

### 0.1. Бином тархалт ашиглан таамаглал шалгах

Жишээ 1. Шоог 20 удаа орхиход 1 тоотой нүдээр 6 удаа унажээ. Туршилтын үр дүнг дор үзүүлэв. Уг шоог 1 нүдтэй талаараа унадаг байхаар хуурамч хийсэн гэж таамаглав. Таамаглал үнэн эсэхийг 5%-ийн ач холбогдлын түвшинд шалга.

1 6 6 5 5 1 2 3 2 3  
 4 4 4 1 4 1 1 1 1 3

Бодолт. Шоог орхиход 1 нүдээр унах үзэгдлийн магадлалыг  $p$  гээ. Тэгвэл таамаглалаа дараах байдлаар дэвшүүлэе.

Тэг таамаглал,  $H_0$  :  $p = 1/6$  (шоо хуурамч биш)  
 Алтернатив таамаглал,  $H_1$  :  $p > 1/6$  (шоо хуурамч)  
 Ач холбогдлын зэрэг : 5%.

Шоо орхих үзэгдлийн давтамжийг хүснэгтлэн үзүүлбэл

Нүдний тоо	1	2	3	3	5	6
Давтамж	6	2	3	5	2	2

Тэг таамаглалын хувьд  $B(20, 1/6)$  бином тархалтаар загварчлана. Энэ тархалтын хувьд 1 тоотой нүдээр унах магадлалыг тооцвол дараах хүснэгт гарна.

1 буух тоо	Магадлал
0	0.0261
1	0.1043
2	0.1982
3	0.2379
4	0.2022
5	0.1294
6	0.0647
7	0.0259
⋮	⋮

Шоо 1 тоотой нүдээрээ 0-с 5 хүртэл удаа унах үзэгдлийн магадлалыг олохдоо дээрх хүснэгтийн 0-с 5 хүртэл дугаарт харгалзах магадлалын нийлбэртэй тэнцэнэ. Энэ нийлбэр нь 0.8982 байна. Иймд шоо 1 тоотой нүдээрээ 6 ба түүнээс дээш удаа унах магадлал нь

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 6) &= 1 - P(X \leq 5) \\
 &= 1 - 0.8982 \\
 &= 0.1018
 \end{aligned}$$

болно. Энд бид шоог 20 удаа орхиход 1 тоотой нүдээр унах тоог  $X$ -р тэмдэглэв. 0.1018 магадлал нь 10.18% юм.

10% нь 5%-с их учир дээрх тэг таамаглалыг хүлээж авна. Энэ нь шоо хуурамч биш гэдэг таамаглалыг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгээр хүлээн авч байна гэсэн үг. Бас шоо хуурамч гэсэн таамаглалыг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгээр няцаалаа гэсэн үг.

Таамаглалыг шалгахдаа дараах алхмуудыг хийдэг. Үүнд:

- (1) Тэг болон альтернатив таамаглалыг дэвшүүлнэ.
- (2) Ач холбогдлын зэргийг тогтоно.
- (3) Санамсаргүй түүврийн аргаар тохирох өгөгдлийг цуглуулна.
- (4) Таамаглаа шалган холбогдох тооцооллыг хийнэ.
- (5) Шалгасан үр дүнгээ анхны таамаглалын хүрээнд тайлабрана.

Бодлого 1. да Силва ерөнхийлөгчийн сонгуульд өрсөлдөж буй. Тэрээр сонгогчдын 60% нь түүнийг дэмжиж буй гэж тооцож буй. Гэхдээ тэрээр энэ үнэлгээ нь хэтрүүлсэн үнэлгээ гэж үзэж санамсаргүй 12 хүнээс судалгаа хийжээ. Ингэхэд тэдгээрийн дөрөв нь түүнийг дэмжинэ гэж хэлжээ.

5%-ийн ач холбогдлын түвшинд тэрээр сонгогчдын хувийг хэтрүүлж үнэлж байгаа гэсэн таамаглалыг шалга.

Бодлого 2. Компани дуураймал кофе гаргаж байгаа бөгөөд кофе уугчид үүнийг жинхэнэ кофеноос ялгаж чадахгүй гэж үзэж байв. Кофенд дуртай нилээн хэдэн хүн үүнийг ялгаж чадна гэж хэлж байв. Үүнийг шалгахын тулд 20 хүнийг туршилтанд оруулжээ. 10 хүнд дуураймал кофе, 10 хүн жинхэнэ кофе уулгажээ. Гэхдээ аль кофе дуураймал, аль нь жинхэнэ кофе гэдгийг хэлээгүй. Дуураймал кофе уусан 10 хүний 8 нь энэ дуураймал кофе гэж хэлсэн бол 2 хүн жинхэнэ кофе гэж хэлсэн. Энэ мэдээллийг үндэслэн кофе дуртай хүмүүсийн хэлснийг үнэн эсэхийг (компанийн итгэж байгаа зүйлийг тэг таамаглал гэж аван) 5%-ийн ач холбогдлын түвшинд шалга.

Бодлого 3. 18 сурагч тос түрхсэн талхийг доош унагахад тостой талаар газар унана гэдэг дүгнэлтийг шалгахад болжээ. Тэд тус бүр нэг талханд тос түрхэн доош унагахад 14 нь тостой талаар 4 нь тосгүй талаар унажээ. Үүнтэй холбоотой таамаглал дэвшүүлж 1%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шалга.

