

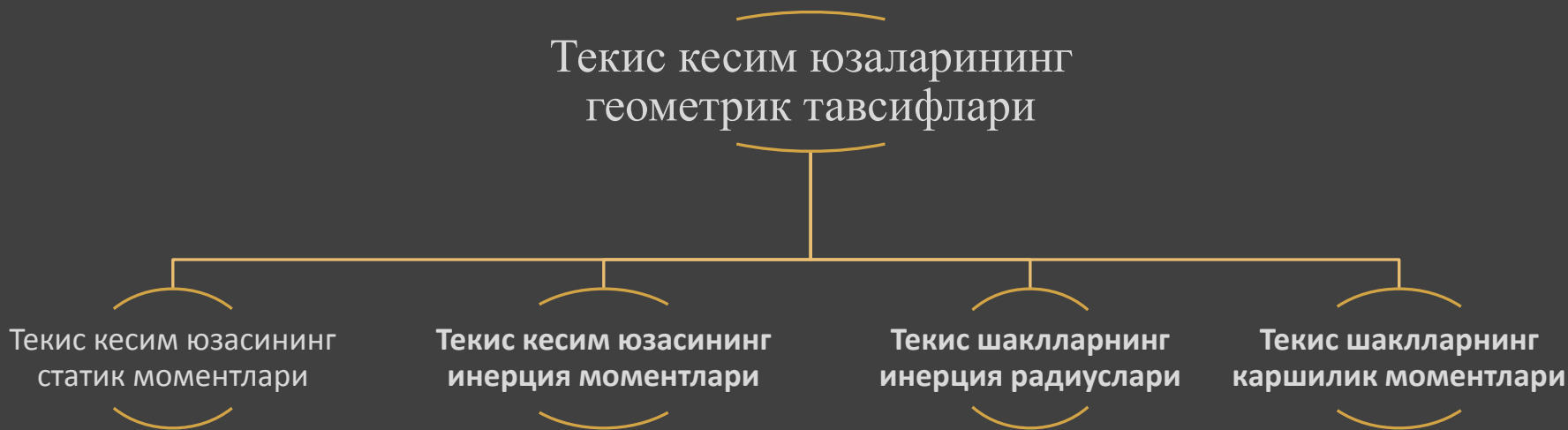
ТЕКИС КЕСИМ  
ЮЗАЛАРИНИНГ  
ГЕОМЕТРИК  
ХАРАКТЕРИСТИКА  
ЛАРИ

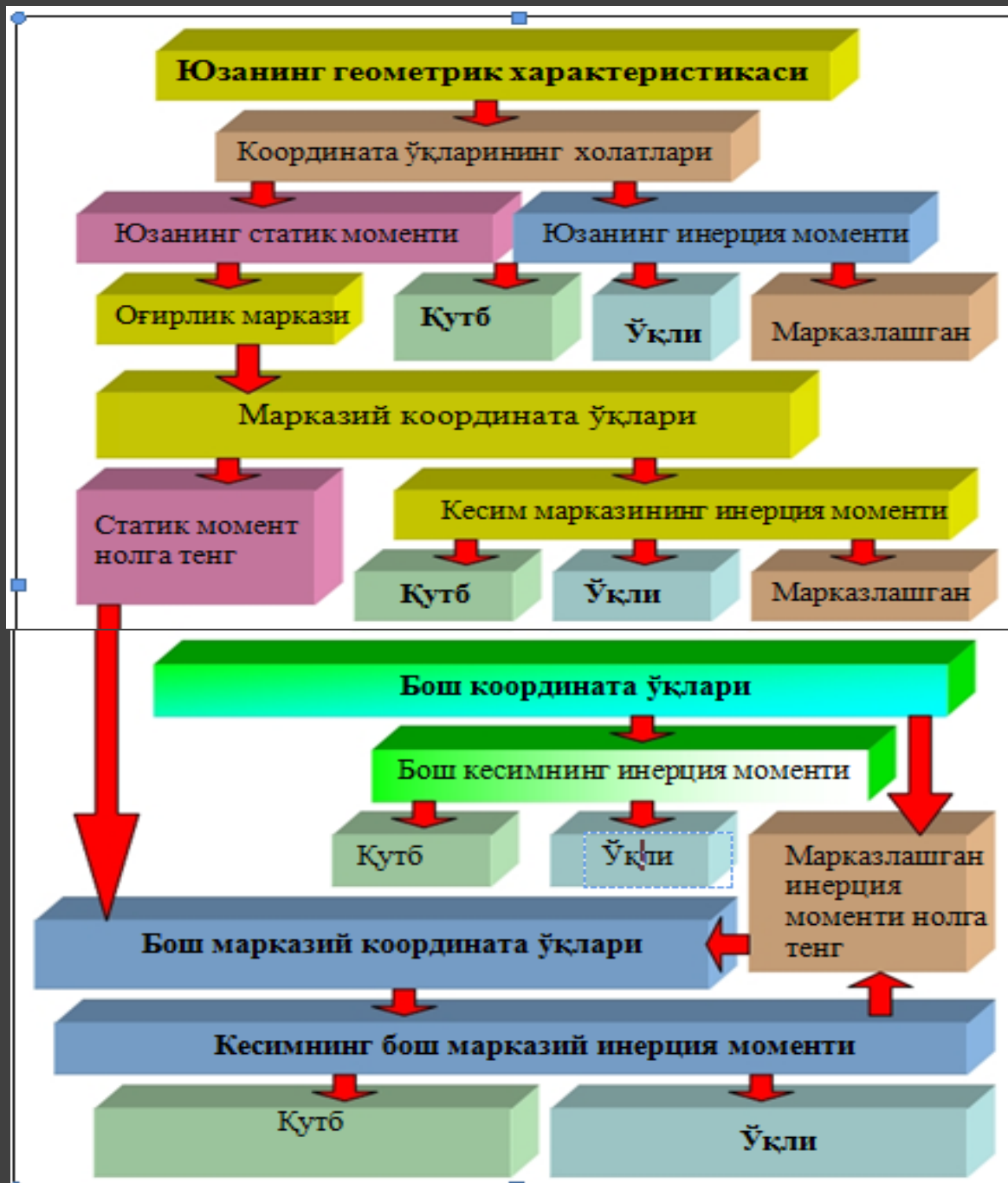
# Режа:

1. УМУМИЙ МАЪЛУМОТ.
2. ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ СТАТИК МОМЕНТЛАРИ.
3. ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ.
4. ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ҚАРШИЛИК МОМЕНТЛАРИ.
5. СТЕРЖЕНЬ КЎНДАЛАНГ КЕСИМ ЮЗАЛАРИГА ОИД МАСАЛА ЕЧИШ

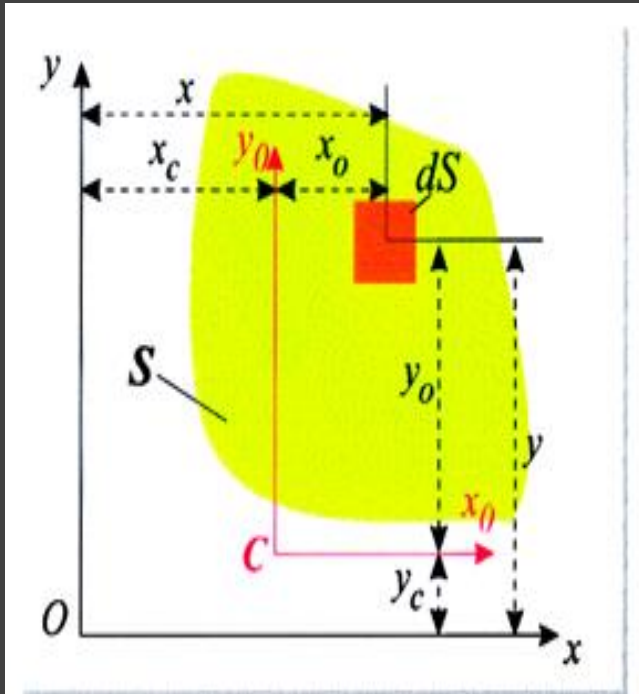
# 1. Умумий тушунчалар. Текис кесим юзаларининг геометрик тавсифлари

Чўзилиш ёки сиқилиш деформацияларини текширишда стерженнинг кўндаланг кесим юзи шу стерженнинг мустахкамлик ва бикрилигини характерловчи миқдор эканлигини кўриб ўтдик. Бунда кучланиш кўндаланг кесим юзи бўйича текис тақсимланган эди. Демак, конструкция қисмларини мустахкамлик, бикрлик ва устворликка ҳисоблашда уларнинг кесим юзи ва бу параметр билан боғлиқ бўлган геометрик катталиклар муҳим аҳамиятга эга. Улар умумий ҳолда текис кесим юзининг геометрик характеристикалари дейилади. Аммо брусларнинг буралиш ва эгилиш деформациясини ҳамда кучланишни текширишдан унинг мустахкамлик ёки бикрлигини кесим юзи эмас, балки ундан кўра мураккаброқ бўлган геометрик характеристикалари аниқланади. Бу катталиклар буралиш, эгилиш ва устворликка ҳисоблашда ишлатилади





