

Үзэгдэл ба туршилт

Шоо орхих, сугалаа сугалах гэх мэт ижил нөхцөл байдалд илрэх ба үр дүн нь санамсаргүй байдаг үр дүн, ажиглалт зэргийг **туршилт** гэж нэрлэнэ.

Туршилтын үр дүн болж илрэх зүйлс, жишээлбэл шоо тэгш тоогоор унах, сугалаанд хожил таарах гэх мэтийг **үзэгдэл** гэж нэрлэнэ. Үзэгдлийг A, B, C гэх мэт том үсгээр тэмдэглэнэ.

Тухайн туршилтын хувьд илэрч болох бүх үзэгдлийн олонлогийг U гэе. Тэгвэл уг туршилтаар илрэх ямар ч үзэгдэл нь U олонлогийн дэд олонлог хэлбэртэй байна. U олонлогоор илэрхийлэгдэх үзэгдлүүдийг **бүх үзэгдлийн огторгуй** гэж нэрлэнэ. Хоосон олонлог \emptyset -р илэрхийлэгдэх үзэгдлүүдийг **хоосон үзэгдэл** гэж нэрлэнэ.

U олонлогийн 1 ширхэг элемент бүрээс тогтох олонлогоор илэрхийлэгдэх үзэгдлийг **эгэл үзэгдэл** гэж нэрлэнэ.

- Жишээ 1. (1) 1 ширхэг шоог орхих туршилт хийе. Сондгой тоотой нүдээр харж унах үзэгдлийг A гэе. Тэгвэл $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$ болох ба $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$ олонлогуудаар илэрхийлэгдэх үзэгдлүүд буюу шоо $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$ нүднүүдээр унах үзэгдлүүд нь эгэл үзэгдлүүд болно.
- (2) Хоёр ширхэг зоосыг зэрэг унагах туршилт авч үзье. Энэ тохиолдолд дор хаяж нэг удаа сүлдээрээ үзэгдлийг B гэж тэмдэглэе. Энд бие 2 зоосыг ялгаатай гэж үзнэ.
 $U = \{(C, C), (C, T), (T, C), (T, T)\}$, $B = \{(C, C), (C, T), (T, C)\}$, болох ба эгэл үзэгдлүүд $\{(C, C)\}, \{(C, T)\}, \{(T, C)\}, \{(T, T)\}$ болно.

Үзэгдлийн магадлал

Тухайн туршилтын хувьд A үзэгдэл илрэх хүлээлтийн хувийг A **үзэгдэл илрэх магадлал** гэж нэрлэн $P(A)$ гэж тэмдэглэнэ. Уг туршилтын хувьд эгэл үзэгдлүүдийн аль нэг нь илрэх боломж нь бүгдийн хувьд ижил тохиолдолд эдгээрийг **ижил боломжит үзэгдэл** гэнэ.

Нийт үзэгдлийн огторгуйг U ба эгэл үзэгдлүүд ижил боломжтой байх үед A үзэгдэл илрэх магадлал $P(A)$ нь

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{A \text{ үзэгдэл илрэх боломжийн тоо}}{\text{Бүх илрэх үзэгдлийн боломжийн тоо}}$$

байна.

1-р жишээний хувьд $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ бол 2-р жишээний хувьд $P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{3}{4}$ байна.

- Жишээ 2. (1) 1 шоо орхих үед 3-д хуваагдах нүдээр унах магадлалыг ол.
Бодолт: Энэ үзэгдлийг A гэвэл $A = \{3, 6\}$ ба $n(A) = 2$ болно. $n(U) = 6$ байна.
- (2) Уутанд улаан бөмбөг 5, цагаан бөмбөг 4, хөх бөмбөг 3 бөмбөг байв.

- Жишээ 3. (1) 2 ширхэг шоо орхижээ. Нүднүүдийн нийлбэр анхны тоо байх магадлалыг ол.
- (2) 3 ширхэг зоос орхижээ. 2 сүлд, 1 тоо буух магадлалыг ол.

