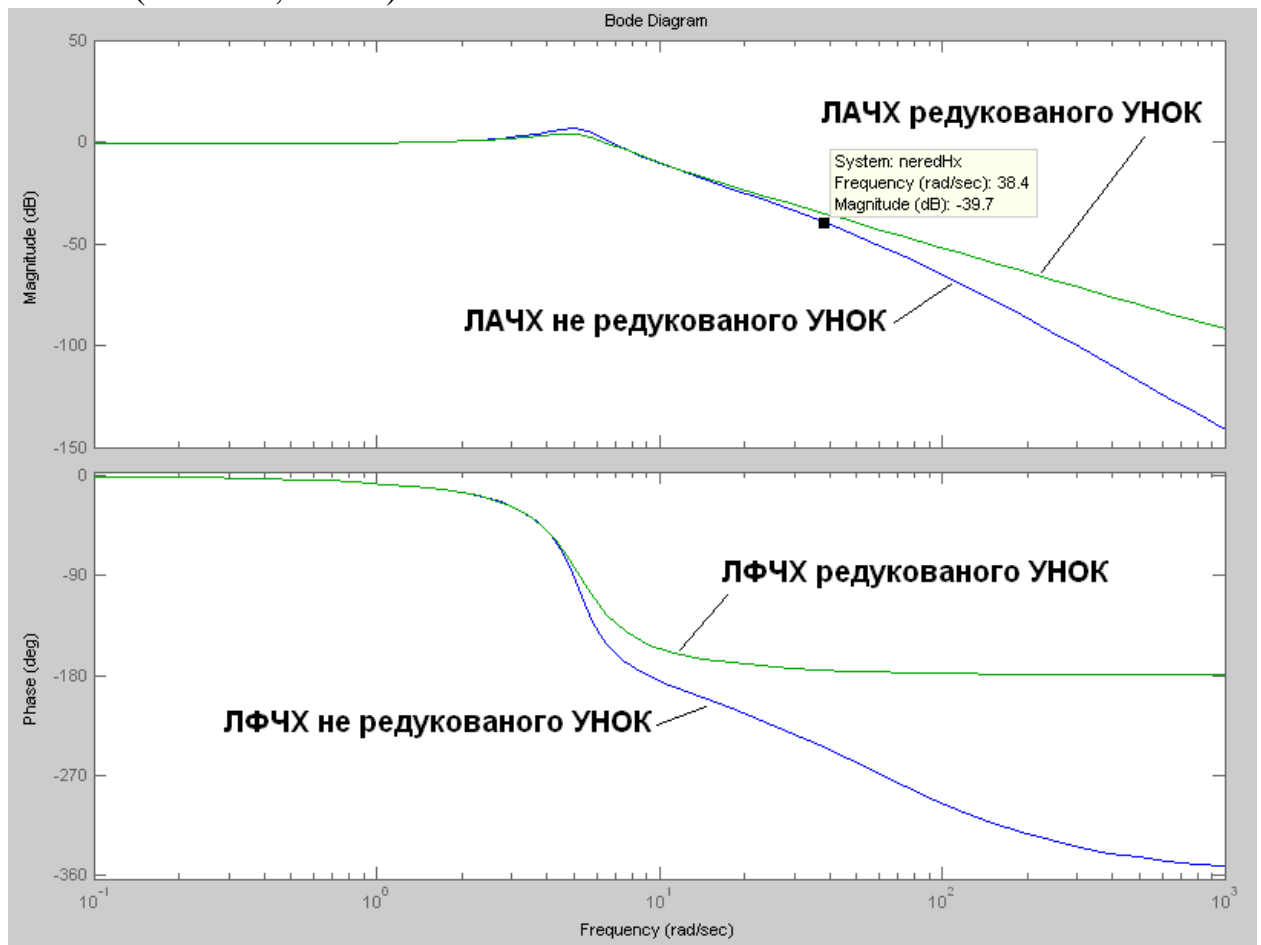


Рис. 5.7. Діаграми Бодє для не редукованого та редукованого УНОК

Як бачимо (рис. 5.7), в діапазоні частот від приблизно рівних 0 рад/с до 38.4 рад/с логарифмічні характеристики не редукованого та редукованого УНОК практично співпадають. Це означає, що нехтування інерційністю ППС та ПП не призводить до суттєвого загублення математичної моделі УНОК.