# 1. Текис кесим yuzalarining statik momentlari



Текис кесим юзасидан ажратилган элементар юзагача  $dS$  билан юзачадан  $OY$  ўқигача бўлган оралиқлар орасидаги кўпайтмалар йиғиндиси текис кесим юзасининг  $OY$  ўқига нисбатан **статик моменти** деб аталади.

$$S_y = \int_F x dS \quad (6.1.1)$$

ХУДДИ ШУНИНГДЕК, ЮЗАНИНГ  $OZ$  ЎҚИГА НИСБАТАН ОЛИНГАН СТАТИК МОМЕНТИ ҚУЙИДАГИЧА АНИҚЛАНАДИ

$$S_x = \int_F y dS \quad (6.1.2)$$

Бу ерда -  $S_y$  va  $S_x$  мос равишда  $Y$  va  $Z$  ўқларига нисбатан статик моментлар, уларнинг миқдорлари, мусбатдан манфийгача ўзгариши мумкин.  $F$ -кўндаланг кесим юзи  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ .  $Y$  va  $Z$  -статик момент ҳисобланаётган ўқдан ажратиб олинган элементар юзача  $dF$  нинг марказигача бўлган масофа.

Агар текис кесим юзаси оғирлик марказининг координаталари маълум бўлса, у ҳолда бу юзанинг статик моментлари қуйидагича ифодалардан топилади:

$$\left. \begin{aligned} S_y &= F \cdot Z_c \\ S_z &= F \cdot Y_c \end{aligned} \right\} (6.1.3)$$

АГАР БИРОР КЕСИМНИНГ СТАТИК МОМЕНТИ ВА ЮЗАСИ МАЪЛУМ БЎЛСА, У ХОЛДА КЕСИМ МАРКАЗИНИНГ КООРДИНАТАЛАРИ ҚУЙИДАГИ ФОРМУЛАЛАР ЁРДАМИДА АНИҚЛАНИШИ МУМКИН

$$Y_c = \frac{S_z}{F}, \quad Z_c = \frac{S_y}{F} \quad (6.1.4)$$

Агар умумий оғирлик маркази аниқланадиган текис кесим юзи бир неча оддий юзалардан иборат бўлса, (6.4) қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} Y_c &= \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3 \dots F_n \cdot y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} = \frac{\sum F_i \cdot y_i}{\sum_{i=0}^n F_i} \\ Z_c &= \frac{F_1 \cdot Z_1 + F_2 \cdot Z_2 + F_3 \cdot Z_3 \dots F_n \cdot Z_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} = \frac{\sum F_i \cdot Z_i}{\sum F_i} \end{aligned} \right\} (6.1.5)$$

бунда  $F_1, F_2, \dots, F_n$  – айрим шаклларнинг юзалари, марказларининг координаталари. (6.5) формулаларнинг ўнг томонидаги касрларнинг сурати айрим юзаларнинг тегишли ўқларга нисбатан статик моментларидир.

# 2.Текис кесим юзаларининг инерция моментлари

Агар элементар юза  $dF$ ни ундан ўқкача бўлган масофанинг квадратига кўпайтириб интегралласак, ўқларга нисбатан инерция моменти деб аталадиган геометрик катталикини топамиз. Таърифга кўра, текис юзанинг  $OY$  ва  $OZ$  ўқларига нисбатан инерция моментлари қуйидагича аниқланади:

$$I_y = \int_F z^2 dF, \quad I_z = \int_F y^2 dF \quad (6.2.1)$$

Шакл юзасининг икки ўзаро перпендикуляр ўққа нисбатан марказдан қочирма инерция моменти деб элементар юзачалар  $dF$  шу нуқтагача масофага кўпайтмалари йиғиндисига айтилади. Марказдан қочирма инерция моменти қуйидаги формула асосида топилади:

