0.1. Нормал тархалт

Тухайн улсын хэт өндөр хүмүүс гэж ямар хүмүүсийг хэлэх вэ? Тэдгээрийн өндөр хэд байх вэ бас тэдгээр нь нэг зууд, нэг мянгад, зуун мянгад хэд байх вэ? Ийм төрлийн асуултанд хариулахын тулд насанд хүрсэн нийт эрэгтэйчүүдийн өндрийн тархалтыг мэдсэн байх хэрэгтэй.

Энд тэмдэглэхэд өндөр нь дискрет биш тасралтгүй хувьсагч юм. Өөрөөр хэлбэл нарийвчлалаа хангалттай сайн хийвэл дурын урттай хүнийг олж болно.

Иймд санамсаргүйгээр сонгож авсан хүний өндрийг хэмжихэд 194.3 см байх магадлал хэд вэ? гэж асуух нь утгагүй. Энэ асуултын хариу тэг.

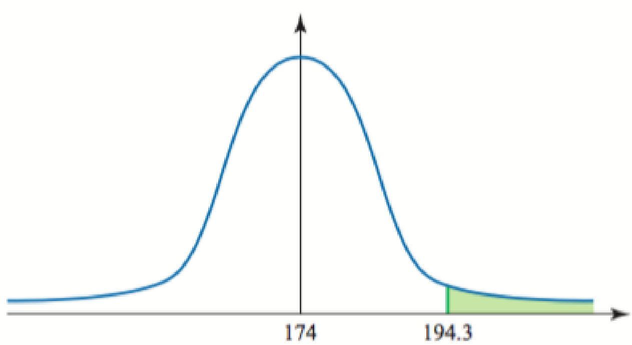
Үүний оронд санамсаргүйгээр сонгож авсан хүний өндрийг хэмжихэд өндөр нь 194.3 см-с 194.75 см-ийн хооронд өндөртэй байх магадлал хэд вэ? Эсвэл санамсаргүйгээр сонгож авсан хүний өндрийг хэмжихэд өндөр нь дор хаяж 194.3 см-с их байх магадлал хэд вэ? гэж асуух нь зүйтэй. Тасралтгүй хэмжигдхүүнүүдтэй ажиллаж байх үед дан ганц утгаас илүүтэй интервал дахь хувьсагч авч үзэх нь зүйтэй байдаг.

Өндрийн утга нь тасралтгүй хэмжигдхүүн ба нормал тархалтаар загварчлагдаж болно.

Англи улсын хувьд эрэгтэйчүүдийн өндрийн тархалтын дундаж нь 174 см ба стандарт хазайлт нь 7 см байдаг.

Иймд 194.3 см өндөр нь дунджаас $194.3 - 174 = 20.3$ см дээгүүр буюу дунджаас $20.3/7 = 2.9$ стандарт хазайлтаар илүү байна.

Энэ тохиолдолд дунджаас дээгүүр байгаа утга нь 2.9 ба үүнийг z гэж тэмдэглэвэл доорх зураг дээрх сүүдэрлэсэн хэсгийн талбай нь $z = 2.9$ утга авах магадлалыг заана. Энэ талбайг олохдоо Нормал тархалтын хүснэгт(Хавсралт)-



Зураг 0.1.1. Өндрийн тархалт, $\mu = 174$, $\sigma = 7$

ээс $\Phi(z)$ утгыг олсны дараа $1 - \Phi(z)$ утгыг тооцоолно. Энд $\Phi(2.9) = 0.9981$ байгаа. Иймд санамсаргүй сонгож авсан эрэгтэй хүний өндөр 194.3 см-с өндөр байх магадлал $1 - 0.9981 = 0.0019$ байна.

0.1.1. Нормал тархалтын хүснэгтийг ашиглах.