Бодлого 4. Жолооны эрхийн шалгалт өгдөг хүмүүсийн 70% нь эхний шалгалтаар тэнцдэг. Шалгагчийн хэт хатуу шалгадаг гэж гомдол гарсан учир түүнд мэдэгдэлгүйгээр шалгаж үзжээ. Тэрээр 10 хүнээс 4-г унагасан байв. Гомдол 5%-ийн ач холбогдлын зэргээр нотлогдох уу?

Бодлого 5. Лонх хийдэг машин хэвийн ажиллаж байх үедээ 5%-ийн гологдол гаргадаг. Гэхдээ машинд засвар шаардлагатай үед энэ хувь ихсдэг. Ээлжит шалгалтаар 50 лонхыг шалгахад 5 нь шаардлага хангахгүй байв. Энэ нь машинд засвар шаардлагатай гэдгийг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр дүгнэж болох уу?

Бодлого 6. Аяга үйлдвэрлдэг компани бүтээгдхүүндээ чанарын шалгалт хийжээ. Савлагаа болгондоо 10 аяга бүхий 50 түүвэр авч шалгахад илэрсэн гологдол аяганы тоог доор үзүүлэв.

Нэг савалгаан гологдлын тоо	0	1	2	3	4	5	6+
Түүврийн тоо	5	13	15	12	4	1	0

- (1) Нэг савалгаан дахь гологдолтой аяганы дундаж, стандарт хазайлтыг ол.
- (2) Аяга гологдолтой байх магадлал 0.2 гэж харуул. Үүнийг ашиглан санамсаргүйгээр сонгож авсан савалгаа яг 2 гологдолтой аягатай байх магадлалыг ол.

- (3) Удирдлага гологдол 20% байгаа нь их гэж үзэн гологдолтой аяганы тоог бууруулах шинэ аргачлал нэвтрүүлжээ. Шинэ арга нэвтрүүлсний дараа 20 аяга санамсаргүйгээр авахад 1 гологдолтой аяга байв. Гологдолтой аяганы тоо буурсан гэдгийг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шалга.
- (4) Ач холбогдлын зэргийг 10% болговол яах вэ?

Бодлого 7. Математикийн уралдаан 5 богино, 10 урт гээд нийт 15 асуулттай. Тухайн сурагчийн богино асуултанд амжилттай хариулах магадлал 0.9, урт асуултанд амжилттай хариулах магадлал 0.5. Асуултанд амжилттай хариулах эсэх нь бусад асуултаас хамаарахгүй. Дараах магадлалыг:

- (i) 5 асуултанд амжилттай хариулах.  
 (ii) 10 урт асуултын 8-д нь зөв хариулах магадлал.  
 (iii) Богино асуултын 3-д нь зөв хариулж урт асуултанд бүгдэнд зөв хариулах.  
 (iv) 15 асуултын 13-д нь зөв хариулах.

Зарим дасгал, бэлтгэл хийсний дараа сурагчийн урт асуултанд амжилттай хариулах чадвар нэмэгдсэн гэж үзэж буй.

- (v) Үүнийг шалгах тэг болон альтернатив таамаглалыг дэвшүүл. Энэ жилийн уралдаанд сурагч 10 урт дасгалаас 8-г нь зөв хариулсан.  
 (vi) Сурагчийн урт асуултанд хариулах чадвар нэмэгдсэн гэдэг таамаглал 5% ач холбогдлын зэрэгтэйгээр батлагдах уу?

Бодлого 8. Сурагч хотын бүх машины 30% нь улаан өнгөтэй гэж тайлбарлаж байв. Түүний найз нь энэ хувь 30%-с бага гэж тайлбарладаг. Сурагчийн таамагласныг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэй шалгах аар оролдсон ба санамсаргүй авсан 18 машины 2 нь улаан байв. Таамаглал дэвшүүлэн түүнийг шалга. [Cambridge International AS and A Level Mathematics 9709, Paper 7 Q1 November 2007]

Бодлого 9. Сонгуулиар тухайн дүүргийн иргэдийн  $\frac{1}{3}$  нь А намд санал өгчээ. Нэг жилийн дараа тухайн дүүргээс санамсаргүйгээр 20 хүнээс судалгаа хийж үзжээ. Уг судалгаагаар эдгээрийн 3 нь хэрэв дараа долоо хоногт сонгууль болвол А намыг дэмжинэ гэж хариулжээ. 2.5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр А намын энэ дүүрэг дэх сонгогчдын тоо буурсан эсэхийг шалга.

### 0.2. Сэжигтэй утга ба таамаглалыг няцаах муж

өмнө авсан 1 жишээнд шоо хэдэн удаа унасан бол шоо хуурамч гэж дүгнэлт гаргах байсан бэ?

өмнөхтэй ижлээр шоо 1 тоотой нүдээрээ унах тоог  $X$  гэж тэмдэглэе.

$$P(X = 6) = C_{20}^6 \left(\frac{1}{6}\right)^6 \left(\frac{5}{6}\right)^{14} = 0.0647$$

$$P(X = 7) = C_{20}^7 \left(\frac{1}{6}\right)^7 \left(\frac{5}{6}\right)^{13} = 0.0259$$

байна.

