Course name: ***Algorithm of calculating methods***
Course language: **Uzbek**
Instructor: **Muhtorjon Yusupov**

Lecture 9 : *Review of experimental results. The least squares method.*

Fan nomi: ***Hisoblash usullarini algoritmlash***
Fan o'qituvchisi: **Muhtorjon Yusupov**

9-mavzu: *Tajriba natijalarini qayta ishlash. Eng kichik kvadratlar usuli.*

9-mavzu. Tajriba natijalarini qayta ishlash. Eng kichik kvadratlar usuli.

Reja:

1. Korrelyatsion regression tahlil haqida umumiy tushinchalar
2. Eng kichik kvadratlar usulining umumiy xarakteristikasi

Tayanch iboralar:

Korrelyatsiya, regressiya, korrelyatsiya koeffitsienti, kovariatsiya koeffitsienti, ko'p faktorli regressiya

Korrelyatsion va regression analiz tadkikot ostiga olingan ob'ektdagi boglikliklarni urganadi. Korrelyatsiya bogliklikning kuchini aniklaydi, regressiya esa shaklini aniklaydi. Bogliklikning kuchi xar xil koeffitsient, parametr va kursatkichlar yordamida baxolanishi mumkin. Faraz kilaylikki kandaydir X faktorli belgi va U natijaviy belgilar orasidagi bogliklik urnatilayotgan bulsin, ular orasidagi bogliklik kandaydir extimollik bilan chizikli bulsa, u xolda bogliklikning kuchi kuydagicha ifodalanadigan chizikli korrelyatsiya koeffitsienti yordamida baxolanishi mumkin:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i-1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad (1)$$

Bu erda n –statistik kuzatishlar soni;

$X_i, У_i$ (i=1..n) –kuzatishlar matritsasini xosil kiluvchi x va u ning i –nchi kuzatish natijalari.

Kuzatish matritsasi kuydagi kurinishga ega:

i	x	Y
1	X_1	Y_1
2	X_2	Y_2
3	X_3	Y_3
N	x_n	y_n

-1≤ r_{yx}≤1.Agar |ryx|q1 bulsa, u xolda u va x lar orasida chizikli funktsional bogliklik mavjud deyiladi. Agar ryxq0 bulsa, u va ch orasida chizikli bogliklik mavjud emas deyiladi. Kolgan xollarda x va u lar orasidagi bogliklik korrelyatsion yoki statistik bogliklik deyiladi.

Bogliklikning kuchi kuyidagicha aniklanadigan kovariatsiya koeffitsienti yordamida xam baxolanishi mumkin.

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \qquad (2)$$

Bu koeffitsient S_{xy} butun xakikiy sonlar o'qida o'zgaradi.

R koeffitsient chegaralangan xisoblanadi. S esa chegaralanmagan xisoblanadi. Shuning uchun ularni takkoslab, kiyoslab bulmaydi. Musbat bulsa tugri bogliklik tushuniladi va u monoton usuvchi, manfiy bulsa teska bogliklik tushuniladi va u monoton kamayuvchi xisoblanadi.

r bu Sning uzi fakat normallashtirilgan yoki standartlashtirilgan kurinishi, shuning uchun r ning kulayligi mavjud. S esa xisob-kitob uchun osonrok .

Standartlashtirish deganda kuzatish natijalarining ularning urta arifmetik kiymatlaridan farklarining standart (urta kvadratik) chetlanishga nisbatan baxolanishiga deyiladi.

$$x_i^{/} = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x} \qquad y_i^{/} = \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \qquad (3)$$

bu erda x_i va y_i -kuzatish natijalari,

$\bar{x}$ va $\bar{y}$ -urta arifmetik mikdorlar,

S_x va S_y -standart chetlanishlar.

$r_{xy} = S_{x^{/}y^{/}}$ (4)tenglikning urinli ekanligini isbotlang.

Bogliklikning shaklini aniklash uchun xar xil funktsiyalardan, xususan regressiya tenglamalaridan foydalanishi mumkin. Regressiyalar chizikli yoki chizikli emas, oddiy (bir faktorli) yoki kup faktorli bulishi mumkin:

1) oddiy chizikli regressiya $y=b_0+b_1x$ (5)

2) oddiy chizikli emas regressiya $y=b_0+b_1/x$, $y=a_0a_1^x$,

$y=b_0+b_1x+b_2x^2+...+b_mx^m$, $y=a_0x^{a_1}$ va xakozo.