$\Phi(z)$ утга нь нормал тархалтын муруй болон z утгаас зүүн гар тийш орших хэсгээр хүрээлэгдэх дүрсийн талбайтай тэнцүү. Нийт муруйн талбайгаар хүрээлэгдэх дүрсийн талбай нь 1 байдаг ба энэ нь $\Phi(z)$-р тодорхойлогдох талбай нь z-с бага утгад харгалзах хэсгийн талбайтай тэнцүү. X санамсаргүй хэмжигдхүүн μ дундаж, σ стандарт

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
															ADD				
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	06.480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549	3	7	10	13	16	19	23	26	29
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852	3	6	9	12	15	18	21	24	27
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133	3	5	8	11	14	16	19	22	25
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964	0	0	0	0	1	1	1	1	1
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0	0	0	0	0	1	1	1	1
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\Phi(2.9) = 0.9981$

Зураг 0.1.2. Нормал тархалтын хүснэгт

хазайлттай бол X-ийн x гэсэн тухайн утгыг z-рүү

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

томьёогоор хувиргана. Энэ z утга нь 0 дундаж, 1 стандарт хазайлттай Z санамсаргүй хэмжигдхүүний тухайн утга ба үүнийг нормал тархалтын стандарт хэлбэр гэнэ.

Цаашид бид санамсаргүй хэмжигдхүүнийг англи цагаан толгойн том үсгээр, санамсаргүй хэмжигдхүүний тухайн утгыг жижиг үсгээр тэмдэглэнэ.

Нормал тархалтын хүснэгтийг ашиглахын тулд нормал тархалтын муруйг зурж холбогдох мужыг зурах нь зүйтэй.

Нормал тархалтын талаар дараах зүйлийг мэдэж байх нь зүйтэй.

- Нийт утгуудын 68% нь дунджаас ± 1 стандарт хазайлт хэмжээний мужид,
- 95% нь дунджаас ± 2 стандарт хазайлт хэмжээний мужид,
- 99.75% нь дунджаас ± 3 стандарт хазайлт хэмжээний мужид оршдог.

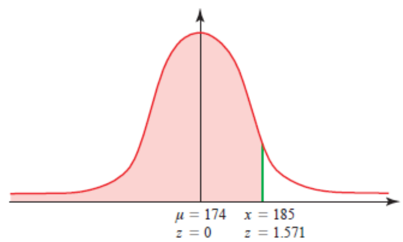
Жишээ 1. Эрэгтэй хүмүүсийн дундаж өндрийг 174 см, стандарт хазайлтыг 7 см гэж үзээд санамсаргүйгээр сонгож авсан эрэгтэйн хувьд дараах магадлалыг ол

i) Өндөр нь 185 см-с бага,
ii) 185 см-с дээш өндөртэй,
iii) 180 см-с дээш,
iv) 180 см ба 185 см-ийн хооронд,
v) 170 см-с бага байх магадлалыг 2 орны нарийвчлалтай.

Бодолт. Өгсөн тархалтын хувьд $\mu = 174$ sм ба $\sigma = 7$ см байгаа.

i) Сонгож авсан хүний өндөр нь 185 см-с бага байх магадлалыг олохын тулд эхлээд 185-д харгалзах z утгыг олбол $z = \frac{185-174}{7} = \frac{11}{7} = 1.571$ болох ба $\Phi(z) = \Phi(1.571)$ утгыг олох шаардлагатай. Энэ утга нь $0.9419 \approx 0.94$ сонгож авсан хүн 185 см өндөртэй байх магадлал нь $P(z < 1.571) = 0.94$ байна.

ii) Сонгож авсан хүний өндөр 185 см-с дээш байх магадлалыг олохдоо $P(z > 1.571) = 1 - P(z < 1.571)$ тэнцэтгэлийг ашиглах ба $P(z > 1.571) \approx 0.0581 \approx 0.058$ болно.