$P(X \geq 6) = 0.1018$  байсан ба энэ нь 5%-с их байсан учир  $H_0$  таамаглалыг няцаах үндэслэл болоогүй.

$X \geq 7$  байх үед юу болох байсан бэ?

$$\begin{aligned} P(X \geq 7) &= 1 - P(X \leq 6) \\ &= 1 - (P(X \leq 5) + P(X = 6)) \\ &= 1 - 0.9629 = 0.0371 = 3.71\% \end{aligned}$$

болно. Энэ нь бидний ач холбогдлын зэрэг 5%-с бага учир  $H_0$  таамаглалыг няцаан,  $H_1$  таамаглалыг хүлээн авах боломж олгоно. өмнөх туршилтын хувьд шоог 1 нүдтэй талаараа унахаар хуурамч хийсэн гэдэг дүгнэлтэнд хүрэхэд 1 үр дүн л дутсан нь харагдаж байна. Зарим туршилтын хувьд үр дүн нь тодорхой интервалд байх үед туршилтыг цааш үргэлжлүүлэхийг зөвшөөрдөг.

Энэ жишээний хувьд 7 нь 5% хувийн ач холбогдлын зэрэгтэй үеийн сэжигтэй утга бөгөөд энэ утга дээр тэг таамаглалыг зөвшөөрөх, эс зөвшөөрөх эсэх нь өөрчлөгдөж байгаа утга юм.  $X \geq 7$  байх муж нь таамаглалыг **няцаах муж** эсвэл **сэжигтэй муж** юм.

Зарим тохиолдолд таамаглалыг шалгахад няцаах мужыг олох нь сэжигтэй утганд харгалзах магадлалыг олохоос хялбар байдаг.

Жишээ нь чанарыг шалгахдаа 20 савлалтыг шалган 2-с олон гологдол бүтээгдхүүн байвал гологдол ихтэй гэж үзэн цааш нэмэлт шалгалт хийх гэх мэтээр дүрэм тогтоож болно. өөрөөр хэлбэл таамаглалыг няцаах муж нь  $X \geq 3$  гэсэн үг юм. Чанар шалгагчын хувьд туршилтын эхэнд таамаглалыг няцаах мужыг эхнээсээ мэдэж байх нь таамаглалыг няцаах эсэхийн тулд магадлал бодохоос хялбар байх тохиолдолд олон байдаг.

Жишээ 2. Дэлхийн хэмжээнд нийт эрэгтэйчүүдийн 25% нь өнгө ялгагдаггүй гэж үздэг. Гэхдээ нэгэн алслагдсан газрын оршин суугчдын хувьд энэ хувь арай бага гэж үздэг. Энэ таамаглалыг шалгахад уг муж дахь тосгонд судалгаа хийх болжээ. Тосгоны 30 эрэгтэйг санамсаргүйгээр сонгон өнгө ялгагдах эсэхийг судлав. Таамаглалыг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шалгах үед таамаглалыг няцаах мужыг ол.

Тэг таамаглал,  $H_0$  :  $p = 0.25$

Алтернатив таамаглал,  $H_1$  :  $p < 0.25$

Ач холбогдлын зэрэг : 5%.

Бодолт. Энэ үзэгдлийг  $B(30, 0.25)$  бином тархалтаар загварчлая. Няцаах мужийг  $X \leq k$  гэж үзэн  $k$  утгыг олъё. Энэ утгын хувьд

$$P(X \leq k) \leq 0.05 \text{ ба } P(X \leq k + 1) > 0.05$$

байх ёстой.

Бином тархалтын утгаас харвал  $P(X \leq 3) \sim 0.0375 \leq 0.05$  ба  $P(X \leq 4) \sim 0.0929 > 0.05$  болно. Иймд няцаах муж нь  $X \leq 3$  юм.

Бодлого 10. Шууданд хийсэн захидлын 90%-г маргааш өдөрт нь багтан хүргэх ёстой газарт хүргэдэг. Нэгэн оршин суугч 8 захиаг нэг дор шууданд хийжээ. Дараах магадлалыг ол.

- (i) Бүх захидлыг дараагийн өдөрт багтаан хүргэсэн байх.
- (ii) Дор хаяж 6 захидлыг дараагийн өдөрт багтаан хүргэсэн байх.
- (iii) Нийт захидлын яг талыг дараагийн өдөрт багтаан хүргэсэн байх.

Үйл ажиллагаанд доголдол гарснаас болж захидал хүргэх ажил удааширсан гэж үзжээ. Үүнийг шалгахын тулд 17 захидлыг шууданд хийн шалгаж үзэхэд 13 нь дараагийн өдөр хүрэх газраа хүрсэн байжээ.  $p$ -р үйл ажиллагаанд доголдол гарсны дараа захидал дараагийн өдөр хүрсэн байх магадлалыг тэмдэглэе.

- (iv)  $p$ -ийн утганд тохирсон тэг болон альтернатив таамаглалыг дэвшүүл.
- (v) Ач холбогдлын зэрэг 5% үед таамаглалыг шалга.
- (vi) Таамаглалыг няцаах мужийг тогтоо.

