Пуасоны тархалтаар Бином тархалт руу дөхөх

Ховор өвчний тархалтанд хотын химийн үйлдвэр буруутгагдаж байна

Avonford-ын оршин суугчдад ховор өвчин их илэрч байна. Өнгөрсөн жил 5 хүний 1 нь оношлогдон үүнээс болж шаналж байна. Энэ нь улсын дунджаас 3 дахин их үзүүлэлт юм.

Уг ховор өвчний улмаас (Палфригийн нөхцөл гэж нэрлэдэг) дотор муухайрч, ядардаг.

Харпер Лейнийн ажилчин Жэймс Лүдт (32) сүүлийн 6 сарын турш ажил хийх боломжгүй байна. Түүний эхнэр Мюрил (29) "Жеймс ажлын байраа алдаж байгаад би санаа зовж байна, бас хүүхдүүдэд халдварлах вий гэж айж байна (Марк, 4, Саманта, 2) " гэж хэлжээ. Хатагтай Лүдт энэ өвчинд аж үйлдвэрийн эзэмшил дэх химийн цогцолборыг буруушааж байна. "Avonford Chemicals нүүж ирэхийн өмнө энд нэг ч тохиолдол гарч байгаагүй" гэжээ.

Орон нутгийн химийн үйлдвэр нь түүний гэр бүлийн амьдралыг сүйтгэж байгаа гэдэгт Мюрил Лүдт итгэж байна.

Орон нутгийн байгаль орчны компанит ажилд оролцогч Рой Жэймс хатагтай Лүдтийг дэмжиж байна. "Зөвшөөрөл авахаар төлөвлөж байх үед орон нутгийн удирдлагад энэ төрлийн өвчлөл ихсэж болзошгүйг би анхааруулж байсан. 1 жилд 40000 хүн тутамд 1 тохиолдол илрэх нь хэвийн байдаг" гэжээ.

“Avonford Chemicals”-ийн хэвлэлийн төлөөлөгч Жулия Миллвард хэлэхдээ " Энэ өвчлөлийн шалтгаан нь манай химийн үйлдвэр болж байна гэдгийг бид үгүйсгэж байна. Аюулгүй ажиллагааны тэмдэглэл маань маш сайн. Манай ажилтнуудаас уг өвчин илэрсэн тохиолдол байхгүй. Аль ч тохиолдолд 60 000 хүн амд 5 тохиолдол гарч байгаа нь асуудал юм” гэсэн байна.

Уг өвчний тохиолдлыг таамагласан тоо нь буюу 1.5 гарах ба эндээс харвал 5 нь их өндөр үзүүлэлт гэж харагдаж байна.

Та химийн үйлдвэр буруутай гэж үзэж байна уу, эсвэл хүмүүс тус үйлдвэрийг буруутгах шалтаг хайж байна гэж үзэж байна уу? Та энэ хоёр дүгнэлтийн талаар шийдвэр хэрхэн гаргах вэ? 5 нь үнэхээр олон тохиолдол уу?

Энэ нөхцөл байдлыг бином тархалтаар загварчилж болно. Хүн тухайн өвчнөөр 1 жилд өвчлөх магадлал нь ба өвчлөхгүй байх магадлал нь байна.

60 000 хүнд 5 тохиолдол (үүнээс 59 995 хүн өвчлөөгүй) илрэх магадлал нь

$$^{60000}C_5\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59995}\left(\frac{1}{40000}\right)^5 \approx 0.0141.$$

байна.

Гэсэн хэдий ч бид яг 5 тохиолдол илрэх магадлалыг олох гэж зориогүй, харин 5 эсвэл түүнээс олон байх магадлалыг олохыг хүсч байгаа. Хэрэв энэ нь маш бага байвал өнгөрсөн жил Avonford-д ямар нэг ер бусын зүйл тохиолдсон байж магадгүй.

Та 4 ба түүнээс бага тохиолдол илрэх магадлалыг 1-ээс хасах замаар 5 ба түүнээс дээш тохиолдол илрэх магадлалыг олох боломжтой.