Зураг 0.1.3. Өндрийн тархалт, $\mu = 174$, $\sigma = 7$

iii) 180 см-с дээш өндөртэй хүн сонгогдох магадлалыг олохдоо эхлээд 180 см-с доош өндөртэй хүнийг сонгон авч дараа ii)-д хэрэглэсэнтэй төстэй арга хэрэглэнэ. $z = \frac{180-174}{7} = 0.857$ ба $P(z > 0.857) = 1 - \Phi(z = 0.857) = 1 - 8042 = 0.1958 \approx 0.20$ болно.

iv) 180 см ба 185 см-ийн хооронд өндөртэй магадлалыг олбол $\Phi(1.571) - \Phi(0.857) = 0.1377 \approx 0.14$ байна.

v) 170 см-с бага байх магадлалыг олохын тулд $z = \frac{170-174}{7} = -0.571$ болох ба $\Phi(-0.571) = 1 - \Phi(0.571) = 1 - 0.716 = 0.284$ болно. 2 орны нарийвчлалтай олбол $\Phi(-0.571) = 0.28$ болно.

0.2. Нормал тархалтын муруй

Бүх нормал муруйнуудын хэлбэр ижил бөгөөд эдгээрийг зарим тохируулга хийсний дараа нэг муруйгаар бүгдийг төлөөлүүлэн үзэж болно.

μ дундажтай, σ стандарт хазайлттай нормал тархалтын муруй

$$\phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

байдаг. Энэ тархалтыг $N(x, \sigma^2)$ гэж тэмдэглэдэг. Эдгээр хоёр утгыг мэдсэнээр энэ тархалтыг 0 дундаж, 1 стандарт хазайлттай стандарт нормал тархалт буюу $N(0,1)$ руу шилжүүлж болно. Энэ хувьсагчийг Z гэвэл $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

$\phi(z)$ функцийн графикийн хэлбэрээс илүү уг графикаар хязгаарлагдах дүрсийн талбайг олох нь илүү ач холбогдолтой байдаг ба энэ талбайг олоход алгебрийн аргаар интегралчлах боломжгүй учир тоон аргаар ойролцоолж олдог.

ϕ функцийн график болон Ox тэнхлэг, $x = z$ шулуунаар хүрээлэгдэх хэсгийн талбайг $\Phi(z)$ гэж авдаг. z-ийн төрөл бүрийн утгийн хувьд бодсон талбайнуудыг стандарт нормал тархалтын хүснэгт хэлбэрээр илэрхийлдэг (Хавсралт).

Бодлого 1. Хөдөлгүүрийн эд анги хийдэг компанийн ажилчид тухайн эд ангийг хийх процессийг дунджаар 95 минут дундажтай, 4 стандарт хазайлттай нормал тархалт гэж үзжээ. Санамсаргүйгээр нэг эд ангийг хийх хугацааг ажиглахад дараах үзэгдэл илрэх магадлалыг ол.

(i) 97 минутаас урт хугацаанд хийх.
(ii) 90 минут дотор хийх.
(iii) 90-с 97 минутын хооронд хийх.
(iv) Нэг ажилчны эд анги хийх хугацааг хэмжиж үзжээ. Ингэхэд тэрээр нийт хийсэн эд ангийн 10%-г 90-с дээш минутад, 20%-г 70-с бага минутанд хийж байв. Уг ажилчны хийх дундаж хугацаа болон стандарт хазайлтыг ол.

Бодолт. **(iv бодлогын бодолт)**

Ажилчны нэг эд анги хийхэд зарцуулдаг дундаж хугацааг μ, стандарт хазайлтыг σ гэе. Нийт эд ангийн 10%-г 90-с дээш минутад хийдэг учир

$$z = \frac{90 - \mu}{\sigma} \tag{0.2.1}$$

ба $\Phi(z) = 1 - 0.1 = 0.9$ болно.

Зургаас харвал $\Phi(z) \approx 0.9$ байх z утгыг олох шаардлагатай. $\Phi(z)$-ийн хүснэгтээс $z = 1.28$ утга дээр $\Phi(z) = 0.8997$ болно. Утгыг илүү нарийвчлан олбол $\Phi(1.281) = 0.8999$, $\Phi(1.282) = 0.9001$ байхыг харж болно. Олох гэж буй z-ийн утга 1.281 болон 1.282 утгуудын хооронд байх ба ойролцоогоор эдгээрийн дундаж утга буюу $z = 1.2815$ утгыг авъя.