Бодлого 11. Ихэнх жижиг шувууны бүлийн хувьд эр болон эм хүйсийн харьцаа 1 : 1 байв. Нэгэн судалгаагаар шувуудыг торооор барьж эр, эм хүйсийг тоолон буцааж тавьжээ. Ингэж барьсныг санамсаргүй түүвэр гэж үзэн бүлд эр хүйстэй шувуу эм хүйстэйгээс олон гэсэн таамаглалыг шалгахыг зорьжээ.

- (i) Шувууны хүйсийн харьцаа 1 : 1 Гэж үзэн 16 шувууны санамсаргүй түүвэрт
  - (a) 12 эр шувуу байх магадлалыг ол.
  - (b) дор хаяж 12 эр шувуу байх магадлалыг ол.
- (ii) Судлаачдад зориулсан тэг болон альтернатив таамаглалыг дэвшүүл. Нэг удаагийн түүвэрт 16 шувуу баригдсанаас 12 нь эр, 4 нь эм шувуу байв.
  - (iii) Дээрх таамаглалыг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шалга. Таамаглалыг няцаах мужийг ол.
  - (iv) Зарим судлаачид эм шувуу эр шувуудтай харьцуулахад үүрэн-дээ ихэвчлэн байдаг иймээс барих боломж бага гэж үздэг. Энэ дүгнэлт таамаглал шалгахад ямар нөлөө үзүүлэх вэ?

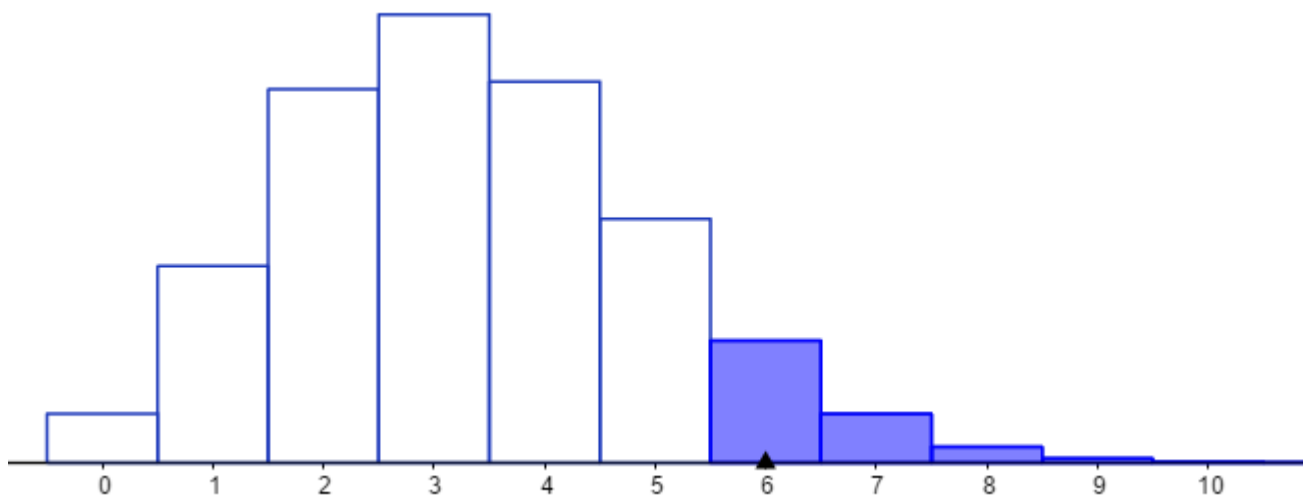
Бодлого 12. Тухайн сортын үрийн 80% нь цэцэглэдэг гэж үзэж байв. Энэ сортын үрээс 18-г авч тарьжээ.

- (i) Дараах тохиолдолд 17 ба түүнээс олон үр цэцэглэх магадлалыг ол.
  - (a) анхны таамаглал үнэн үед
  - (b) анхны таамаглал үнэн биш, нийт үрийн 82% цэцэглэдэг гэж үзэх үед
 Үрийн цэцэглэдэг хувь нь 80%-с их байх ёстой гэж таамаглан таамаглалыг 10%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэй шалгахын тулд 18 үр суулгажээ.
- (ii) Үүнд тохирсон тэг болон альтернатив таамаглал зохио.
- (iii) Таамаглал няцаах мужийг ол.
- (iv) дараах тохиолдолд буруу дүгнэлтэнд хүрэх магадлалыг ол
  - (a) үр цэцэглэх хувь 80% үед
  - (b) үр цэцэглэх хувь 82% үед.

### 0.3. Нэг ба хоёр талт тЕст

өмнөх бодлогуудад бид дан нэг талт таамаглалыг шалгаж ашиглаж ирсэн. Цаашид бид таамаглал шалгахыг товчлон тЕст гэж нэрлэнэ. Нэгт талт тЕстийг англиар **One-tailed test**, хоёр талт тЕстийг **two-tailed test** гэж хэлдэг. Бином тархалтын хувьд нэг талт тЕст гэдэг нь тархалтын хувьд магадлал олохдоо зөвхөн нэг зах дахь талбайг олохтой холбогддог. Жишээ нь 1-р жишээний хувьд  $P(X \geq 6)$  байх магадлал олсон ба энэ нь доорх графикт хамааралтай.

Хоёр талт тЕст гэж юу вэ? Үүнтэй холбоотой нэгэн жишээ авъя.



