



Фінансова математика фондового ринку

Лекція 7. Форвардні контракти



Фінансова математика фондового ринку

Форвардні
контракти



Форвардні контракти

- **Форвардні контракти основні поняття**
- **Приклад функціонування валютного ринку**
- **Форвардні контракти для біноміальних моделей**

ФОРВАРДНІ КОНТРАКТИ, ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

Форвардний контракт – це договір між двома сторонами, який надає право (та обов'язок) одній стороні придбати, а іншій – продати фінансовий актив (наприклад акцію) у фіксований момент часу T . Момент T називається часом реалізації форвардного контракту, F називається форвардною ціною активу. Одним з додаткових параметрів, що впливає на форвардний контракт, є ціна акції X_0 у момент заключення контракту.

ПРИКЛАД ФУНКЦІОНУВАННЯ ВАЛЮТНОГО РИНКУ

Розглянемо ринок обміну гривні на долари. Позначимо, через r_1 банківський відсоток по депозитам у доларах, а через r_2 - банківський відсоток по депозиту у гривні. У загальному випадку $r_1 \neq r_2$. Процеси нарощення капіталу, які відповідають депозитам у різних валютах, розвиваються наступним чином:

$$B_t^1 = B_0^1 e^{r_1 t}, \quad B_t^2 = B_0^2 e^{r_2 t}.$$

Нехай у початковий момент часу $t = 0$ обмінний курс дорівнює X_0 гривень. Нехай у цей момент часу пропонується форвардний контракт на купівлю долара з терміном реалізації T і форвардною ціною долара F .

Вважаємо, що вартість укладання контракту дорівнює нулю. Розглянемо два можливих способи дії інвестора, які пропонуються агентом фінансового ринку.

Спосіб 1. У момент $t = 0$ покласти $e^{-r_1 T}$ доларів на депозит, у момент $t = T$ отримати дивіденди.

Спосіб 2. У момент $t = 0$ покласти $e^{-r_2 T} F$ гривень на депозит та укласти форвардний контракт на купівлю одного долара, у момент $t = T$ отримати дивіденди та реалізувати контракт.

Позначимо через E_1 та E_2 витрати у моменти $t = 0$ та $t = T$ відповідно. Аналогічно, R_1 та R_2 - це доходи та E_1 та E_2 - це витрати у моменти $t = 0$ та $t = T$ відповідно.

$t = 0$				$t = T$		
	E	R	A	E	R	A
Спосіб 1	$e^{-r_1 T}$ дол	0	-	0	1\$	-
Спосіб 2	$e^{-r_2 T} F$ грн	0	контракт	0	1\$	-

Стовбець з маркуванням А містить перелік активів, який відповідає моменту часу.

Дохід у момент часу $t = T$ для способу 1 з відсотковою ставкою r_1 дорівнює:

$$R_1(T) = e^{-r_1 T} \cdot e^{r_1 T} = 1 \text{ доларів.}$$

Дохід для другого способу обчислюється з урахуванням наявності форвардного контракту та форвардної ціни долара:

$$R_2(T) = e^{-r_2 T} F \cdot e^{r_2 T} = F \text{ гривень}=1 \text{ долар.}$$

Зрозуміло, що

$$R_1(T) = R_2(T)$$

незалежно від значень X_0 та F .

Важливою особливістю обох способів є те, що дохідність кожного з них не залежить від реального обмінного курсу у момент $t = T$.

ФОРВАРДНІ КОНТРАКТИ ДЛЯ БІНОМІАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ

У форвардному контракті фіксується дата для розрахунків за контрактом та форвардна ціна фінансового активу F . Контракт укладають дві сторони. Укладання контракту є безкоштовним для обох сторін. Про сторону, яка зобов'язується продати актив за ціною F , говорять, що вона займає коротку позицію у контракті. Інша сторона займає довгу позицію в контракті.

Прибуток (збитки) сторін від реалізації форвардного контракту розраховуються наступним чином. Якщо, наприклад, форвардна ціна акції дорівнює $F = 80$ у. о., а її ринкова ціна у момент $t = 1$ дорівнює 84 у.о., то сторона з довгою позицією купує акцію у іншій стороні контракту, та одразу продає її на ринку, отримуючи прибуток 4 у.о.

Інша сторона, навпаки, має збитки у розмірі 4 у.о. Якщо власник, короткої позиції має акцію, то його збиток у багатьох випадках має лише психологічний характер.

В загальному випадку сторона з довгою позицією отримує $S(1) - F$ у.о., а з короткою - $F - S(1)$ у.о.

Твердження. Форвардний контракт є ринковим.

Ціна форвардного контракту. Процедура складання форвардного контракту є безкоштовною для обох сторін. У наступному прикладі ми побачимо на скільки важливою задачею є визначення справедливої ціни.

ПРИКЛАД. Нехай $B(0) = 100$, $B(1) = 110$, $S(0) = 50$, $F > 55$.

Розглянемо наступний підхід інвестора: у момент $t = 0$

- узяти кредит 50 у.о;
- придбати акцію за $S(0)=50$ у.о;
- зайняти коротку позицію у контракті з форвардною ціною F у.о.

Зрозуміло, що момент $t = 0$ портфель інвестора дорівнює $V_0 = 0$.

Далі, у момент $t = 1$ інвестор

- закриває коротку позицію у контракті (продає акцію за F у.о.);
- повертає кредит з відсотками, заплативши 55 у.о.

Отже, портфель інвестора у момент $t = 1$ дорівнює $V_1 = F - 55 > 0$ для довільного $\omega \in \Omega$, тобто домінантна стратегія існує.

Дякуємо за увагу!