Буцаад (0.2.1) томьёонд орлуулбал $\frac{90 - \mu}{\sigma} = 1.2815$ буюу $90 - \mu = 1.2815\sigma$ болно.

Бодлогод өгсөн хоёрдахь өгөгдлийг ашиглавал

$$z = \frac{70 - \mu}{\sigma} \tag{0.2.2}$$

ба үүнд харгалзах $\Phi(z) = 0.2$ байгаа.

Иймд $\Phi(-z) = 0.8$ учир $-z = 0.842$ буюу $z = -0.842$ болно. Үүнийг (0.2.2)-т орлуулбал $70 - \mu = -0.842\sigma$ болно.

Эдгээрийг нэгтгэвэл

$$90 - \mu = 1.2815\sigma$$
$$70 - \mu = -0.842\sigma$$

болох ба шийд нь $\mu = 77.930 \approx 77.9$, $\sigma = 9.418 \approx 9.42$ байна. Энд нарийвчлалыг ач холбогдлын 3 зэргээр авав. Өөрөөр хэлбэл, тухайн ажилчны нэг эд анги хийх дундаж хугацаа 77.9 минут ба стандарт хазайлт нь 9.42 минут болно.

Бодлогууд.

(1) Ургамлын өндрийн тархалт нь 40 см дундажтай, 2 см стандарт хазайлттай норал тархалт байв. Санамсаргүйгээр сонгож авсан ургамлын хувьд дараах магадлалыг ол.
   (i) 42 см-ээс намхан,
   (ii) 42 см-ээс өндөр,

(iii) 40 см-ээс өндөр,
(iv) 40-42 см-ийн хооронд.

(2) Шувууны бүлийн масс нь 60 гр дундажтай, 5 гр стандарт хазайлттай нормал тархалттай байв. Санамсаргүйгээр сонгож авсан шувууны хувьд дараах магадлалыг ол.
(i) 63 граммаас бага масстай,
(ii) 63 граммаас их масстай,
(iii) 68 граммаас их масстай,
(iv) 63-68 грамм масстай,

(3) Уутгай амттаны масс нь 100 гр дундажтай, 2 гр стандарт хазайлттай нормал тархалттай байв. Санамсаргүйгээр сонгож авсан ууттай амттаны хувьд дараах магадлалыг ол.
(i) 98 граммаас бага масстай,
(ii) 98 граммаас их масстай,
(iii) 102 граммаас бага масстай,
(iv) 98-102 грамм масстай

(4) 18 настай охидуудын өндөр 162.5 см дундажтай, 6 см стандарт хазайлттай нормал тархалт байв. Санмасаргүй сонгож авсан эмэгтэй сурагчийн хувьд дараах магадлалыг ол.
(i) 168.5 см-с намхан
(ii) 174.5 см-с өндөр
(iii) 168.5-174 хооронд өндөртэй

(5) Амьтны дэлгүүрт аквариумтай загас зардаг. Аквариум доторх загасны дундаж масс 100 грамм, 10 грамм стандарт хазайлттай нормал тархалт байв. Санамсаргүйгээр барьсан загасны хувьд дараах магадлалыг ол.
(i) 115 граммаас их масстай,
(ii) 105 граммаас бага масстай,
(iii) 105-115 грамм масстай,

(6) Нунтаг кофег халбагаар хутган аягатай усанд найруулдаг ба дундаж масс нь 5 грамм, 1 грамм стандарт хазайлттай. Хэрэв усанд 6.5 граммаас их кое хийвэл кофе өтгөн, 4 граммаас бага кофе хийвэл шингэн кофе болно. Кофены хувьд дараах магадлалыг ол.
(i) өтгөн
(ii) шингэн
(iii) ердийн

(7) Биологич шинэ шувууны үүр олж. Тэрээр үүрэнд байсан 100 ширхэг өндөгний масс w-г хэмжиж үзэхэд дараах хүснэгт гарч байв.

w	$25 < w \leq 27$	$27 < w \leq 29$	$29 < w \leq 31$	$31 < w \leq 33$	$33 < w \leq 35$	$35 < w \leq 37$
Давтамж	2	13	35	33	17	0

(i) Эдгээр өгөгдлийн дундаж утга болон стандарт хазайлтыг ол.
(ii) Нийт өндөгний массыг дээрхтэй ижил дундаж болон стандарт хазайлтта гэж үзээд дээрх ангилал тус бүрт хэдэн өндөг хамаарахыг ол.
(iii) өндөгний масс нормал тархалттай гэж үзэх нь үндэслэлтэй юу?