3.

Припустимо, що немає відомостей про верхні граничні частоти корисного сигналу та збурення, що діють на вході АЦП, а відома лише передавальна функція не редукованого узагальненого неперервного об'єкту керування. Тоді, виходячи з практичного досвіду, вважається, що шукана гранична частота ω_B на вході АЦП відповідає точці, в якій ЛАЧХ не редукованого УНОК приблизно на 40 дБ менша значень цієї ж ЛАЧХ при малих частотах (рис. 5.7).

Як бачимо $\omega_B = 38.4$ рад/с. За теоремою Котельникова знаходимо період квантування за часом $T_0 = \pi / \omega_B$:

$$\gg T_0 = \pi / 38.4$$

$$T_0 = 0.0818$$

4.

В якості екстраполятора ЦАП використаємо E_0 – екстраполятор нульового порядку. В розділі 4.2 була обчислена передавальна функція цього екстраполятора

$$W_{E_0}(s) = \frac{1 - e^{-sT_0}}{s}.$$

Якщо для побудови передавальної функції приведенного дискретного об'єкта керування використовується функція c2d СКМ MATLAB+Simulink, то ця функція будує передавальну функцію ПДОК за відомою передавальною функцією УНОК із врахуванням дії саме екстраполятора нульового порядку.

5.

Обчислимо передавальну функцію ПДОК $W_{\text{пдк}}(z)$

```
>> Wpdok=c2d(redWunok,To)
```

Transfer function:

```
0.07661 z + 0.07011
```

```
-----
```

```
z^2 - 1.752 z + 0.7665 Sampling time: 0.081812
```

Отриманий результат означає $W_{\text{пдк}}(z) = \frac{0.07661z + 0.07011}{z^2 - 1.752z + 0.7665}$, що і треба було

отримати.

6.

Для побудови ЛАПЧХ ПДОК використаємо комп'ютерну систему аналітичних обчислень СКМ MATLAB+Simulink. Задамо білінійне перетворення $z = \frac{1+w}{1-w} = \frac{1+s}{1-s}$, де $s=w$, наступним чином

```
>> z=tf([1 1],[-1 1]) Transfer function:
```

```
-s - 1
```

```
-----
```

```
s - 1
```

Виконаємо заміну z на s в передавальній функції ПДОК $W_{\text{пдк}}(z)$

```
>> Wpsevdo=(0.07661*z+0.07011)/(z^2-1.752*z+0.7665)
```

Transfer function:

```
-0.0065 s^4 - 0.1272 s^3 + 0.4207 s^2 - 0.4337 s + 0.1467
```

```
-----
```

```
3.518 s^4 - 6.57 s^3 + 2.599 s^2 + 0.438 s + 0.0145
```