$$I_{yz} = \int xz dF \quad (6.2.2)$$



Шакл юзасининг бирор нуқта (кутб)га нисбатан кутбий инерция моменти деб, элементар юзачалар  $dF$  шу нуқтагача масофа квадратига кўпайтмалари йиғиндисига айтилади. Кутб инерция моменти қуйидаги формула асосида топилади

$$I_P = \int_F p^2 dF \quad (6.2.3)$$

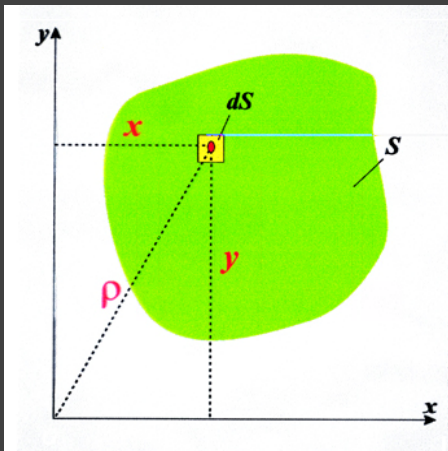
Охирги учта параметрлар  $\text{мм}^4$ ,  $\text{см}^4$ ,  $\text{м}^4$  ларда ўлчанади. ўққа нисбатан ва кутб инерция моментлари доимо мусбат катталиклар бўлиб, улар орасида Пифагор теоремасига биноан қуйидагича боғланиш мавжуд:

$$p^2 = x^2 + y^2 \quad (6.2.4)$$

$$I_p = \int p^2 da = \int (x^2 + y^2) da = \int x^2 da + \int y^2 da = j_y + j_x \text{ bo'ladi} \quad (6.2.5)$$

yoki  $I_p = I_x + I_y = \text{const}$

Демак, кутбий инерция момнети ўқавий инерция моментлари йиғиндисига тенг.



Яъни, ўзаро перпендикуляр ўқларга нисбатан ҳисобланган инерция моментларининг йиғиндиси ўзгармас миқдор бўлиб, бу ўқларнинг кесишиши нуқтасига нисбатан ҳисобланган кутб инерция моментига тенг бўлади. Марказдан кочирма инерция моменти мусбатдан манфийгача ишорали қийматлар қабул қилиши мумкин. Бу ҳоллар текширилаётган кесим юзи оғирлик марказининг координата системаси қайси чорагида жойлашганига боғлиқ ҳолда қабул қилинади

# 3.Текис кесим юзаларининг қаршилик моментлари

Бир жинсли брус кўндаланг кесимининг қаршилик моментлари унга ташқи кучлар қаршилик қилгандаги мустахкамлигини характерлайди. Эгилиш ва бурилишдаги кучлар таъсирида вужудга келадиган максимал зўриқиш қаршилик моментларига тескари пропорционал. Шунинг учун брусни мустахкам бўлиши учун кесимнинг қаршилик momenti иложи борича катта бўлиши керак



Текис шаклнинг ўқли қаршилик моменти деб бирор ўққа нисбатан олинган инерция моментининг шу ўқдан жойлашган энг узокдаги нуқтасигача бўлган масофага нисбати билан ўлчанадиган катталиққа айтилади.

Х ўқига нисбатан

$$W_x = \frac{S_x}{y_{max}} \quad (6.3.1)$$

У ўқига нисбатан

$$W_y = \frac{S_y}{X_{max}} \quad (6.3.2)$$

Текис шаклнинг қаршилик моменти деб, қутб инерция моментининг қутб нуқтасидан мазкур шаклда жойлашган энг узокдаги нуқтагача бўлган масофага нисбати билан ўлчанадиган катталиққа айтилади:

$$W_p = \frac{S_p}{\rho_{max}} \quad (6.3.3)$$

Ўқ ва қутб қаршилик моментлари учунчи даражали узунлик бирликлари билан ўлчанади мм<sup>3</sup>, см<sup>3</sup>

Прокат кесимларнинг қаршилик моментлари сортамент жадваллардан олинади.