Бодолт. (1) Нийт нийлбэрийн тоо $6 \cdot 6 = 36$ байна. Шооны хоёр нүдний нийлбэр 1–12 хооронд утга авах ба эдгээр дотор 1, 2, 3, 5, 7, 11 нь анхны тоо байна. Эдгээр нийлбэрийн тоог хүснэгт ашиглан хялбархан тоолж болно. Үүний нийт боломж 15 байна. Иймд магадлал

$$P = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

байна.

(2) Зоос болгон 2 боломжоор унах тул 3 зоос орхиход унах боломж $2^3 = 8$ ба энэ нь $n(U)$ юм. Эдгээр дотроос сүлдээр 2, тоогоор 1 зоос унах боломж ССТ, СТС, ТСС гурван янзаар унана.

Жишээ 4 (Хайрцаг, уутнаас гаргаж авах үеийн магадлал). Уутанд 5 улаан, 3 цагаан бөмбөг байв. Уутнаас 3 ширхэг бөмбөг авахад 2 улаан, 1 цагаан бөмбөг гарах магадлалыг ол.

Бодолт. Нийт 8 бөмбөгөөс 3 бөмбөг авах боломж C_8^3 болно. Эдгээрээс улаан хоёр байх боломж C_5^2 , 1 цагаан бөмбөг байх боломж C_3^1 тул нийт боломжийн тоо $C_5^2 \times C_3^1$ болно. Иймд нийт магадлал

$$P = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{C_8^3} = \frac{10 \times 3}{56} = \frac{15}{28}$$

Бодлого 1. 2 шоо орхиж байх үед дараах магадлалыг ол.

(1) Нүдэн дэх тоонуудын ялгавар 2, (2) Нүдэн дэх тоонуудын үржвэр 12 байх

Бодлого 2. 4 зоос орхих үед (1) Сүлд, тоо тус бүр 2 байх, (2) Бүгд сүлд байх магадлалыг ол.

Жишээ 5. Уутанд 3 улаан, 6 цагаан бөмбөг байв. Уутнаас 4 ширхэг бөмбөг авахад

(1) 2 улаан, 2 цагаан бөмбөг гарах (2) Цагаан бөмбөг улаан бөмбөгөөс олон байх магадлалыг ол.

Бодлого 3. 1-20 хүртлэх бүхэл тоо бичсэн 20 ширхэг картнаас 2 ширхэгийг сугалж авав. Сугалж авсан картан дээрх тоотой холбоотой дараах асуултанд хариул.

(1) Тоонуудын нийлбэр тэгш тоо байх, (2) Тоонуудын үржвэр сондгой тоо байх магадлалыг ол.

Жишээ 6. (1) 1-р курсын 2, 2-р курсын 2, 3-р курсын 2 нийт 6 оюутныг 1 эгнээнд жагсаав. Ижил курсын оюутнууд хамт зогсох магадлалыг ол.

(2) Эрэгтэй 7, эмэгтэй 5 оюутан тойргоор жагсажээ. Эмэгтэй оюутнууд нэг дор зогсох магадлалыг ол.

Бодолт. (1) 6 оюутныг 1 эгнээнд байрлуулах боломжийн тоо 6! байна.

Ижил курсийн оюутнуудыг нэг багц болгон авсан гэвэл нийт 3 багц болох ба нийт боломж $3! \times 2^3$ байна.

Иймд олох ёстой магадлал $\frac{3! \times 2^3}{6!} = \frac{1}{15}$ болно.

(2) 12 хүнийг тойрог байрлалаар зогсоох боломж 12! болно. 7 эрэгтэй оюутан

тойргоор байрлах боломж $6!$ болох ба тойргоор байрлах 7 оюутны хоорондох 7 байрлалд 5 эмэгтэй оюутныг C_7^5 янзаар байрлуулж болно. Иймд

$$P = \frac{6! \times C_7^5}{11!} = \frac{1}{22}$$

болно.

Жишээ 7. 3 тохирол бүхий 10 сугалаа байв. Эдгээр сугалааг А, В, С гурван хүн энэ дарааллаар тус бүр нэг сугалаа сугална. Авсан сугалааг буцаахгүй.

(1) В сугалаанд хожих магадлалыг ол. (2) С сугалаанд хожих магадлалыг ол.

Бодолт. (1) 10 сугалаанаас 3 сугалаа авах нийт боломжийн тоо P_{10}^3 байна.