Жишээ 3. Телевизийн хөтөлбөрийн продюсер өөрийн хөтөлбөрийг улс төрөөс хамааралгүй гэж дүгнэжээ. Тэрээр хэрэв гудамжинд байгаа хүмүүсээс тэдний хөтөлбөр улс төржсөн үү, үгүй юу гэж асуувал тийм, үгүй гэж хариулах хүмүүсийн хувь 50 : 50 байх болно гэжээ. 10 хүнийг сонгон дээрх асуултыг асуухад 9 хүн уг хөтөлбөр ЗГ-г дэмждэг гэж хариулжээ.

Продюсерийн хэлсэн зүйл худал эсэхийг 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шалга.

Бодолт. Сүүлийн өгүүлбэрээс харвал энэ таамаглал нь нэг талтай таамаглал биш юм. Таамаглал зөвхөн продюсер үнэн эсвэл худал хэлсэн эсэхийг шалгах байгаа. өөрөөр хэлбэл хөтөлбөр ЗГ-г дэмждэг эсвэл дэмждэггүй гэдэгтэй холбоотой биш харин продюсер үнэн, худал хэлсэн эсэх талаар л таамаглаж байгаа. Энэ таамаглалыг шалгахад тархалтын муруйн 2 төгсгөлтэй холбоотой магадлал шалгах шаардлагатай болно. Энэ нь 2-талт таамаглалын жишээ юм. Энд 9-с олон хүн тухайн хөтөлбөр ЗГ-г дэмждэг эсвэл 9-с олон хүн ЗГ-г эсэргүүцдэг гэж хариулсан байх магадлалыг тооцох шаардлагатай.

Таамаглалыг томъёолбол

Тэг таамаглал,  $H_0$  :  $p = 0.5$  (хөтөлбөр улс төрөөс хараат биш)

Алтернатив таамаглал,  $H_1$  :  $p \neq 0.5$  (худал хэлсэн)

Ач холбогдлын зэрэг : 5%.

хэлбэртэй болох ба энэ үзэгдлийг  $B(10, 0.5)$  бином тархалтаар загварчлана.

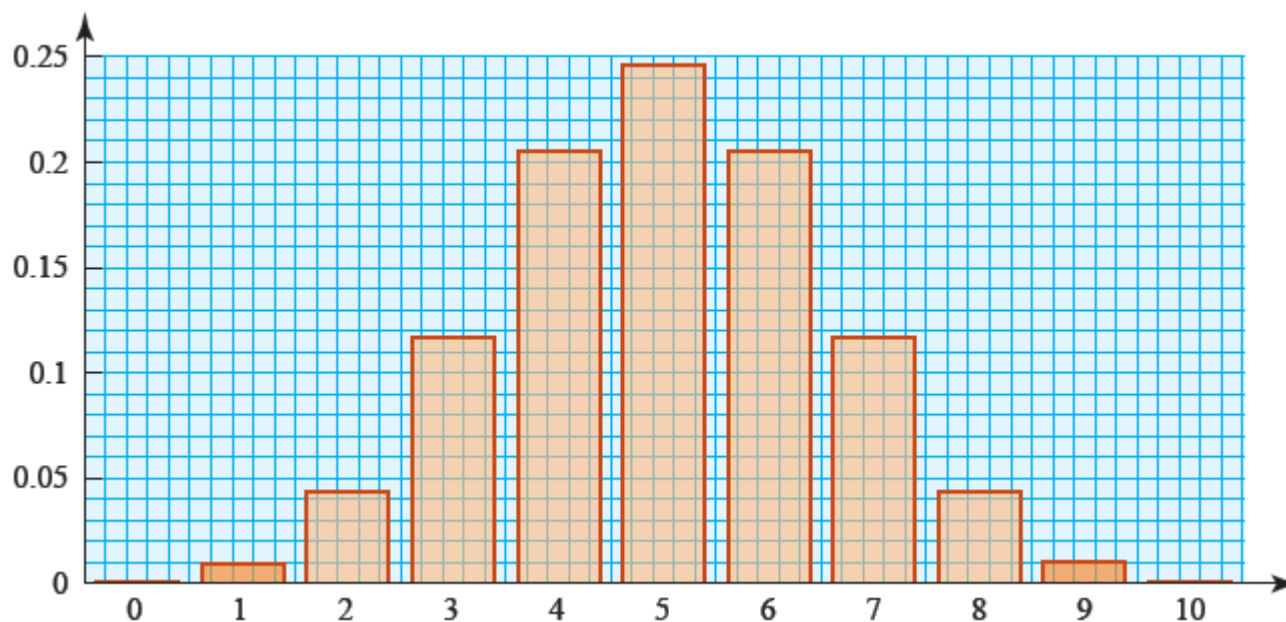
Үүнийг графикаар харуулбал, дараах хэлбэртэй болно.

$X$ -р ЗГ-г дэмдэг гэж хэлж буй хүмүүсийн хувийг тэмдэглэвэл, эхлээд бид

$$P(X = 0) = \frac{1}{1024} \quad P(X = 1) = \frac{10}{1024}$$

$$P(X = 10) = \frac{1}{1024} \quad P(X = 9) = \frac{10}{1024}$$

магадлалуудыг олох шаардлагатай болно. Иймд графикийн олох шаардлагатай хоёр хэсгийн талбайн нийлбэр  $22/1024$  буюу 2.15% болно. өөрөөр хэлбэр,



2.15% < 5% болж тэг таамаглал няцаагдан альтернатив таамаглалыг хүлээн авна.