(8) Машины дугуйн наслалт дунджаар 24000 км ба стандарт хазайлт нь 2500 км байх нормал тархалт байв.

(i) Нийт дугуйн хэдэн хувийг 20000 км-с богино зам туулсны дараа солих вэ?

(ii) үйлдвэрлэлийг сайжруулснаар 20000 км-с богино зам туулсны дараа солих дугуйн хувийг 1.5 км болгон бууруулав.

(а) Хэрэв стандарт хазайлт өөрчлөгдөөгүй бол дундаж наслалтыг ол.

(б) Хэрэв дундаж өөрчлөгдөөгүй бол стандарт хазайлтыг ол.

(9) Үйлдвэрийн машин дунджаар 10 см урттай, 0.05 см стандарт хазайлттай бүтээгдхүүн хийдэг.

(i) 9.95-10.08 см-ийн хооронд урттай бүтээгдхүүн үйлдвэрлэх магадлалыг ол.

(ii) Машины тохируулга санамсаргүйгээр алдагдан нийт бүтээгдхүүний 16% нь 5.2 см-с богино, 20% нь 5.3 см-с урт байв. Шинээр хийж буй бүтээгдхүүний дундаж болон стандарт хазайлтыг ол.

(10) Хийн зуухны төв хэсэг дээрх агаар дахь метаны хийн хэмжээ 20% дундажтай, стандарт хазайлт нь 7% байх нормал тархалтаар илэрхийлэгдэнэ. Дараах магадлалыг ол.

(i) 30%-с их байх.

(ii) 5%-15% хооронд байх

(iii) Өөр нэг зуухны хувьд 18% дундажтай, стандарт хазайлт нь 5% байв. Энэ 2 зуухны дор хаяж нэгнийх нь төв дээрх метаны хийн концентрац 5%-15% байх.

0.3. Дискрет тохиолдлыг загварчлах

Нормал тархалтыг тасралтгүй тохиолдолд ашигладаг ч гэсэн дараах нөхцөл биелэж байх үед дискрет хувьсагчдын хувьд ч гэсэн ашигладаг. Үүнд:

- Тархалт нь ойролцоогоор нормал. Дискрет хувьсагчдын хоорондох боломжит алхам нь стандарт хазайлттай харьцуулахад бага.
- Тохиромжтой үед тасралтгүйн засвар хийж болдог.

Тасралтгүйн засварын талаар жишээгээр тайлбарлая.

Жишээ 2. IQ тест(шалгалт)-ийн дүн нь X гэсэн бүхэл оноо байдаг. Уг шалгалтыг X нь 100 дундаж, 15 стандарт хазайлттай байхаар зохиомжилдог. Олон тооны хүн уг шалгалтыг өгсөн үед хэдэн хувь нь IQ-ийн оноо нь 106-с 110-ийн хооронд байх вэ?

Бодолт. X нь бүхэл утга авах учраас дискрет хэмжигдхүүн болно. Боломжит утгуудын хоорондох алхам 1 нь стандарт хазайлттай харьцуулахад бага учир тархалтыг ойролцоогоор нормал гэж үзэж болно.

Хэрэв X дискрет магадлалын тархалтын функцийн графикийг зурвал доорх хэлбэртэй болно. Олох гэж буй талбай $106, 107, 108, 109, 110$-д харгалзах тэгш өнцөгтүүдийн талбайн нийлбэртэй тэнцэнэ.