В хожихын тулд А ба С хожсон ч болно, хожоогүй ч болно. Иймд В хожих боломж $3 \cdot P_9^2$ байна. Иймд олох гэж буй магадлал

$$\frac{3 \cdot P_9^2}{P_{10}^3} = \frac{3}{10}$$

байна.

(2) С хожих буюу 3-р сугалаа хожилтой байх боломж $3 \cdot P_9^2$ байна.

Бодлого 4. 4 тохирол бүхий 10 сугалаа байв. Эдгээр сугалааг А, В, С гурван хүн энэ дарааллаар тус бүр нэг сугалаа сугална. Авсан сугалааг буцаахгүй.

(1) Гурвуул сугалаанд хожих магадлалыг ол. (2) Зөвхөн А сугалаанд хожих магадлалыг ол.

(3) С сугалаанд хожих магадлалыг ол.

Бодлого 5. 15 ширхэг сугалаа байсан ба эдгээрээс тодорхой хэдэн ширхэг нь тохиролтой. Эдгээрээс нэгэн зэрэг 2 сугалаа авахад хоёул тохиролгүй байх магадлал $\frac{22}{35}$ байв. Тохиролтой сугалаа хэд байсан бэ?

Бодлого 6. Уутанд нийт 8 улаан, цагаан бөмбөг байв. Уутнаас нэг зэрэг 2 ширхэг бөмбөг авахад улаан, цагаан бөмбөг тус бүр нэг байх магадлал $\frac{3}{7}$ байв. Улаан бөмбөг хэдэн ширхэг байсан бэ?

Бодлого 7. 1-ийн тоо бичсэн карт, 2-ийн тоо бичсэн карт нийтдээ 7 ширхэг байв. Эдгээрээс нэг зэрэг 3 карт авахад бичсэн тоонуудын нийлбэр тэгш тоо байх магадлал $\frac{4}{7}$ байв. 1-ийн тоо бичсэн карт хэдэн ширхэг байсан бэ?

Жишээ 8. 4 хүн хайч, чулуу, даавуу тоглоом 1 удаа тоглов. Дараах магадлалыг ол.

(1) 1 хүн хожих магадлал (2) 2 хүн хожих магадлал. (3) хожилцохгүй байх магадлал

Бодлого 8. 5 хүн хайч, чулуу, даавуу тоглоом 1 удаа тоглов. Дараах магадлалыг ол.

(1) 1 хожих магадлал (2) 2 хүн хожих магадлал. (3) хожилцохгүй байх магадлал

Бодлого 9. 0, 1, 2, 3, 4 тооноос ялгаатай 3 тоо сонгон xyz гурван оронтой тоо үүсгэв. Дараах магадлалыг ол.

(1) Уг тоо 3-т хуваагдах магадлал, (2) $y > z$ байх магадлал

Бодлого 10. Дээрх бодлогын хувьд

- (1) $x > y > z$ байх магадлал, (2) $x < y < z$ байх магадлал
(3) $x > y$ байх магадлал (4) $x < z$ байх магадлалыг ол.

Жишээ 9. Хавтгай дээр $\{(x, y) \mid x = 0, 1, 2, 3, y = 0, 1, 2, 3\}$ цэгүүдийг байгуулав. Энэ олонлогоос санамсаргүйгээр 3 цэг сонгон авч

"Сонгон авсан 3 цэг гурвалжин үүсгэн энэ гурвалжны талбай $9/2$ байна" гэдэг үзэгдлийн магадлалыг ол.

Бодлого 11. Шоог 3 удаа орхив. Унасан нүдний тоог a_1, a_2, a_3 гэе. $A(a_1, 0)$ цэг тэмдэглэн $(0, 0)$ цэг дээр төвтэй a_2 радиустай тойрог татан уг тойрог дээр $\angle AOB = a_3 \times 15^\circ$ байх B цэг авъя.

- (1) AOB гурвалжин зөв гурвалжин байх магадлалыг ол.
(2) AOB гурвалжны талбай иррационал тоо байх магадлалыг ол.
(3) AOB гурвалжны талбай 3 байх магадлалыг ол.