3)kup faktorli (ulchovli) chizikli regressiya

$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+...+b_mx_m$ m›1

4)kup faktorli chizikli emas regressiya

$y=b_0b_1^{x}{}_1b_2^{x}..b_m^{x}{}_m$

$y=b_0x_1^{b}{}_1x_2^{b}..x_m^{b}{}_m$

$y=b_0+b_1x_1^2+b_2x_2^2+...+b_mx_m^2$

Oddiy chizikli regressiya misolida regressiyalar tuzish usullari orasida eng oddiy va keng kullaniladigani – eng kichik kvadratlar usuli bilan tanishamiz.

Real kuzatishdan olingan kiymatlarningfarkini minimallashtirish orkali echiladi (real ob'ekt bilan model urtasidagi farkni kamaytirish maksadida).

EKK usuli kuyidagi talabga (goyaga) asoslanadi:

$$Q=\sum_{i=1}^{n}(y_i^m-y_i)^2\to\min \qquad (6)$$

bu erda $y_i^m=b_0+b_1x_i$ (7) natijaviy belgi (u)ning faktorli belgi (x)ning i-nchi kuzatish natijasiga mos (5)-nchi model yordamida xisoblangan modelli kiymati (7)ni (6)ga kuyib

$$Q=\sum_{i=1}^{n}(b_0+b_1x_i-y_i)^2\to\min$$ (8)ni xosil kilamiz.

Ekstrimumning zarur shartiga asoslangan xolda

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Q}{\partial b_0}=0\\[2ex]\dfrac{\partial Q}{\partial b_1}=0\end{cases}$$ (9)ni xosil kilamiz.

Chunki ekstrimumga erishish uchun noma'lumlardan olingan birinchi tartibli xosilalar 0ga teng bulishi kerak, lekin bu etarli emas. EKK aynan minimumni ta'minlaydi, agar ikkinchi tartibli xosilalar musbat bulsa minimum buladi, agar manfiy bulsa maksimum buladi.

EKK usuli aniklanadigan ekstrimumning minimum bulishini ta'minlaydi, ya'ni bu usulda

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial b_0^2}\rangle 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial b_1^2}\rangle 0 \qquad (10)$$

Xosilalarni olib (9)ga kuysak ixchamlash natijasida kuyidagi ikkita noma'lumli ikkita chizikli tenglamalar sistemasini xosil kilamiz:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ b_0\sum_{i=1}^{n} x_i + b_1\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{cases}$$ (11) normallashgan tenglamalar sistemasi.

Bu simmetrik matritsa xisoblanadi.

Normal tenglamalar sistemasini echishda kullaniladigan usullaridan eng kulay (tejamli)laridan biri kvadrat ildiz usulidir. (11)ni echib b0 va b1 regressiya koeffitsientlarining muayyan kiymatlarini aniklaymiz. Ularni (5)ga kuyib berilgan kuzatish matritsasiga mos muayyan regressiyani yoki matematik modelni xosil kilamiz. Kuzatishlar matritsasi bilan tuzilgan model orasidagi adekvatlikni (moslik, uxshashlik) baxolash uchun xar xil statistik usullardan foydalanish mumkin. Xususan bunday xollarda Fisher statistikasi keng kullaniladi:

$$F = \frac{k_2}{k_1} * \frac{Q_1}{Q} \qquad (12)$$

Bu erda k1-tuzilayotgan regressiyadagi faktorli belgilar soni, ya'ni k_1=m, k_2=n-m-1.

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{n} (y_i^M - \bar{y})^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^{n} (y_i^M - y_i)^2$$

Xisoblangan Fisher statistikasi (F) Fisher statistikalari jadvalidagi statistika F?,k1,k2 bilan solishtiriladi. Agar F?F?,k1,k2 bulsa, tuzilgan model ? extimollik bilan adekvat deyiladi. Aksincha bulsa, adekvat emas deyiladi. Real masalalarda n>>0 bulishi kerak, ya'ni ancha katta bulishi kerak.