105.5 ба 106.5 хооронд орших, дээд талаараа улаан шугамаар хүрээлэгдэх муруй шугаман трапецийн талбай тэгш өнцөгтийн талбайтай ойролцоогоор тэнцүү ба бусад төстэй дүрсүүдийн хувьд мөн ийм дүгнэлт хэлж болно. Дискрет хэмжигдхүүнээс тасралтгүй хэмжигдхүүн рүү шилжих үед дискрет утгууд нь интервалын утга биш харин интервалын төвийн цэгүүдийг илэрхийлнэ.

$z_1 = \dfrac{105.5-100}{15} \approx 0.3667$ ба $z_2 = \dfrac{110.5-100}{15} = \approx 0.7$ гэвэл олох гэж буй дүрсийн талбай $\Phi(z_2) - \Phi(z_1) = 0.7580 - 0.6431 = 0.1149$ болно.

Иймд 106-с 110-ийн хооронд оноо бүхийй хүний эзлэх хувь ойролцоогоор 11% байна.

Энэ бодлогоноос харвал нормал тархалтын дундаж болон стандарт хазайлт өгсөн тохиолдолд магадлал нь тодорхой биш байсан ч стандарт нормал тархалт ашиглан олон мэдээллийг гаргаж авч болох нь харагдаж байна.

Энд дискрет утгыг тасралтгүй утгаар ойролцоолохын тулд захын 106, 110 утгуудыг харгалзан 105.5, 110.5 утгууд руу шилжүүлж засварлалаа.

Тасралтгүйн ойролцоолол(засвар) хийх үед ойролцооллыг нэмж хийх үү хасаж хийх үү гэдгийг оновчтой сонгох нь чухал юм. Энэ жишээний хувьд 106 ба 110 утгууд нь шаардлагатай талбайн дотор хэсэгт орж байгаа тул орон шилжүүлж ойролцоолоход эдгээр утга руу шилжих дурын утгуудыг хамруулах шаардлагатай.

Хэрэв сонирхож буй муж нь тэнцэтгэл биш хэлбэрээр өгсөн тохиолдолд анхааралтай хандах шаардлагатай. Жишээ нь $20 \le x \le 30$ муж $19.5 \le x < 30.5$ болно. Харин $20 < x < 30$ муж $20.5 \le x < 29.5$.

Бином болон Пуассон тархалт нь дискрет тархалт тул эдгээрийг нормал тархалтаар дөхөх жишээтэй үзье.

0.3.1. Бином тархалтыг нормал тархалтаар дөхөх. Дараах нөхцөл биелэж байх үед $B(n,p)$ бином тархалтыг нормал тархалтаар нөхөж болно.

i) n тоо нь том тоо.

ii) p тоо 0 эсвэл 1 рүү хэт ойр биш.

Энд $np > 5$ ба $nq = n(1-q) > 5$ үед n тоог том тоо гэж үзнэ.

Эдгээр нөхцлүүдээс тархалт нь тэгш хэмтэй, нэг тал руугаа хэт хэлбийгээгүй байна гэсэн үг.

Энэ үед дөхөлтийн нормал тархалтын хувьд

Дундаж: $\mu = np$,

Варианс: $\sigma^2 = npq = np(1-p)$ болох учир үүнийг $N(np, npq)$ гэж тэмдэглэж болно.

Жишээ 3. Сонгууль өгсөн хүмүүсээс 1700 сонгуулийн дараах ярилцлагад оруулан хэнд санал өгснийг судлажээ. Эдгээрийн 50% нь тухайн нэр дэвшигчид санал өгсөнөө хэлсэн бөгөөд санал тоолсны дараа тэр нэр дэвшигч 57%-р ялжээ.

Бодолт. 1700 хүнийг сонгон авч тодорхой нэр дэвшигчид саналаа өгсөн эсэхийг асуух үзэгдлийг $B(1700, 0.57)$ бином тархалтаар загварчлах боломжтой. Өмнө үзсэн ёсоор $(0.43+0.57t)^{1700}$ нийлбэрийг задлан t-ийн өмнөх k зэрэгтийн өмнөх коэффициентийг олбол энэ тухайн нэр дэвшигч эдгээр 1700 хүнээс k тооны санал авах магадлалыг олж болно. Гэвч тооцолол нүсэр учир хэрэглэхэд төвөгтэй.