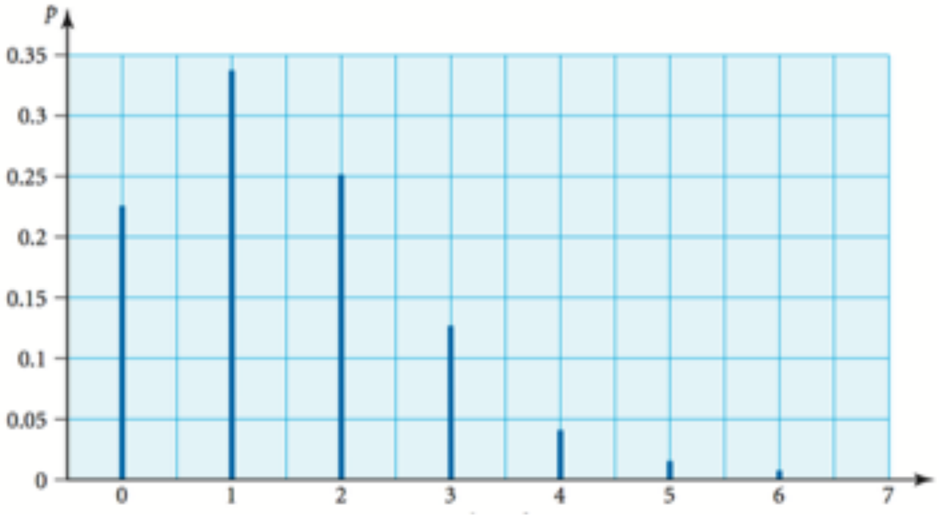
4 ба түүнээс бага тохиолдол илрэх магадлал нь

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{39999}{40000}\right)^{60000} && \text{0 тохиолдол}\\
&+{}^{60000}C_1\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59999}\left(\frac{1}{40000}\right) && \text{1 тохиолдол}\\
&+{}^{60000}C_2\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59998}\left(\frac{1}{40000}\right)^2 && \text{2 тохиолдол}\\
&+{}^{60000}C_3\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59997}\left(\frac{1}{40000}\right)^3 && \text{3 тохиолдол}\\
&+{}^{60000}C_4\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59996}\left(\frac{1}{40000}\right)^4 && \text{4 тохиолдол}
\end{aligned}$$

гэж олдоно. Энэ нь төвөгтэй боловч тооны машин ашиглан тооцоолбол гарна.

(Энд 3 орны нарийвчлалтай авсан ба илүү олон орны нарийвчлалтай авч болно.)

Иймд нэг жилд 5 ба түүнээс олон тохиолдол илрэх магадлал нь 1 – 0.981 = 0.019 гарна. Энэ нь үнэмшилгүй мэт боловч ингэж гарах нь үнэн юм. Зургийг харна уу.



Тохиолдлын тоо

Санамж

Энд хоёр зүйлийг хэлэх хэрэгтэй. Нэгдүгээрт, бином загварт туршилтыг үл хамаарах гэж үздэг. Хэрэв энэ өвчин халдвартай бол мэдээж кэйс болж чадахгүй. Хоёрдугаарт, Avonford Chemicals-тай энэ өвчнийг холбох нотолгоо байхгүй байна. Өөр олон тайлбар байж болно.

Биномын гишүүнд дөхөх

Бином тархалтаас гарсан үр дүнг ашиглан тооцоолол хийх боломжтой байсан ч энэ нь хэт нүсэр байсан. Энэ хэсэгт та тооцооллыг хэрхэн хялбарчилж болох вэ гэдгийг олж харах болно. Дараах тооцоолол нь тухайн үзэгдэл ховор тохиолддог баримтуудад хамаатай боловч нь бага, нь их байх тохиолдол олон таардаг.

Эхний гишүүн буюу өвчний 0 тохиолдлын магадлалыг эхлээд харъя. Энэ нь

ба энд нь тогтмол байна.