EKK usuli tuzilayotgan regressiya regressiya koeffitsientlariga nisbatan chizikli bulgan barcha xollar uchun universaldir. Agar regressiyani $y = b_0 + b_1F(x)$ bulib tasvirlansa unga EKKU kullaniladi.

$y = b_0 + b_1x, \quad y = b_0 + b1/x$ urniga belgilash kiritsa buladi: $y = b_0 + b_1x$, $y = b_0 + b_1F(x)$.

EKKUni kup faktorli chizikli regressiyani tuzishga kullanilishini kuramiz:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_mx_m \quad (13)$$

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial b_0} = 0, \ \frac{\partial Q}{\partial b_1} = 0, \frac{\partial Q}{\partial b_2} = 0, ..., \frac{\partial Q}{\partial b_m} = 0 \right. \quad (14)$$

$$y_i^M = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + ... + b_mx_{im}$$

Ko’p faktorli regressiya tuzish uchun kuzatishlar matritsasi kuyidagi umumiy kurinishda buladi:

I	X_1	X_2	X_3	...	x_m	Y
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1m}	Y_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2m}	Y_2
.	.	.	.	...	.	.
n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	...	x_{nm}	y_n

$X_{ij}(i=1,n;\ j=1,m)$

i-kuzatish nomeri

j-faktor nomeri

$$\begin{cases} nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{i1} + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{i2} + \ldots + b_m\sum_{i=1}^{n} x_{im} = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ b_0\sum_{i=1}^{n} x_{i1} + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} + \ldots + b_m\sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{im} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{i1} \\ b_0\sum_{i=1}^{n} x_{i2} + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{i2}^2 + \ldots + b_m\sum_{i=1}^{n} x_{i2}x_{im} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{i2} \\ b_0\sum_{i=1}^{n} x_{im} + b\sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{im} + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{i2}x_{im} + \ldots + b_m\sum_{i=1}^{n} x_{im}^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{im} \qquad (15) \end{cases}$$

$$y_i^m = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \ldots + b_mx_{im}$$

$Y = f(x_1, x_2, \ldots\ldots x_m)$ - regressiya funktsiyasi , regressiya tenglamasi.

m=1 –oddiy (bir faktorli) regressiya, mq2 – va boshkalari kup faktorli regressiya deyiladi. Chizikli va chizikli emas bulganiga karab regressiya chizikli va chizikli emas buladi.

Regressiya kurinishlari:

1. Oddiy chizikli regressiya

$y = b_0+b_1x$

Oddiy chiziklimas regressiya

$y = b_0+1/x$

$y = b_0*x^{b_1}$

$y = b_0*e^{b_1 x}$

Kup faktorli chizikli regressiya

$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_m x_m$

Kup faktorli chiziklimas regressiya

$y = b_0 + b_1 x_1^2 + b_2 e^{x_2}$

$y = b_0 b_1^{x_1} * b_2^{x_2} * .... * b_m^{x_m}$

$y = b_0 x_1^{b_1} * x_2^{b_2} * .... * x_m^{b_m}$

Ushbu regressiyalarda V-bilan regressiya koeffitsentlari belgilangan. Ushbu koeffitsentlar faktor belgilarning Y-natijaviy belgini ifodalaydi, b0-nazarda olinmagan faktorlarning ta'sirini kursatadi.

3. Tajriba natijalarini eng kichik kvadratlar usuli bilan approksimatsiyalash

Oddiy chizikli regressiya tuzishda eng kichik kvadratlar usulini qo'llash.

x ва y orasidagi bogliklikni tasvirlaydigan regressiyani aniklash uchun kuyidagi kuzatishlar matritsasi tuziladi.

I	y	X
1	y_1	x_1
2	y_2	x_2
3	y_3	x_3
:	:	:
:	:	:
n	y_n	x_n

Бу ерда i- кузатишлар ракам номери

n-кузатишлар сони

x_i- ($i = \overline{1,n}$) ,i -kuzatish natijasida olingan x faktorning belgisi,

y_i- $i = \overline{(1,n)}$,i- kuzatish natijasida olingan y-ifoda

Kuzatishlar matritsasi asosida olingan xarakterli maydon x ning y ga nisbatan faraz kilish imkonini bergan bulsin. U xolda:

$Y = b_0 + b_1 x$ (2) u oddiy chizikli regressiya buladi.