$np = 969$, $nq = 731$ буюу n тоо хангалттай их, $p = 0.57$ нь 0 эсвэл 1-тэй хэр ойр биш учир уг тархалтын нормал тархалт ашиглан ойролцоолж болно. Ашиглах гэж буй нормал тархалтын дундаж болон стандарт хазайлтыг олбол:

$$\mu = np = 969$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = 20.4$$

болно.

850 хүртэл дэмжигчтэй байх магадлалыг олбол $z = \dfrac{850.5 - 969}{20.4} = -5.8$ болох ба $\Phi(z)$ нь маш бага утга бөгөөд ихэнх хүснэгтэд байдаггүй бага утга юм. Уг утгыг ойролцоогоор 0.00001 гэж авч болно. Эндээс харвал 850 хүнийг санамсаргүй түүврээр авсан байх боломж муу юм.

Бодлогууд.

(1) Шалгалтын дундаж оноо 100 ба стандарт хазайлт 15 байхаар нормал тархсан гэе. Дараах магадлалыг ол.
  (i) Эхний 35%-д багтахын тулд хамгийн багадаа хэдэн оноо авсан байх вэ?
  (ii) Дундаж оюутнуудын 95% нь ямар хоёр онооны хооронд орших вэ?
  (iii) 150 хүүхэд шалгалт өгсөн бол эдгээрээс хэдэн хүүхэд 110 ба түүнээс өндөр оноо авах вэ?

(2) Тухайн загасны төрлийн 25% нь улаан толботой байдаг ба үлдсэн нь хөх толботой байдаг. Загасчин уг төрлөөс 10 загас барьжээ. Дараах магадлалыг ол.
  (i) Яг 8 загас хөх толботой байх.
  (ii) Дор хаяж 8 загас хөх толботой байх.
  (iii) 100 загас бүхий түүвэр олон удаа авчээ. Түүвэрт байх улаан загасны дундаж тоо болон стандарт хазайлтыг ол.
  (iv) Энэ тохиолдолд сонгосон түүвэрт 30-с олон улаан загас байх магадлалыг ол.

(3) Зоосыг 10 удаа орхижээ. Яг 5 удаа сүлд буух магадлалыг ол.

  Уг зоосыг 100 удаа орхижээ. Нийт орхилтын талд нь сүлд буух магадлалыг олохдоо бином тархалтыг нормал тархалтаар ойролцоолж ол. 60-с олон удаа сүлд буух магадлалыг ол.

  Хийсэн зүйлээ тайлбарла.

(4) Нохойн хоол үйлдвэрлэдэг компани судалгаагаар нохой тэжээгчдийн 60% нь уг компаний бүтээгдхүүнийг авах дуртай гэдгийг мэджээ.
  (i) Дээрх дүгнэлтийг үнэн гэж үзээд
    (а) бином тархалт ашиглан
    (б) нормал тархалт ашиглан санамсаргүйгүүр сонгож авсан 8 хүний 6 нь тус компанийн тэжээлийг сонгодог байх магадлалыг ол. Хоёр утгаа харьцуулж утгууд хоорондоо ойролцоо эсэхийг шалга. 60%-ийн оронд 80% байсан үед бас бодлогыг бод.
  (ii) Нохой тэжээгч 100 хүн сонгон судалгаа явуулахад тус компанийн тэжээлийг илүүд үздэг хүний тоо 60-с 70-ийн хооронд байх магадлалыг ол.

(5) Олон сонголттой даалгавар 20 асуултаас тогтоно. Шалгуулагч гурван сонголтоос 1 зөв хариултыг сонгоно. Гурван асуултаас яг нэг нь зөв байна. Шалгуулагч асуултанд зөв хариулбал 1 оноо,буруу хариулбал 0 оноо авна. Шалгуулагч бүх асуултанд санамсаргүйгээр тааж хариулжээ. Шалгуулагч тухайн асуултанд зөв хариулах магадлалыг ол. Шалгуулагчийн зөв хариулсан байх асуултын дундаж тоо болон вариансыг ол.