Одоо дараагийн гишүүн болох өвчний 1 тохиолдлын магадлалыг харъя. Энэ нь

$$\begin{aligned}
&{}^{60000}C_1\left(\frac{39999}{40000}\right)^{59999} \times \left(\frac{1}{40000}\right)\\
&= \frac{60000 \times \left(\frac{39999}{40000}\right)^{60000} \times \left(\frac{40000}{39999}\right)}{40000}\\
&= k \times \frac{60000}{39999}\\
&\approx k \times \frac{60000}{40000}\\
&= k \times 1.5.
\end{aligned}$$

байна. Харин дараагийн гишүүн, өвчний 2 тохиолдлын магадлал нь

$$\begin{aligned}
&{}^{60000}C_2 \times \left(\frac{39999}{40000}\right)^{59998} \times \left(\frac{1}{40000}\right)^2\\
&= \frac{60000 \times 59999}{2 \times 1} \times \left(\frac{39999}{40000}\right)^{60000} \times \left(\frac{40000}{39999}\right)^2 \times \left(\frac{1}{40000}\right)^2\\
&= \frac{k \times 60000 \times 59999}{2 \times 1 \times 39999 \times 39999}\\
&\approx \frac{k \times 60000 \times 60000}{2 \times 40000 \times 40000}\\
&= k \times \frac{(1.5)^2}{2}.
\end{aligned}$$

байна. Энэ замаар үргэлжлүүлж өвчний тохиолдлын тооны хувьд дараах магадлалын тархалтыг гаргаж болно.

Тохиолдлын тоо	0	1	2	3	4	…
Магадлал						…

Магадлалуудын нийлбэр нь 1-тэй тэнцүү тул

$$k + k\times 1.5 + k\times\frac{(1.5)^2}{2!} + k\times\frac{(1.5)^3}{3!} + k\times\frac{(1.5)^4}{4!} + \ldots = 1$$

$$k\left[1 + 1.5 + \frac{(1.5)^2}{2!} + \frac{(1.5)^3}{3!} + \frac{(1.5)^4}{4!} + \ldots\right] = 1$$

байна. Хаалтан доторх илэрхийлэл нь бидний сайн мэдэх экспоненциал цуваа буюу

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots$$

байна. Иймд тул болно.

Эндээс өвчний тохиолдлын тооны хувьд магадлалын тархалт гарна.

Тохиолдлын too	0	1	2	3	4	…
Магадлал						…

Ерөнхийдөө тохиолдлын хувьд магадлал нь байна.

Нарийвчлал

Эдгээр илэрхийллүүд нь бином коэффициентийг агуулсан илэрхийллээс илүү хялбар байна. Эдгээрийг хэрхэн нарийвчлах вэ? Дараах хүснэгтэд энэ 2 аргаар бодсон үр дүнг таслалаас хойш 6 орны нарийвлалтайгаар харьцуулж харууллаа.

Тохиолдлын too	**Магадлал**	
	Бином арга	**Дөхөх арга**
0	0.223126	0.223130
1	0.334697	0.334695
2	0.251025	0.251021
3	0.125512	0.125511
4	0.047066	0.047067

Эндээс тохироц нь маш сайн байгааг харж байна. 6 дахь цифр хүртэл ялгаа байхгүй байна.

Дараах тохиолдолд Пуасоны тархалтыг B(n, p) бином тархалтын дөхөлтөөр ашиглаж болно.

- их байх ( )
- бага байх (үзэгдэл ховор илэрдэг)
- нь их биш ().

Жишээ: Үндэсний хэмжээнд мянган хүний 1 нь хүнс даршлахад ашигладаг ямар нэг ашигладаг ямар нэгэн химийн бодисоос харшилтай байдаг нь тогтоогдсон. Хүнс даршилдаг ийм үйлдвэр 500 ажилтантай.

(i) Энэ үйлдвэрийн 2-оос олон ажилтан химийн бодисын харшилтай байх магадлалыг нь ямар байх вэ?.

(ii) Ямар таамаглал дэвшүүлж байна вэ?

Бодолт:

(i) нь 500 хүний санамсаргүй түүвэр дэх харшилтай хүний тоо гэе.