#### Санамж:

Таамаглал шалгаж байх үед нэг эсвэл хоёр талт таамаглал шалгах эсэхийг сайтар нягтлах, даалгавар яг юу гэж хэлснийг сайн анхаарах шаардлагатай.

Зоос зөвхөн 1 нүдээрээ унахаар хийсэн эсэхийг шалгах шаардлагатай гэвэл энэ нь нэг талт таамаглал болох нь ойлгомжтой.

Харин ТВ-ийн продюсерийн хэлж буй зүйл нь аль нэг талыг шалгахыг заагаагүй болохоор 2 талт таамаглал шалгах шаардлагатай болно.

- (1) Зоос хуурамч эсэхийг шалгахын тулд 12 удаа орхиход сүлдээрээ 3 удаа унав. 10%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр хуурамч эсэхийг тогтоо.
- (2) Биологч агуйд үл мэдэгдэх шувууны үүр олжээ. 16 дэгдээхэйг барихад 13 нь эм байв. 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр хүйсийн харьцаа 1 : 1 биш гэдгийг шалга.
- (3) Үзэсгэлэнгийн танхимд орсон хүмүүс хаалгаар орсны дараа баруун эсвэл зүүн гар тийш эргэн тойрч үзэхээ шийддэг. 12 хүнийг ажиглахад 9 нь зүүн гар тийш, 3 нь баруун гар тийш эргэжээ. 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр хүмүүс нэг тийш эргэх хандлагатай эсэхийг тогтоо.
- (4) Олон хариултын сонголттой шалгалт 15 асуулттай ба асуулт болгон *A, B, C, D, E* хариултын боломжтой. Бүх сурагч бүх 15 асуултанд тааж хариулсан гэжээ. Багш үүнд итгэсэнгүй. 10%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр сурагч хариултаа таамгаар хийгээгүй гэдгийг 2 талт тест ашиглан тогтоо.
- (5) Үр борлуулдаг компанийн уутласан үр 20% нь соёолдог. Уутанд 25 үр байдаг.

- (i) Нэг уутны үрнүүдээс хэд нь соёолох вэ?
- (ii) Нэг уутны үрнүүдээс яг 5 ширхэг үр соёолох магадлал хэд вэ?  
Нэг уут үр авч тарихад 1 нь соёолжээ.
- (iii) Тэрээр гомдол гаргах уу?
- (6)  $X$  хувьсагч  $n = 15$  ба  $p = 0.5$  байх бином тархалттай байв. Дараах үзэгдлийн магадлалыг ол.
  - (i)  $X = 4$
  - (ii)  $X \leq 4$
  - (iii)  $X = 4$  эсвэл  $X = 11$
  - (iv)  $X \leq 4$  or  $X \geq 11$
 Компани ажлын өргөдөл гаргасан хүмүүсийг шилж сонгох шинэ аргачлал нэвтрүүлсэн ба энэ аргачлалаар урт хугацааны дараа эрэгтэй, эмэгтэй тэнцүү тооны хүмүүсийг ажилд авна гэж тооцож буй. Үүнийг шалгах аргаар шинэ аргачлалаар ажилд орсон 15 хүнийг санамсаргүйгээр сонгоход 11 эмэгтэй, 4 эрэгтэй байв.
  - (v) 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр шинэ аргачлал зорьсон зорилгоо биелүүлж байгаа эсэхийг тогтоо. Тэг болон альтернатив таамаглалыг дэвшүүлж, шалга.
  - (vi) Ажилд орсон 15 хүний  $w$  нь эмэгтэйчүүд байсан гээ. 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр таамаглалыг хүлээн авах  $w$ -ийн бүх утгыг ол.

### 1 ба 2-р төрлийн алдаа

Таамаглал шалгах үед гардаг хоёр төрлийн алдааг дараах жишээгээр харуулая.

Жишээ 4. Хөлбөмбөгийн тэмцээний тоглолтыг шодоход алтан зоос ашигладаг ба уг зоосыг хуурамч хийсэн гэж сэжиглэж буй. Энэ зоос сүлдтэй талаараа илүү олон удаа унадаг гэж үзэж буй. Зоосыг 19 удаа орхин үр дүнг тэмдэглэх туршилт төлөвлөжээ. Зоосыг 19 удаа орхиход сүлдтэй талаараа 14 ба түүнээс олон удаа буухад зоосыг хуурамч гэж 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр тооцно.

Туршилтын үр дүнг тайлбарлах үед ямар төрлийн алдаа гарах вэ?

Бодолт. Энд хоёр төрлийн алдаа гарах боломжтой.

#### 1-р төрлийн алдаа

Зоос хуурамч биш үед сүлд бууг магадлал  $p = 0.5$  байна. Хэрэв энэ үед зоосыг орхиход сүлдээрээ 14 ба түүнээс олон удаа унавал түүнийг хуурамч гэсэн буруу дүгнэлт гаргана.

$p = 0.5$  үед зоосыг 19 удаа орхих үед боломжит үр дүнгүүдийн магадлалыг бином тархалтаар олно. Зарим магадлалыг доор үзүүлэв.