Будуємо діаграму Бode (див. рис.5.8)

```
>> bode(Wpsevdo)
```

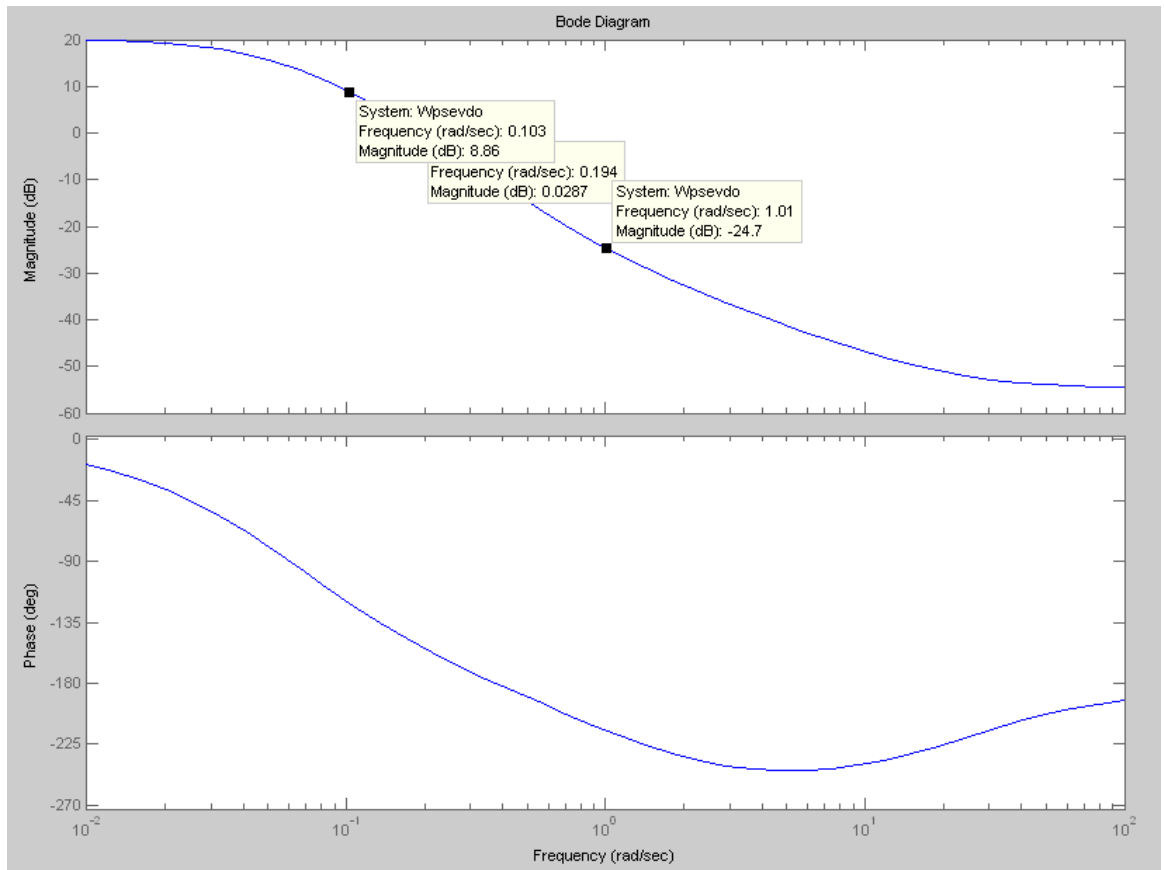


Рис. 5.8. Діаграми Бодє для ПДОК

Використовуючи діаграму Бодє (рис. 5.8) знаходимо приблизне значення відносної псевдочастоти зрізу (відносна псевдочастота, на якій ЛАПЧХ ПДОК приблизно дорівнює 0) $\bar{\lambda}_R = 0.194$ та приблизне значення тангенса кута нахилу ЛАПЧХ на цій псевдо частоті $(-24.7-8.86)/(1.01-0.103) = -37.0011[\text{дб/дек}]$.

У відповідності із досвідом синтезу законів керування для неперервних систем, бажано, щоб на частоті зрізу тангенс кута нахилу ЛАПЧХ розімкненої САК приблизно дорівнював -20 дб/дек . Зауважимо, що підвищення псевдочастоти зрізу призводить до підвищення швидкодії.

7.

Оберемо закон керування у вигляді

$$D_{pch}(\bar{\lambda}) = k \cdot \frac{T_1(j\bar{\lambda}) + 1}{T_2(j\bar{\lambda}) + 1}, \text{ де } j\bar{\lambda} = \frac{z-1}{z+1}, T_{1,2}, k - \text{ додатні.}$$

Перед тим, як виконати обчислення параметрів закону керування k, T_1, T_2 , які забезпечують наближення тангенсу кута нахилу ЛАПЧХ розімкненої системи на відносній псевдочастоті зрізу до бажаного значення „ -20 дб/дек ”, з’ясуємо властивості обраного закону керування.