Regressiyaning noma'lum b0 va b1 koefitsentlarni topish uchun, eng kichik kvadratlar usulini kullaymiz. Bunda kuzatish natijasidagi ma'lumotlarni kanoatlantiradigan (1) regressiya aniklaydigan kuyidagi kurunishdagi talab kuyiladi.

$$Q(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2 \to \min \qquad (3)$$

бунда $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$ (4)

Modelning natijaviy belgisini ifodalaydigan

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial b_0} = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial b_1} = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

ва $\dfrac{\partial^2 Q}{\partial b^2{}_0} > 0, \dfrac{\partial^2 Q}{\partial b^2{}_1} > 0$

$Q(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} (b_0 + b_1 x_1 - y_i)^2 \to \min$ $(3)^1$ ekstrimumga erishish uchun.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial b_0} = \sum 2(b_0 + b_1 x_i - y_{i1}) * 1 = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial b_1} = \sum 2(b_0 + b_1 x_i - y_i) * x_i \end{cases} \qquad (6)$$

Buni soddalashtirib

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum x_i = \sum y_i \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum y_i x_i \end{cases} \qquad (7)$$

bundan regressiya koeffitsientlarini topamiz,

$$b_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (8)$$

$$b_0 = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (9)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Koeffitsientlar kiymatlarini (2) formulaga kuyib, anik regressiyani aniklaymiz.

Tuzilgan regressiyaning adekvatligini tekshirish Fisher statistikasi yordamida amalga oshiriladi

$F = K_2 Q_1 / K_1 Q_2$ (10)

бунда,

$K_1 = m$, $K_2 = n-m-1$

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2 \qquad (11)$$

Fisher statistikasidan topilgan F ni jadvalimizdan topilgan $F_{\alpha,k1,k2}$

bilan solishtiramiz. Agar $F >= F_{\alpha,k1,k2}$ bulsa, u xolda tuzilgan regressiya adekvatlangan buladi, aks xolda adekvatlanmagan bulaди.

α- Fisher jadvalining aniklik extimolini kursatadi.

Misol, ushbu jadvalda y-maxsulot ishlab chikarish xajmi va nq6 korxonada x- ishlarning soni xakidagi ma'lumot berilgan. Bogliklikni chizikli deb faraz kilib, x va y orasidagi boglikni ifodalaydigan oddiy chizikli regresiya tuzilsin. Faktorlar soni m=1

I	y	x	x*y	x^2	y_i^*	y_i^*-y	$(y_i^*-y)^2$
1	5	1	5	1	5,625	1,9	0,4
2	6	1	6	1	5,625	1,9	0,14
3	7	2	14	4	7	0	0
4	10	4	40	16	9,75	7,6	0,06
5	8	3	24	9	8,375	1,9	0,14
6	6	1	6	1	5,625	1,9	0,14
$\sum$	42	12	95	32		15,2	6,88

$y_0 = b_0 + b_1 x$

$b_1 = n\sum x_i y_i - \sum x_i * \sum y_i / n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$

$b_0 = y^* - b_1 x^*$

$b_1 = 6*95-12*42/6*32-(12)^2=1,375$

$b_0 = 7-1,375*2=4,25$

$y^*=42/6=7$

$x^*=12/6=2$

$y=4,25+1,375x$

Tuzilgan regressiyaning adekvatligini fisher statistikasi yordamida tekshiramiz.

$$F = \frac{K_2 Q_1}{K_1 Q_2}$$

$K_1=m=1$, $k_2=n-m-1=6-1-1=4$

$y_i^*=b_0+b_1 x_i$

$Q_1=\sum(y_i^*-y^*)=15,2$

$Q_2=\sum(y_i^*-y_i)=0,88$

$F=4*15,2/1*0,88=69,1$

Xisoblangan fisher statistikasini jadvalimiz statistikasi bilan solishtirib,

$\alpha=0,05$ $F_{0,05,1,4} = 7,71$

$F>F_{0,05;1;4}$

regressiya adekvat ekanligini aniklaymiz.

$y= b_0 x_1^{b_1} x_2^{b} \ldots x_m^{b_m}$

kurinishdagi regressiya uchun eng kichik kvadratlar usulini qo'llash.