# Назорат саволлари

1. Текис шакл юзи оғирлик марказининг координаталари қандай формулалар ёрдамида топилади?
2. Ўзаро тик икки ўққа нисбатан инерция моментларининг йиғиндиси нимага тенг?
3. Қандай ўқлар бош ўқлар дейилади?
4. Шаклларнинг қандай марказий ўқлари бош ўқлар дейилади?
5. Шаклларнинг инерция моментлари қандай ўқларга нисбатан энг катта ва энг кичик қийматларга эга бўлади?
6. Учбурчакнинг ўз асоси орқали ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти нимага тенг?
7. Текис шаклларнинг марказий ўқларига нисбатан статик моментлари нимага тенг?
8. Статик момент ва инерция моментлар қандай ўлчовларда ифодаланади?
9. Қандай инерция моментлари манфий қийматга ҳам эга бўлади?
10. Экваториал ва марказдан қочирма инерция моментлари параллел ўқларга нисбатан қандай формулалар ёрдамида кўчирилади?

# Масала

Текис кесим юзаларининг  
геометрик характеристикалари

Берилган кесим юзаси учун инерция моментлари аниқлансин, бунинг учун:

- Амалий ҳисоблар учун мураккаб шакллар оддий шаклга айлантирилсин ва мураккаб шаклнинг ихтиёрий ўқлар системасида оғирлик маркази аниқлансин.

- Оғирлик маркази орқали ўтадиган  $X$  ва  $Y$  ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментлари топилсин

- Марказий ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моменти топилсин:

- Бош инерция моментлари топилсин.

- Бош инерция ўқларининг оғишган бурчагини топилсин.

- Текшириш

# Берилган:

## 1. В.Тенг ёнли бурчаклик

$$d_1 = 1,0sm \quad b_1 = 10sm$$

$$h_1 = 10sm$$

$$A_1 = 19,2sm^2$$

$$J_{x_1} = J_{x_2} = 179sm^4 \quad Z_{0_1} = 2,83sm$$

$$J_{x_{0_1}} = 284sm^4 \quad J_{y_{0_1}} = 74,1sm^4$$

## 2.Е. Вертикал тўртбурчак

$$A_2 = b_2 \cdot h_2 = 1 \cdot 20 = 20sm^2$$

$$J_{x_2} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot 20^3}{12} = 667sm^4$$

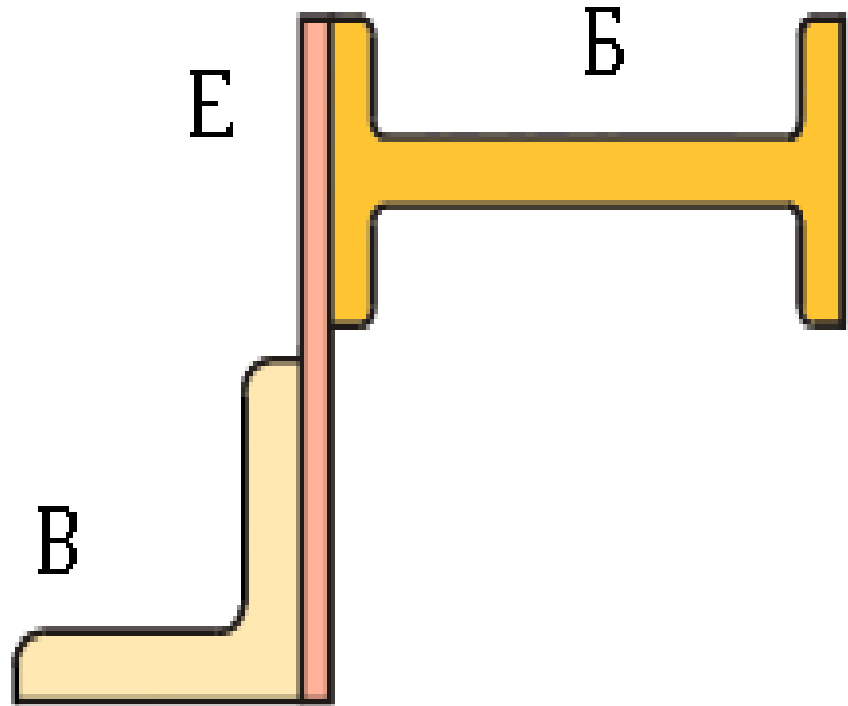
$$J_{y_2} = \frac{b^3h}{12} = \frac{1^3 \cdot 20}{12} = 1,7sm^4$$