ЛАПЧХ для обраного закону керування обчислюється за виразом

$$L_{\text{ЦОМ}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg \left| k \cdot \frac{T_1(j\bar{\lambda}) + 1}{T_2(j\bar{\lambda}) + 1} \right| = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{T_1^2 \cdot \bar{\lambda}^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{T_2^2 \cdot \bar{\lambda}^2 + 1} =$$

$$= 20 \lg k + 20 \lg(T_1 \cdot \sqrt{\bar{\lambda}^2 + 1/T_1^2}) - 20 \lg(T_2 \cdot \sqrt{\bar{\lambda}^2 + 1/T_2^2}) .$$

Тоді для побудови асимптотичної ЛАПЧХ, в залежності від співвідношення між T_1 та T_2 , необхідно розглянути два наступні варіанти.

1). Якщо $T_1 \ll T_2$, тобто $1/T_2 \ll 1/T_1$. Тоді асимптотична ЛАПЧХ складається з трьох ділянок (див. рис. 5.9):

а) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k, \quad \bar{\lambda} \ll 1/T_2;$

б) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k - 20 \lg(T_2 \cdot \bar{\lambda}), \quad 1/T_2 \ll \bar{\lambda} \ll 1/T_1;$

в) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k + 20 \lg(T_1 \cdot \bar{\lambda}) - 20 \lg(T_2 \cdot \bar{\lambda}), \quad 1/T_1 \ll \bar{\lambda}.$

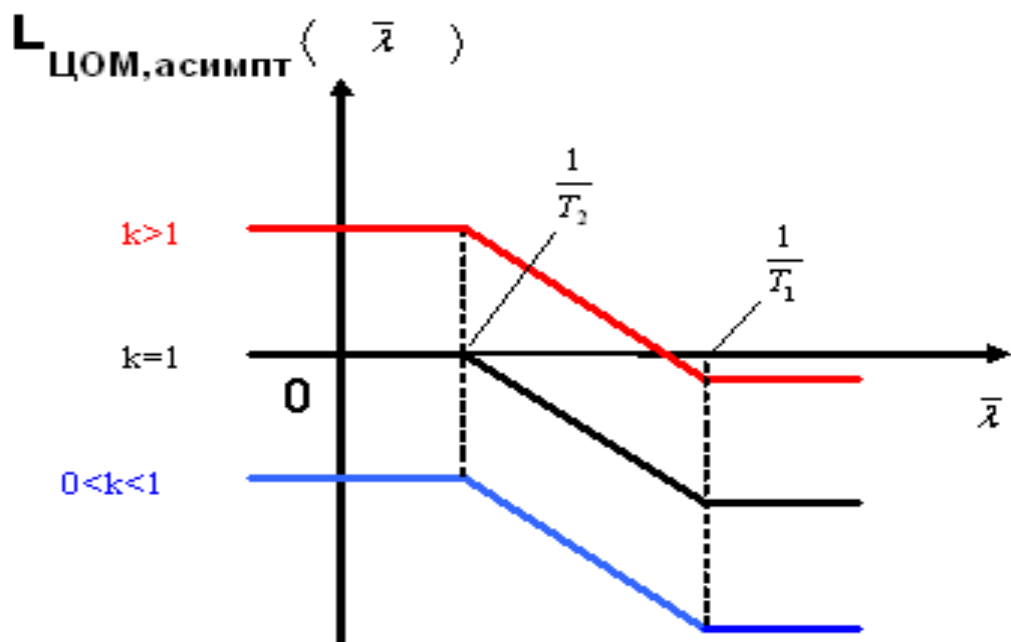


Рис. 5.9. Асимптотична ЛАПЧХ передавальної функції ЦОМ при умові, що $T_1 \ll T_2$: нахил асимптотичної ЛАПЧХ в інтервалі $(1/T_2; 1/T_1)$ дорівнює -20дб/дек

1). Якщо $T_2 \ll T_1$, тобто $1/T_1 \ll 1/T_2$. Тоді асимптотична ЛАПЧХ складається з трьох ділянок (див. рис. 5.10):

а) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k, \quad \bar{\lambda} \ll 1/T_1;$

б) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k + 20 \lg(T_1 \cdot \bar{\lambda}), \quad 1/T_1 \ll \bar{\lambda} \ll 1/T_2;$

в) $L_{\text{ЦОМ,асимпт}}(\bar{\lambda}) = 20 \lg k + 20 \lg(T_1 \cdot \bar{\lambda}) - 20 \lg(T_2 \cdot \bar{\lambda}), \quad 1/T_2 \ll \bar{\lambda}.$

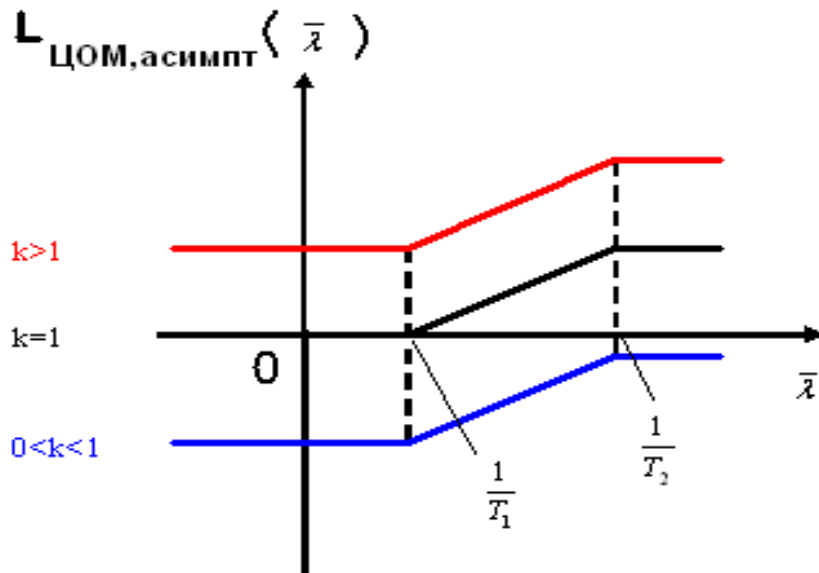


Рис. 5.10. Асимптотична ЛАПЧХ передавальної функції ЦОМ при умові, що $T_2 \ll T_1$:

нахил асимптотичної ЛАПЧХ в інтервалі $(1/T_1; 1/T_2)$ дорівнює $+20\text{дб/дек}$

Враховуючи той факт, що ЛАПЧХ розімкненої ЦСАК дорівнює сумі ЛАПЧХ ЦОМ та ЛАПЧХ ПДОК

$$L_p(\bar{\lambda}) = L_{\text{ЦОМ}}(\bar{\lambda}) + L_{\text{ПДОК}}(\bar{\lambda})$$

виконаємо:

1) корекцію кута нахилу ЛАПЧХ ПДОК на її відносній псевдочастоті зрізу $\bar{\lambda}_R = 0.194$ за допомогою алгоритму ЦОМ із ЛАПЧХ, що відповідає рис. 5.10. Змінимо нахил ЛАПЧХ ПДОК на відносній псевдочастоті зрізу від значення $-37.0011[\text{дб/дек}]$ до значення, яке приблизно дорівнюватиме $(-37.0011+20) \text{ дб/дек} = -17.0011\text{дб/дек}$. Нагадаємо, що нахил -20дб/дек на частоті зрізу вважається ознакою того, що ЦСАК буде мати прийнятну якість регулювання;

Прийmemo, що $1/T_2 = 10 \cdot \bar{\lambda}_R$, $1/T_1 = \bar{\lambda}/10$. Тоді отримаємо $T_2 = 1/(10 \cdot \bar{\lambda}_R) = 0.5155$, $T_1 = 10/\bar{\lambda}_R = 51.5464$.

Враховуючи, що $j\bar{\lambda} = \frac{z-1}{z+1}$, перейдемо у виразі $D1_{\text{pch}}(\bar{\lambda}) = k_1 \cdot \frac{T_1(j\bar{\lambda}) + 1}{T_2(j\bar{\lambda}) + 1}$ до

змінної z . Тоді отримаємо, що $D_1(z) = k_1 \cdot \frac{(T_1 + 1) \cdot z + (1 - T_1)}{(T_2 + 1) \cdot z + (1 - T_2)}$.

