



# Фінансова математика фондового ринку

## Лекція 8. Ф'ючерсні контракти



## Фінансова математика Фондового ринку

Ф'ючерсні  
контракти



## Ф'ючерсні контракти

- Ф'ючерсні контракти. Основні поняття
- Початкова ф'ючерсна ціна
- Хеджування з ф'ючерсними контрактами

# Ф'ЮЧЕРСНІ КОНТРАКТИ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

Поширеним біржовим інструментом сучасних валютних ринків є ф'ючерсні контракти, які використовують з метою хеджування ризиків і для проведення спекулятивних операцій.

**Ф'ючерсний контракт** - це угода між продавцем або покупцем, з одного боку, і кліринговою палатою ф'ючерсної біржі, з іншого, про поставку (прийняття) стандартної кількості базових інструментів за узгодженою ціною на конкретну дату в майбутньому.

Отже, ф'ючерсні угоди укладаються між двома сторонами, однією з яких завжди є клірингова (розрахункова) палата ф'ючерсної біржі, що виконує роль гаранта здійснення всіх контрактів.

У 70-х роках ХХ ст. у зв'язку з введенням плаваючого валютного курсу стали більш мінливими ринкові процентні ставки, що в результаті привело до збільшення мінливості цін різноманітних фінансових інструментів. Це спричинило появу і стрімкий розвиток ринку фінансових ф'ючерсів.

.

Припустимо, що ціна акції змінюється у дискретні моменти часу через проміжки  $\tau$ ,  $0 \leq n \leq T/\tau$ , де  $T$  - час доставки. У кожний момент часу  $n$  ринок вказує не лише поточну ціну  $S(n)$ , але і ф'ючерсну  $f(n, T)$ .

Ф'ючерсний контракт передбачає послідовність виплат, які динамічно прирівнюють позиції сторін. При цьому мають виконуватися наступні умови

- 1) ціна ф'ючерсного контракту дорівнює нулю у нульовий момент часу;
- 2) ф'ючерсна ціна у момент доставки дорівнює  $f(T, T) = S(T)$ ;
- 3) у кожний момент  $n$ ,  $n\tau \leq T$ , ф'ючерсна ціна дорівнює нулю.

Формально можна вважати, що **форвардний контракт**- це ф'ючерсний контракт з

$$\tau = T, f(T - 1, T) = F(0, T) \text{ та } f(T, T) = S(T).$$

Форвардний контракт можна подати, як ф'ючерсний та для довільного  $\tau$ , якщо покласти

$$f(n, T) = F(0, T), n\tau \leq T - \tau, \text{ та } f(T, T) = S(T).$$

Тут  $F(0, T)$  - форвардна ціна контракту.

**ПОЧАТКОВА Ф'ЮЧЕРСНА ЦІНА**

*Теорема 1. Якщо банківська ставка є постійною, то*

$$f(0, T) = F(0, T)$$

Теорема не є справедливою, якщо банківська ставка змінюється непередбачувано. Але якщо її зміни є відомими, то твердження теореми є справедливим. Для економіки з постійною банківською відсотковою ставкою одержуємо наступну залежність

$$f(t, T) = S(t)e^{r(T-t)},$$

якщо дивіденди по акції не виплачуються. У будь-якому випадку флуктуація ф'ючерсної ціни визначається флуктуацією ціни акції.

# ХЕДЖУВАННЯ З Ф'ЮЧЕРСНИМИ КОНТРАКТАМИ

Одним з простих способів страхування від різких коливань в ціні на акцію є укладання форвардного контракту. Інша можливість – це хеджування за допомогою ф'ючерсного контракту, ринок яких є добре розвиненим, а самі вони є ліквідними та захищеними від ризику дефолту.

**ПРИКЛАД.** Нехай  $S(0) = 100\$$ ,  $r = 8\%$ . Нехай вирівнювання відбувається один раз на місяць, тобто  $\tau = 1/12$ . Припустимо, що інвестор має бажання продати акцію через три місяці. Щоб застрахуватися від різких коливань в ціні акції, інвестор займає коротку позицію в ф'ючерсному контракті з доставкою через 3 дні. Суми, які виникають від рівняння, кладуть на депозит. Далі показані два можливі сценарії зміни цін.

## Сценарій 1

$n$	$S(n)$	$f(n, 3/12)$	Суми виплат, згідно рівняння	Суми виплат по депозиту
0	100	102,02		
1	102	103,37	-1,35	-0,02
2	101	101,67	+1,69	+0,01
3	105	105,00	-3,32	0,00
		Разом:	-2,98	-0,01

У сценарії 1 інвестор продає акцію за ціною 105, 00\$ , а зрівняння приносить збиток, зменшуючи суму до  $105,00 - 2,98 - 0,01 = 102,01$ .

Без депозиту баланс був би  $105,00 - 2,98 = 102,02$ , що дорівнює ф'ючерсній ціні  $f(0, 3/12)$ .

## Сценарій 2

$n$	$S(n)$	$f(n, 3/12)$	Суми виплат, згідно рівняння	Суми виплат по депозиту
0	100	102,02		
1	98	99,31	+2,70	+0,04
2	97	97,65	+1,67	+0,01
3	92	92,00	+5,65	0,00
		Разом:	-10,02	+0,05

У сценарії 2 інвестор продає акцію за ціною 92, 00\$ , та отримує дохід  $92,00+10,02+0,05=102,07$ .

Без депозиту баланс був би  $92.00+10,02=102,02$ , що дорівнює ф'ючерсній ціні  $f(0, 3/12)$ .

**Дякуємо за увагу!**