## 3.Б. Қўштавр

$$b_3 = 18sm \quad A_3 = 23.4sm^2$$

$$d_3 = 5,1sm \quad J_{x_3} = 1290sm^4$$

$$h_3 = 9sm \quad J_{y_3} = 82.6sm^4$$



## Yechish:

1) Butun kesim og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:

$$c_1 = b_1 - z_{0_1} = 10 - 2.83 = 7.17sm$$

$$c_2 = b_1 + \frac{b_2}{2} = 10 + 0.5 = 10.5sm$$

$$c_3 = b_1 + b_2 + \frac{b_3}{2} = 10 + 1 + 9 = 20sm$$

$$k_1 = z_{0_1} = 2.83sm$$

$$k_2 = \frac{h_2}{2} = 10$$

$$k_3 = h_2 - \frac{h_3}{2} = 20 - 4.5 = 15.5$$

$$x_c = \frac{c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{7.17 \cdot 19.2 + 10.5 \cdot 20 + 20 \cdot 23.4}{19.2 + 20 + 23.4} = \frac{816}{62.6} = 13sm$$

$$y_c = \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2 + k_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{2.83 \cdot 19.2 + 10 \cdot 20 + 15.5 \cdot 23.4}{19.2 + 20 + 23.4} = \frac{617}{62.6} = 9.86sm$$

2) Og'irlik markazi orqali o'tadigan  $X_c$ ,  $U_c$  o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inertsiya momentlarini aniqlaymiz:

$$a_1 = c_1 - x_c = 7.17 - 13 = -5.83$$

$$a_2 = c_2 - x_c = 10.5 - 13 = -2.5$$

$$a_3 = c_3 - x_c = 20 - 13 = 7$$

$$m_1 = k_1 - y_c = 2.83 - 9.86 = -7.03$$

$$m_2 = k_2 - y_c = 10 - 9.86 = 0.14$$

$$m_3 = k_3 - y_c = 15.5 - 9.86 = 5.64$$

$$\begin{aligned} J_{X_c} &= J_{x_1} + a_1^2 A_1 + J_{x_2} + a_2^2 A_2 + J_{x_3} + a_3^2 A_3 = \\ &= 179 + (-5.83)^2 \cdot 19.2 + 667 + (-2.5)^2 \cdot 20 + 1290 + 7^2 \cdot 23.4 = \\ &= 179 + 652.6 + 667 + 125 + 1290 + 1146.6 = 4060 \text{sm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{y_c} &= J_{y_1} + m_1^2 A_1 + J_{y_2} + m_2^2 A_2 + J_{y_3} + m_3^2 A_3 = \\ &= 179 + (-7.03)^2 \cdot 19.2 + 1.7 + (0.14)^2 \cdot 20 + 82.6 + 5.64^2 \cdot 23.4 = \\ &= 179 + 949 + 1.7 + 0.392 + 82.6 + 744 = 1957 \text{sm}^4 \end{aligned}$$

3) Bosh markaziy o'qlarga nisbatan inertsiya momentlarining qiymatlarini aniqlaymiz:

$$J_{x_1 y_1} = \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} = \frac{284 - 74.1}{2} = 105 \text{ sm}^4$$

$$J_{x_2 y_2} = 0 \quad J_{x_3 y_3} = 0$$

$$\begin{aligned} J_{x_c y_c} &= J_{x_1 y_1} + a_1 m_1 A_1 + J_{x_2 y_2} + a_2 m_2 A_2 + J_{x_3 y_3} + a_3 m_3 A_3 = \\ &= 105 + (-5.83)(-7.03) \cdot 19.2 + (-2.5) \cdot 0.14 \cdot 20 + 7 \cdot 5.64 \cdot 23.4 = 105 + 787 + 7 + 923.8 = 1823 \text{ sm}^4 \end{aligned}$$

4) Markaziy bosh inertsiya o'qlari vaziyatini aniqlaymiz:

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}} = \frac{2 \cdot 1823}{1957 - 4060} = -\frac{3646}{2103} = -1.73$$

5) Markaziy bosh inertsiya momentlari qiymatlarini aniqlaymiz:

$$J_{u,v} = \frac{J_{y_c} + J_{x_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_{y_c} - J_{x_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2}$$

$$\begin{aligned} J_{u_{\max}} &= \frac{J_{y_c} + J_{x_c}}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_{y_c} - J_{x_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2} = \frac{1957 + 4060}{2} + \sqrt{\left(\frac{1957 - 4060}{2}\right)^2 + 1823^2} = \\ &= 3008.5 + \sqrt{1105652.25 + 3323329} = 5113 \text{ sm}^4 \end{aligned}$$