Сүлдний тоо	$\geq 10$	$\geq 11$	$\geq 12$	$\geq 13$	$\geq 14$	$\geq 15$	$\geq 16$
Магадлал	0.5	.32	0.18	0.084	0.032	0.010	0.0022

Хүснэгтээс харвал, 14 ба түүнээс олон удаа сүлд буух магадлал 0.032 ба энэ нь 5%-ийн ач холбогдлын зэргээс бага болж  $p = 0.5$  гэсэн таамаглалыг няцаан алдаа гарна. Энд тэг таамаглал үнэн хэдий ч түүнийг няцааж байна. Ийм төрлийн алдааг **1-р төрлийн алдаа** гэж нэрлэдэг. Бином тархалтын хувьд 1-р төрлийн алдаа гаргах магадлал нь ач холбогдлын зэрэгтэй тэнцүү

эсвэл түүнээс үл ялиг бага байдаг. Ерөнхий тохиолдолд, таамаглал шалгах үед ихэвчлэн магадлал нь ач холбогдлын зэрэгтэй тэнцүү байдаг. өөрөөр хэлбэл, тэг таамаглалыг няцаах эсвэл батлах магадлалтай холбоотой алдаатай юм.

### 2-р төрлийн алдаа

өөр нэг төрлийн алдаа нь тэг таамаглал худал байх үед түүнийг хүлээж авах үед гарна. Алтан зоос хуурамч ба сүлдээр буух магадлал жинхэнэдээ  $p = 0.8$  ба сүлдээрээ 12 удаа унасан гэж үзье. Энэ тохиолдолд зоос сүлдээрээ унах тоо 14 эсвэл түүнээс олон байх ёстой ба сүлдний тоо 14-с цөөн бол таамаглалыг хүлээж авна.

$12 \leq 14$  учир тэг таамаглал хэдий худлаа ч түүнийг хүлээн авна. Үүнийг **2-р төрлийн алдаа** гэж нэрлэдэг. Энэ үед худал байгаа тэг таамаглалыг үнэн гэж хүлээн авна.

Энэ тохиолдолд 2-р төрлийн алдааны магадлалыг олоход бином тархалт ашиглана.  $p = 0.8$  ба зоосыг 19 удаа орхисон тохиолдолд зоос 14-с цөөн удаа унах магадлал 0.163 гэж олдоно. Энэ нь 2-р төрлийн алдааны магадлал юм.

### Санамж:

- (1) 2-р төрлийн алдааны магадлалыг зөвхөн энэ жишээний хувьд л олох боломжтой учир нь олонлогийн хувьд  $p = 0.8$  урьдчилан мэдэгдэж байгаа. Ийм төрлийн параметрийг олох нь туршилт-шалгалт хийхтэй холбоотой асуудал ба ерөнхий тохиолдолд урьдчилан өгөгдөх боломжгүй. Практикт 2-р төрлийн алдааны магадлалыг тооцоолох боломжгүй. Үүний эсрэгээр 1-р төрлийн алдааг олох шаардлага байдаггүй. Энэ нь ач холбогдлын зэрэг байдаг.
- (2) өгсөн түүврийн хувьд хоёр төрлийн алдааны магадлал хоорондоо холбоотой. өмнөх жишээнд 2-р төрлийн алдааны магадлалыг бууруулах боломжтой. Сүлдээрээ унах тоог 14 ба түүнээс олон гэхийн оронд 13 эсвэл 12 болгох боломжтой. Гэхдээ энэ тохиолдолд 1-р төрлийн алдааг ихэсгэх боломжтой.
- (3) 1,2-р төрлийн алдаа гарах тохиолдлыг доор харуулав.

	$H_0$ таамаглалыг хүлээж авах	$H_0$ таамаглалыг няцаах
$H_0$ таамаглал үнэн	Зөв шийдвэр	$H_0$ таамаглалыг няцаана, (1-р төрлийн алдаа)
$H_0$ таамаглал худал	$H_0$ таамаглал хүлээж авна, (2-р төрлийн алдаа)	Зөв шийдвэр

Жишээ 5. Нэгэн төрлийн эрвээхэйн 60% нь улаан үлдсэн нь шар өнгөтэй байдаг. Биологич энэ эрвээхэйн нэгэн суурьшилын бүсийг олсон ба энэ суурьшлын хувьд улаан эрвээхэй тооцоолж байснаас илүү байна гэж боджээ. Тэрээр 10 эрвээхэйг санамсаргүйгээр барьж өнгийг тэмдэглэн буцаан тавьжээ. Дараа нь 5%-ийн ач холбогдлын зэргээр таамаглал шалгах болжээ.

- (i) Тэг болон альтернатив таамаглал дэвшүүл.
- (ii) Таамаглалыг няцаах мужийг ол.
- (iii) 1-р төрлийн алдааны магадлалыг ол.
- (iv) Бодит байдал дээр улаан эрвээхэйн хувь 80% байсан гэвэл 2-р төрлийн алдааны магадлалыг ол.

Бодолт. (i)

Тэг таамаглал,  $H_0$  :  $p = 0.6$  (улаан эрвээхэйний эзлэх хувь 60%)

Алтернатив таамаглал,  $H_1$  :  $p > 0.6$  (улаан эрвээхэйний эзлэх хувь 60% – с их).