их, бага тул , бином тархалтанд Пуасоны тархалтаар дөхөхөд тохиромжтой.

учир

$$P(X = r) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^r}{r!}$$

$$= e^{-0.5} \times \frac{0.5^r}{r!}$$

$$\begin{aligned}
P(X > 2) &= 1 - P(X \leqslant 2) \\
&= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] \\
&= 1 - \left[e^{-0.5} + e^{-0.5} \times 0.5 + e^{-0.5} \times \frac{0.5^2}{2}\right] \\
&= 1 - [0.6065 + 0.3033 + 0.0758] \\
&= 1 - 0.9856 \\
&= 0.0144
\end{aligned}$$

гарна.

(ii) Харшилтай хүмүүс үйлдвэрт ажилладаг байх магадлалтай тул харшилгүй байх боломжтой гэж таамаглаж болох юм. Бодит байдал дээр энэ нь магадлалтай: Та эрүүл мэндэд хортой ажилд орохгүй байх болно.

Дасгал

1. Биномын томьёог ашиглан дараах бином тархалт бүрийн хувьд магадлалыг тооцоол. Тохиолдол бүрийн хувьд тохирох Пуасоны тархалтыг ашиглан -д дөхөж, энэ дөхөлтийн алдааны хувийг тооцоол. Юу болсоныг тайлбарла.

   (i)

   (ii)

   (iii)

2. Автомат угаалгын машины үйлдвэрлэлд 3% нь техникийн үзүүлэлтээс хамааран гологдол болдог. Угаалгын машины үйлдвэрлэлээс 100 ширхэг машиныг

санамсаргүй түүвэрлэе. Тохиромжтой тархалтаар дөхөж дараах магадлалыг тооцоол.

(i) Яг 3 гологдол байх

(ii) 2-оос 4 гологдолтой байх

3. Тухайн 1 өдөрт улсын болон холбооны шүүхэд бүртгэгддэг иргэний заргын тоо 500 байдаг. Иймэрхүү заргыг нэг долоо хоногийн дотор шийдвэрлэх магадлал нь 0.01 байна. Пуасоны тархалтын дөхөлтийг ашиглан тухайн 1 өдөр ирсэн анхны 500 заргаас 7 хоногт шийдэгдэх заргын тооны магадлалыг дараах тохиолдлуудад ол.

   (i) Яг 7 зарга

   (ii) Хамгийн багадаа 5 зарга

   (iii) Хамгийн ихдээ 6 зарга

4. Үйлдвэрлэсэн бүтээгдэхүүний нэг хувь нь гологдол болдог. 1000 бүтээгдэхүүний санамсаргүй түүврийн хувьд дараах магадлалуудыг Пуасоны тархалтын дөхөлт ашиглан тооцоол.

   (i) Яг 5 гологдол байх

   (ii) Хамгийн ихдээ 5 гологдол байх

5. Бетти долоо хоногийн 5 хоног, 1 жилд 50 долоо хоног 50 километр шулуун замд жолоо барьдаг. Тэрбээр зам дээр зөвшөөрөгдөх 70 км/цаг-ийн хурдны хязгаарыг харгалзахгүй 95-105 км/цаг-ийн хурдтай явдаг. Тэр цагаас цагт цагдаад баригдаж торгуулдаг боловч нэг өдөрт торгуулах магадлал байхыг тооцоолсон. Хэрэв 3 жилийн дотор гурван удаа торгуулбал тэр жолооны эрхээ 300 хоног хасуулна. Беттигийн тооцоолсон магадлалыг ашиглан дараах асуултуудад хариул.

   (i) Тэр жилд яг нэг удаа торгуулах магадлал нь ямар байх вэ?

   (ii) Тэр 3 жилийн хугацаанд 3-аас цөөн торгуулах магадлал нь ямар байх вэ?

   (iii) Тэр 3 жилийн хугацаанд яг 3 удаа торгуулах магадлал нь ямар байх вэ?

