



Фінансова математика фондового ринку

Лекція 4. Вторинні фінансові активи



Фінансова математика Фондового ринку

**Вторинні
фінансові
активи**



Вторинні фінансові активи

- Опціони
- Своп

ОПЦІОНИ

- ➔ **1.1. Поняття опціону. Його характеристики**
- ➔ **1.2. Ціна опціону**
- ➔ **1.3. Можливість арбітражної стратегії для опціону**

1.1 Поняття опціону. Його характеристики

На багатьох фінансових ринках самі активи не продаються і не купуються. Їх замінюють вторинні цінні папери.

Прикладом найбільш різноманітних вторинних цінних паперів вважають *опціони*. Опціони на товари та акції використовуються уже декілька століть. У часи “ тюльпаноманії ” (1637 р.) торговці надавали виробникам тюльпанів право продавати вирощені цибулини за фіксованою мінімальною ціною (сьогодні це назвали б *put опціон*). В свою чергу торговці також сплачували винагороду виробникам тюльпанів за право купити врожай цибулин за фіксованою мінімальною ціною (сьогодні це назвали б *call опціон*).

Опціон — контракт, який дає право купити або продати певний актив за визначеною ціною і у визначений момент майбутнього.

Call опціон дає право його власнику (але не зобов'язує його) купити актив, наприклад, акцію, за фіксованою ціною у момент реалізації опціону.

Put опціон дає право його власнику (але не зобов'язує його) продати акцію за фіксованою ціною у момент реалізації опціону.

Якщо в опціоні фіксується дата (*момент реалізації опціону*), коли має відбутися купівля, то це європейський опціон, якщо ж фіксується дата **до** якої має відбутися купівля, то це американський опціон.

Нехай K — *ціна акції*, зафіксована в опціоні, або *страйкова ціна*. T — *момент реалізації* або *дата виконання* опціону, тобто останній день, в який опціон може бути виконаний. S_T - ціна акції у момент часу T .

Власник опціону, той хто придбав його у продавця, займає *довгу позицію*, а продавець, який випустив або підписав цей опціон, - *коротку позицію* за даною угодою.

Опціон характеризується своєю виплатою. Власник європейського call опціону реалізує його, тобто придбає акцію у момент T за страйковою ціною K , якщо $S_T > K$. Потім продасть її на ринку і отримає прибуток рівний $S_T - K$. Якщо ж $S_T \leq K$, то інвестор не реалізує опціон, бо на ринку у момент T можна придбати акції за меншою ціною, і несе збиток рівний вартості опціону, сплаченої при його купівлі. Тому виплата власнику європейського *call* опціону складає

$$(S_T - K)_+ = \begin{cases} S_T - K, & S_T > K, \\ 0, & S_T \leq K. \end{cases}$$

Власник європейського put опціону реалізує його, тобто продасть акцію у момент T за страйковою ціною K , якщо $K > S_T$. А потім придбає на ринку акцію за ціною S_T і отримає прибуток рівний $K - S_T$. Відповідно виплата за європейським *put* опціоном складає

$$(K - S_T)_+ = \begin{cases} K - S_T, & K > S_T, \\ 0, & K \leq S_T. \end{cases}$$

1.2 Ціна опціону

Позначимо через F ціну опціону у момент угоди і встановимо, яку ціну доцільно платити при його купівлі.

Нехай опціон купують у момент $t=0$ і ціна акції у цей момент рівна S_0 . Вважаємо, що у інвестора існує можливість вкладати капітал у безризикові активи із відсотковою ставкою r .

Якщо момент реалізації опціону рівний T , а K – ціна акції, зафіксована в опціоні, то **арбітражною ціною опціону** називається число

$$F_A = S_0 - Ke^{-rT}.$$

Ціна F_A опціону гарантує, що не існує стратегії, яка принесе безризиковий дохід. Ціна F_A для моделей фінансового ринку означає “відсутність арбітражу”.