(ii)  $H_0$ -г үнэн гэвэл эрвээхэйн 10 түүвэр авахад дараах магадлалыг олъё.

Бүх эрвээхэй улаан байх магадлал:  $(0.6)^{10} = 0.0060 \dots$

9 улаан, 1 шар байх магадлал:  $C_{10}^1 \times (0.6)^9 \times 0.4 = 0.0403 \dots$

8 улаан, 2 шар байх магадлал:  $C_{10}^2 \times (0.6)^8 \times (0.4)^2 = 0.1209 \dots$  байна.

Цааш тооцоолох шаардлага байхгүй.

Нийт 9 эсвэл 10 эрвээхэй улаан байх  $0.0403 \dots + 0.0060 \dots = 0.0463 \dots$

ба энэ нь 5%-ийн ач холбогдлын зэргээс бага байна. Харин 8, 9, 10 эрвээхэй улаан байх магадлал  $0.1209 \dots + 0.0403 \dots + 0.0060 \dots = 0.167 \dots$  ба 5%-с их байна. Иймд таамаглалыг няцаах муж 9 эсвэл 10 улаан эрвээхэй юм.

(iii) Тэг таамаглал үнэн үед түүнийг няцаавал 1-р төрлийн алдаа болно.

Энэ тохиолдолд  $H_0$  ба  $p = 0.6$  бол тэг таамаглал няцаагдах магадлал буюу түүвэрт 9 эсвэл 10 улаан эрвээхэй байх магадлал  $0.0463 \dots \sim 0.0464$  юм.

(iv) Улаан эрвээхэйн эзлэх хувь 80% бол зөв үр дүн гарсан тохиолдолд тэг таамаглал няцаагдаж альтернатив таамаглал зөвшөөрөгдөх ёстой. Үүний магадлал

$$C_{10}^1 \times (0.8)^9 \times 0.2 + (0.8)^{10} \sim 0.376$$

Энэ үр дүн гарахгүй тохиолдолд 2-р төрлийн алдаа гарна. Иймд 2-р төрлийн алдааны магадлал  $10.376 = 0.624$  болно.

(1) Нэгэн нисэх буудалд зорчигчдын 20% нь бүртгүүлэхэд 1 цагаас илүү хугацаа зарцуулдаг. Компьютерийн шинэ систем суурилуулснаар хүлээх хугацааг багассан гэж үзэж байгаа. 22 хүний санамсаргүй түүвэр авч шалгахад 1 цагаас илүү хүлээсэн хүний тоо 0 эсвэл 1 байвал энэ дүгнэлтийг үнэн гэж үзнэ.

(i) Ач холбогдлын зэргийг ол.

(ii) 1-р төрлийн алдааны магадлалыг ол.

(iii) Хэрэв бүртгүүлэхээр хүлээх хугацаа 1 цагаас урт байх магадлал 0.09 бол 2-р төрлийн алдаа илрэх магадлалыг ол.

(2) Тухайн үйлдвэрийн чихэрээр бүрсэн шоколадны үрэлний 20% нь улаан өнгөтэй байдаг. Сурагч ийм өнгөтэй үрэлний хувьд бодит байдал дээр 20%-с бага гэж сэжиглэн санамсаргүйгээр 15 шоколадны үрэл авч өнгийг шалган тэг таамаглал нь  $p = 0.2$ , альтернатив таамаглал  $p < 0.2$  гэсэн таамаглал шалгажээ. Тэрээр түүвэрт улаан өнгөтэй үрэл 0 эсвэл 1 тааралдвал тэг таамаглалыг няцаан, альтернатив таамаглалыг хүлээж авахаар шийджээ.

(i) Энэ тохиолдолд 1-р төрлийн алдаа ямар утга илэрхийлэхийг тайлбарла.

(ii) 1-р төрлийн алдааны магадлалыг ол.

(3) Тухайн улсад машин жолоодох зөвшөөрөл авахын тулд жолооны шалгалт давах ёстой. Эхний оролдлогоор шалгалтанд тэнцэх магадлал

0.36 байдаг. Жолооны сургуулийн нэгэн багш өөрийн шавь нар эхний шалгалтаар тэнцэх магадлал 0.36-с их гэж хэлжээ. Түүний шавь нараас санамсаргүйгээр 8 хүн авахад тэдний 7 нь эхний оролдлогоор тэнцжээ.

- (i) 5%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр дээрх багшийн хэлснийг нотлох эсэх таамаглал шалга.
  - (ii) 1 ба 2-р төрлийн алдааны аль нь гарах боломжтой вэ? Тэр алдааны магадлалыг ол.
- (4) Шоо 6 нүдээрээ илүү олон удаа унадаг гэж үзжээ. 10%-ийн ач холбогдлын зэрэгтэйгээр таамаглал шалгахын тулд шоог 10 удаа орхин 6 нүдээрээ унах тоог тэмдэглэжээ.
- (i) Шоо 6 нүдээрээ 3 удаа унасан бол таамаглалыг шалга.
  - (ii) 1-р төрлийн алдааны магадлалыг ол.
  - (iii) Энэ жишээний хувьд 2-р төрлийн алдааны утгыг тайлбарла.