Шалгагчид таамгаар асуултанд хариулсан шалгуулагчийн 1% нь шалгалтанд тэнцэхээр шалгалтыг зохион байгуулахыг хүсэж байв. Энэ шаардлагыг биелүүлэх онооны босгыг бином тархалтыг нормал тархалтаар ойролцоолж ол.

(6) Утасны компани 2000 үйлчлүүлэгчтэй бөгөөд ачаалалтай үед хугацааны агшин болгонд үйлчлүүлэгч бүр шугам хэрэглэх магадлал 1 байдаг гэе. Бүх үйлчлүүлэгчийг хоорондоо үл хамаарсан гэж үзээд ачаалалтай үед хугацааны аль ч агшинд N тооны шугам ашиглаж байх магадлалыг илэрхийлсэн илэрхийлэл бич.

Бүх шугам завгүйгээс холболт хийж болохгүй байх магадлал 0.01-с бага байх үзэгдлийг нормал таралт ашиглан ойролцоол.

Нийт хэрэглэгчдийг 1000 хүн бүхий хоёр хэсэгт хуваан хэсэг тус бүр тусдаа шугамтай болбол шаардлагатай нийт шугамны тоо буурах эсэхийг судла.

(7) Нэг улсын 5 хүн тутмын 2 нь илүү жинтэй. Санамсаргүйгээр 400 хүн сонгож авчээ. Эдгээрээс 165-с цөөн нь илүүдэл жинтэй байх магадлалыг зохистой ойролцоолол ашиглан ол.

(8) Нэг том хотод хийсэн судалгаагаар нийт иргэдийн 76% зүүн бугуйдаа цаг зүүдэг. 15% баруун бугуйдаа зүүдэг харин 9% огт цаг зүүдэггүй байв.

(i) Санамсаргүйгээр сонгож авсан 14 хүн дотор цаг зүүдэггүй хүн 2-с олон байх магадлалыг ол.

(ii) Санамсаргүйгээр сонгож авсан 200 хүнээс 155-с олон хүн зүүн бугуйдаа цаг зүүдэг байх магадлалыг ол.

(9) Тухайн зам дээрх нийт машины 20% нь ачааны машин, 16% нь автобус үлдсэн нь суудлын тэрэг байв.

(i) Санамсаргүйгээр 11 хүн сонгоход 3-с цөөн автобус байх магадлалыг ол.

(ii) Санамсаргүйгээр сонгож авсан 125 машинаас 73-с олон автомашин байх магадлалыг ол.

(10) Гимнастикч тухайн дасгал хийж байх үедээ тухайн элементийг алдаагүй хийх магадлал нь бусад элементээс хамаарахгүйгээр 0.65 байдаг.

(i) Тухайн элементийг 7 удаа хийхэд яг 5 удаа алдаагүй хийх магадлалыг ол.

(ii) Тэрээр элементийг өдөрт 50 удаа хийв. Тэрээр элементийг 29-с цөөн удаа алдаагүй хийх магадлалыг зохимжтой ойролцоолол ашиглан ол.

(iii) Тэрээр элементийг n удаа хийв. Элементийг алдаагүй хийх дундаж тоо доод тал нь 8 байх n-ийн хамгийн бага утгыг ол.

(11) Мартин амралтын өдрийн 25%-ийг компютер тоглодог. Түүний найз өдөрт нэг удаа санамсаргүй цагт түүн рүү залгана.

(i) 8 өдрийн амралтын үед найз нь Мартин руу утасдахад 2 өдөрт тоглож байх магадлалыг ол.

(ii) 12 өдөр үргэлжлэх өөр нэг амралтын үеэр найз нь түүн рүү утасдахад 7-с цөөн удаад нь Мартин тоглож байх магадлалыг нормал тархалт ашиглах нь тохиромжтой эсэхийг тайлбарла үндэслэл гарга.

(iii) 40 өдрийн амралттай үед найз нь түүн рүү утасдахад Марин 13-с цөөн удаад нь тоглож байх магадлалыг ол.