1.3 Можливість арбітражної стратегії для опціону

Однією з можливих стратегій інвестора є *купівля акції у момент $t = 0$ за ціною S_0 ; у момент $t = T$ цей спосіб не передбачає жодних дій.*

Інший спосіб більш складний, а саме: *у момент $t = 0$ придбати call опціон за ціною $S_0 - x$, $0 \leq x \leq S_0$, а на x у.о. придбати облігацій; у момент $t = T$ реалізувати опціон, купуючи акцію за ціною K .*

Зверніть увагу на обмеження $0 \leq x \leq S_0$: інші значення x є нереалістичними. Дійсно $S_0 - x > S_0$, тобто ціна опціону є вищою за ціну самої акції; у цьому випадку доцільно одразу купувати акцію, а не опціон. Значення $x > S_0$ означає, що $S_0 - x < 0$, тобто від'ємну ціну опціону, що також практично не є можливим.

Визначимо затрати інвестора для наступних стратегій інвестора

номер стратегії	$t = 0$		$t = T$	
	Е	А	Е	А
Стратегія I	S_0	1 акція	0	1 акція
Стратегія II	$(S_0 - x) + x$	1 опціон	$K - xe^{rT}$	1 акція

Витрати інвестора у момент $t = T$ при другому способі складаються з ціни K , яку заплатили за акцію згідно реалізованому опціону, зменшеної на дохід xe^{rT} за облігації.

Таким чином, сукупні затрати інвестора для Стратегії I дорівнюють $E_1 = S_0$; для Стратегії II затрати дорівнюють $E_2 = (S_0 - x) + x + K - xe^{rT}$.

Другий спосіб є більш вигідний для інвестора.

СВОП

Своп (від англ. *swap* — обмін, заміна) є угодою про обмін активів, процентних виплат, процентних ставок або інших характеристик, вказаних в угоді, з метою оптимізації структури капіталу компанії і отримання додаткового доходу. Угода між двома учасниками ринку про обмін у майбутньому платежами відповідно до умов угоди. Фактично своп полягає в зміні грошового потоку з одними характеристиками на грошовий потік з іншими характеристиками.

Своп — операція, що поєднує готівкову купівлю-продаж з одночасним укладанням контругоди на певний термін. Існує кілька типів операцій «своп»:

- валютні,
- процентні,
- боргові,
- із золотом і їх різні поєднання.

ПРИКЛАД. У січні 2019 року інвестор планує придбати облигації на суму 100 000 доларів США з відсотковою ставкою 5%. На момент укладання угоди у інвестора грошові заощадження в євро валюті (EUR). Щоб виконати таку угоду, інвестору потрібні долари США (USD), які він зможе повернути через рік (у момент погашення облигації). Банк пропонує обмін EUR/USD у січні 2018 року за курсом 1,365 і за курсом 1,370 у січні 2019 року.

СТРАТЕГІЯ А. Придбати USD за EUR за курсом 1,365, а через рік обміняти USD на EUR за поточним ринковим курсом.

СТРАТЕГІЯ В. Укласти угоду Swap з банком:

1) придбати 100 000 USD за EUR за курсом 1,365 з датою розрахунку у січні 2018 року та

2) продати 100 000 USD за EUR за курсом 1,370 з датою розрахунку у січні 2019 року.

Якщо інвестор прийме рішення **СТРАТЕГІЯ А**, то він матиме валютний ризик: щоб отримати 100 000 USD за курсом 1,365 інвестор має обміняти 73 260,07 EUR. Якщо, наприклад через рік валютний курс стане вище ніж 1,43325, то інвестор не лише не отримає запланований дохід, але й понесе збитки.

Якщо інвестор прийме рішення **СТРАТЕГІЯ В**, то він знижує ризик несприятливої зміни валютного курсу, а також знижує і можливість додаткового прибутку при сприятливій зміні. Розмір інвестиції в EUR такий самий як і при СТРАТЕГІЇ А. Після погашення облігацій інвестор стане власником суми 105 000 USD або 76 642,34 EUR за курсом 1,370. Прибуток інвестора складатиме

$$3\,382,27 = 76\,642,34 - 73\,260,07 \text{ або } 4,6168 \%$$

Дякуємо за увагу!