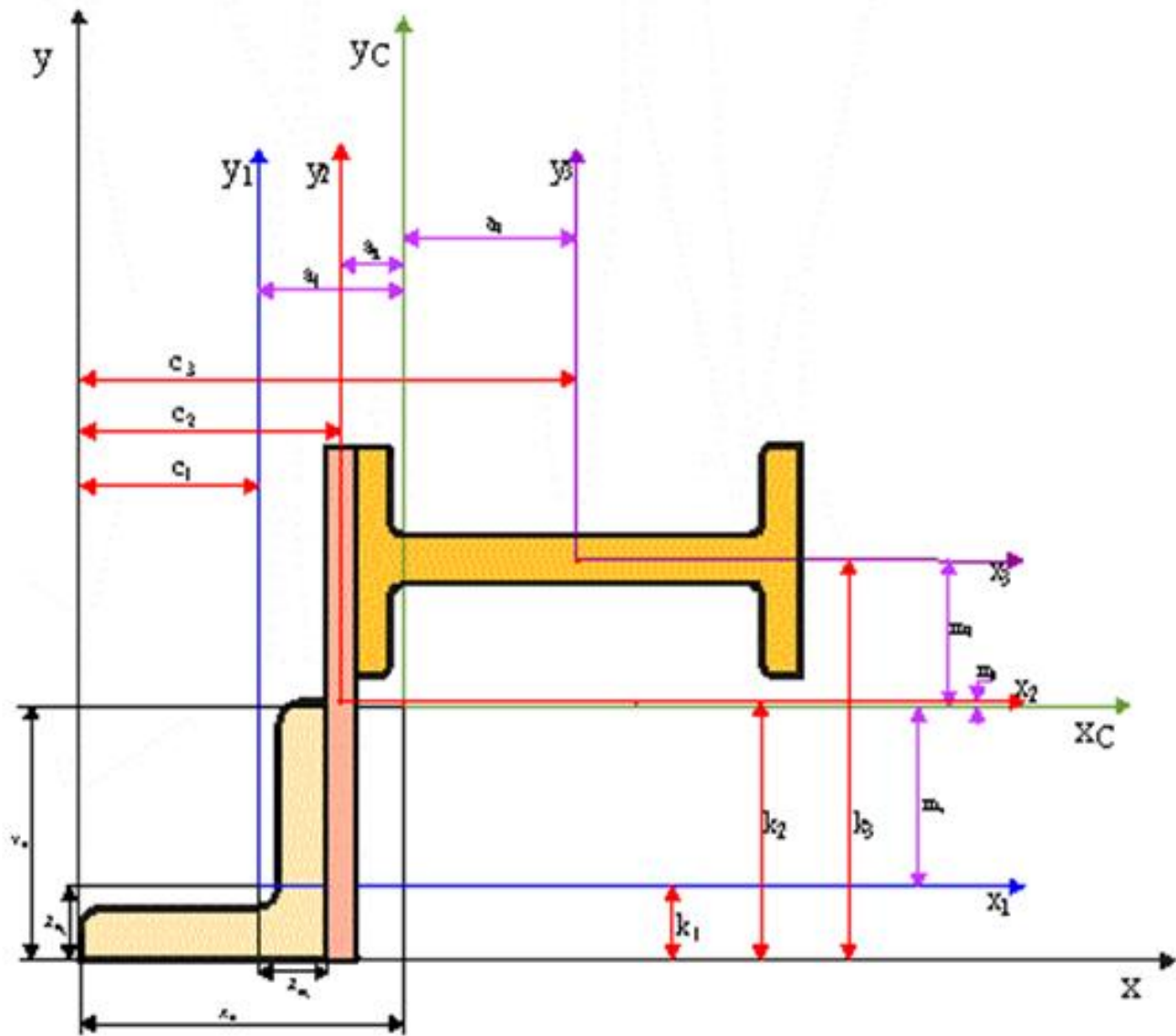
$$\begin{aligned} J_{v_{\min}} &= \frac{J_{y_c} + J_{x_c}}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_{y_c} - J_{x_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2} = \frac{1957 + 4060}{2} - \sqrt{\left(\frac{1957 - 4060}{2}\right)^2 + 1823^2} = \\ &= 3008.5 - \sqrt{1105652.25 + 3323329} = 904 \text{ sm}^4 \end{aligned}$$

6) Tekshirish:

$$J_{y_c} + J_{x_c} = J_{\max} + J_{\min}$$

$$4060 + 1957 = 5113 + 904$$

$$6017 = 6017$$



3-shakl