Бетти нэг өдөр цагдаад баригсанаас болж хурдаа 85-95 км/цагийн хооронд болгож бууруулан тодорхой хэмжээнд болгоомжтой байхаар шийдэв. Тэр баригдах магадлалаа болтол бууруулж чадна гэдэгт итгэж байгаа.

(iv) Тэр дараагийн 3 жилд 2-оос цөөн удаа баригдах магадлал нь ямар байх вэ?

6. Малайзын зарим хэсэгт автомашинаар явахад шууд зам ба тойруу замын аль нэгийг (байгалийн үзэсгэлэнтэй) сонгох боломжтой. 40 машины 1 нь тойруу замыг сонгодог болох нь тогтоогдсон. Замын инженер тойруу зам дээр зарим засвар хийхээр төлөвлөв. Тэрээр замаар 1 цагт 100 машин явах цагийг сонгох гэж байна. Аливаа 1 цагийн хувьд дараах магадлалыг тооцоол.

   (i) Нэг ч машин тойруу замаар явахгүй байх

   (ii) Хамгийн ихдээ 4 машин тойруу замаар

   (iii) Өглөөний 10.30-аас 11.00 цагийн хооронд замыг бүрэн хаах шаардлагатай болсон. Нэг ч машин цааргалахгүй байх магадлал ямар байх вэ?

7. Нэгэн социологч хотын дунд сургуулийн сурагчдаас зєвхєн 3% нь их сургуульд ордог гэж нотолжээ. Түүний гаргасан нотолгоон дээр тулгуурлаж санамсаргүй сонгосон 200 сурагчтай бүлгийн хувьд дараах магадлалуудыг тооцоолохдоо бином тархалтад Пуасоны тархалтаар дөх.

   (i) Яг 5 нь их сургуульд орох

   (ii) 5-аас олон нь их сургуульд орох

   (iii) Хэрэв 200 сурагчийн -ээс олон нь их сургуульд орох магадлал нь 0.2-оос бага бол -ийн боломжит хамгийн бага утгыг ол.

   100 сурагчтай өөр нэг бүлгийг сонгов. Дараах магадлалыг тооцоол.

   (iv) Бүлэг бүрээс яг 5 нь их сургуульд орох

   (v) Сонгосон бүх сурагчийн яг 10 нь их сургуульд орох

8. Нэг улсын тухайн бүс нутагт 80 хүний нэг нь Р бүлгийн цустай. Тухайн бүс нутгаас 150 цусны донорын санамсаргүй түүврийг сонгон авав. -ээр түүвэр дэх Р бүлгийн цустай донорын тоог тэмдэглэе.

(i) -ийн тархалтыг тодорхойл. Дөхөлтөөр ашиглаж болох Пуасоны тархалтын параметрийг ол. Пуасоны тархалт яагаад тохиромжтой байгааг үндэслэх 1 шалтгаан хэл .

(ii) Пуасоны тархалтыг ашиглан уг 150 донорын түүвэрт P бүлгийн цустай хүн хамгийн багадаа 2 байх магадлалыг ол.

9. Агаарын тээврийн компани нь Лондонгоос Парис руу өглөө эрт явах нислэгийн билетийг хоосон суудлаас нь илүү олон тоогоор зардаг. Тасалбар худалдаж авсан худалдан авагчдын (дунджаар) 5% нь эргэж ирэхгүй. Энэ нислэгийн хувьд үргэлж 108 билет зардаг. X -ээр энэ нислэгт ирэхгүй байх хэрэглэгчийн тоог тэмдэглэв.

   (i) X-ийн тархалтыг тодорхойлж үүнийг тохиромжтой байлгах нэг таамаглал хэл.

Нислэгт 104 зорчигчийн зай байгаа. Дараах асуултуудын хувьд тохиромжтой Пуасоны дөхөлтийг ашигла.

(ii) Дараах магадлалыг тооцоол

(а) Даваа гарагийн нислэгт яг 3 хоосон суудал байх

(б) Мягмар гарагийн нислэг дүүрэн байх

(в) Даваагаас Баасан гариг (Даваа Баасан гариг ороод) хүртэлх нислэгүүдээс зөвхөн 1 өдөр дүүрэн байх.