2) зменшення відносної псевдочастоти зрізу розімкненої системи за допомогою алгоритму ЦОМ із ЛАПЧХ, що відповідає рис. 5.9.

Прийmemo, що $T_{11} = 10/0.194 = 51.5464$, $T_{22} = 10 * T_1 = 515.4639$. Тоді.

враховуючи, що $j\bar{\lambda} = \frac{z-1}{z+1}$, перейдемо у виразі $D_{2_{pch}}(\bar{\lambda}) = k_1 \cdot \frac{T_{11}(j\bar{\lambda}) + 1}{T_{22}(j\bar{\lambda}) + 1}$ до

змінної z

$$D_2(z) = k_1 \cdot \frac{(T_{11} + 1) \cdot z + (1 - T_{11})}{(T_{22} + 1) \cdot z + (1 - T_{22})}$$

Остаточно передавальна функція ЦОМ набуває вигляду $D(z) = D_1(z) \cdot D_2(z)$.

Перейдемо до імітаційного експерименту.

8.

Результати порівняльного моделювання перехідних процесів на виході ЦСАК із алгоритмом, який отримано в попередньому пункті методики та замкненої системи із пропорційним регулятором (див. рис. 5.11, 5.12).

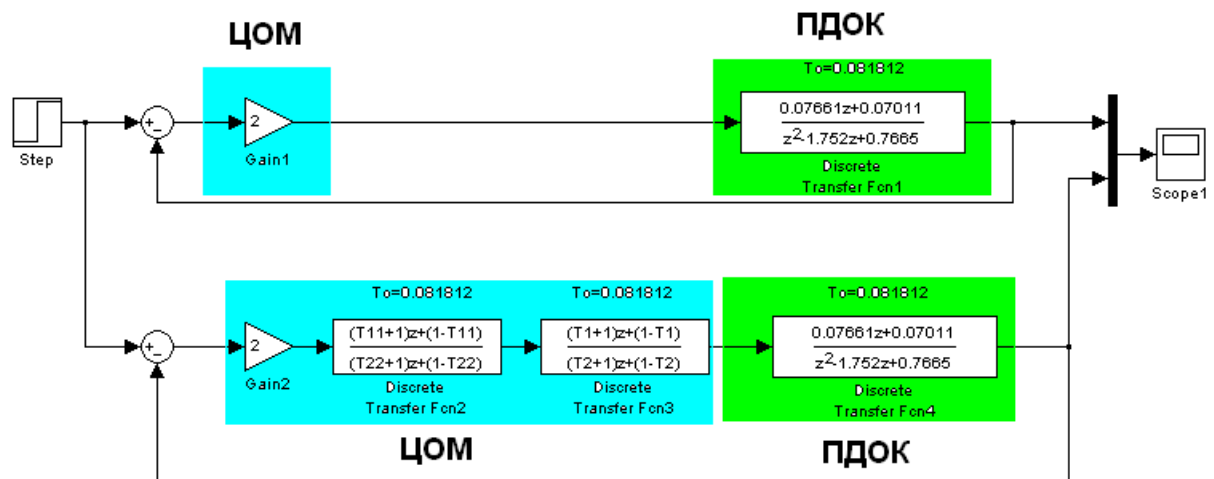


Рис. 5.11. Комп'ютерна імітаційна модель

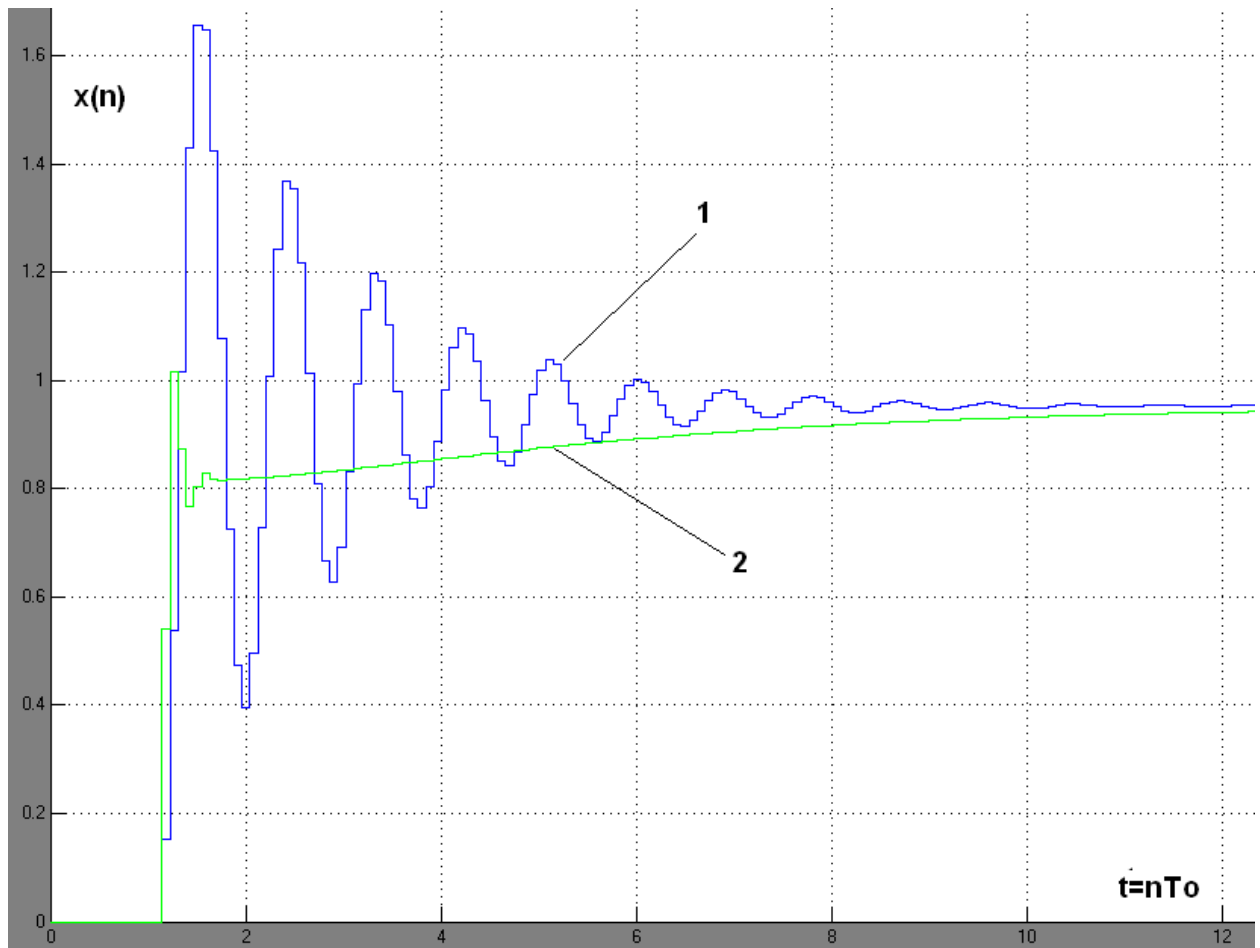


Рис. 5.12. Перехідні процеси на виході системи прототипу із пропорційним регулятором (1) та ЦСАК із алгоритмом, який синтезовано методом асимптотичних логарифмічних псевдочастотних характеристик (2)

9.

1. Результати комп'ютерного моделювання повністю підтверджують викладені у лекції теоретичні положення щодо можливості застосування методу асимптотичних логарифмічних псевдочастотних характеристик для синтезу алгоритму цифрового автоматичного керування.

2. Завдяки синтезованому цифровому алгоритму вдалося зменшити коливальність САК в 10 разів, перегулювання в 4 рази. Тривалість перехідного процесу майже не зменшилась.