$y= b_0 x_1^{b_1} * x_2^{b} \ldots * x_m^{b_m}$ (1)

$\ln y= \ln (b_0 * x_1^{b_1} * x_2^{b} \ldots x_m^{b_m})$

$\ln y= \ln b_0+b_1\ln x_1+b_2\ln x_2+\ldots\ldots+b_m\ln x_m$ $(1)^1$

$\ln y=u$

$\ln x_j = V_j \left(j = \overline{1,m}\right)$

$\ln b_0=b_0^1$

$u= b_0^1+b1V_1+b2V_2+\ldots\ldots+b_mV_m$ $(1)^{11}$

$(1)^{11}$ – formulani EKK usuli bilan echamiz.

$(b_0,b_1,\ldots,b_m)= (u_i^*-u_i)^2\to\min$ (2)

Ушбу жадвалда

I	Y	x_1	x_2	…….	x_m
1	y_1	x_{11}	x_{12}	……	x_{1m}
2	y_2	x_{21}	x_{22}	……	x_{2m}
3	y_3	x_{31}	x_{32}	……	x_{3m}
:	:	:	:	…….	:
n	y_n	x_{n1}	x_{n2}	……	x_{nm}

m-faktorli belgilar soni

n- kuzatishlar soni

y_i- y-natijaviy belgining i-ifodasi

x_{ij}- j-fktorli x_j belgininг i-ifodasi

(2)-formulada:

$u_i^*= b_0^1+b1V_{i1}+b2V_{i2}+\ldots\ldots+b_mV_{im}$ (3)

(3) ni (2)ga kuyib kuyidagini xosil kilamiz:

$Q = \sum (b_0^1+b1V_{i1}+b2V_{i2}+\ldots\ldots+b_mV_{im} -u_i)^2 \to\min$ $(2)^1$

Minimumga erishish uchun Q-ning birinchi tartibli xosilalari koefitsentlari buyicha 0 teng bulishi kerak.

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial b_0^1} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_1} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_m} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

(4) – nisbatni soddalashtirib kuyidagini xosil kilamiz

$$\begin{cases} nb_0^1 + b_1\sum_{i=1}^{n} V_{i1} + b_2\sum V_{i2} + \ldots + b_m\sum V_{im} = \sum Ui \\ b_0^1\sum V_{i1} + b_1\sum V_{i1}^2 + b_2\sum V_{12}V_{i1} + \ldots + b_m\sum V_{im}V_{i1} = \sum U_iV_{i1} \\ b_0^1\sum V_{i2} + b_1\sum V_{i1}V_{i2} + b_2\sum V_{i2}^2 + \ldots + b_m\sum V_{im}V_{i2} = \sum U_iV_{i2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_0^1\sum V_{im} + b_1\sum V_{i1}V_{im} + b_2\sum V_{i2}V_{im} + \ldots + b_m\sum V_{im}^2 = \sum U_iV_{im} \end{cases} \quad (5)$$

(5)- sistemani echishni turli usullari mavjud. Bulardan eng kulayi kvadrat ildiz usuli xisoblanadi. Shu bilan birga Gauss usulidan foydalansak xam buladi.

$\ln b_0 = b_0^1$

$b_0 = e^{b_0^1}$

(5) –sistemani echib, ($b_0 1, b_1$, b ....,b_m)noma'lum koeffitsentlarni topamiz

Ularni (1) formulaga kuyib anik ishlab chikarish funktsiyasiga ega bulamiz.

Adekvatlik Fisher stastikasi yordamida aniklanadi.

(5)-sistemani kuyidagi kurinishdagi matritsa bilan ifodalasak buladi.

$V^1VB=V^1U$ (5^1)

$$V = \begin{pmatrix} 1 & V_{11} & V_{12} \ldots & V_{1m} \\ 1 & V_{21} & V_{22} \ldots & V_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & V_{m1} & V_{m2} \ldots & V_{nm} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ : \\ b_m \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}$$

V^1-transponirlangan matritsa.

Aytib utilganidek ishlab chikarish funktsiyasi iktisodiyotning turli darajalarida ishlatilishi va urganilishi mumkin. Xalk xujaligining 1 yil (Y) ichida jami ishlab chikarilgan maxsulotni kursatadigan ishlab chikarish funktsiyasining shakllanish namunasini ishlatilgan resurslarga karab, kurib chikamiz:

1. X - er maydonining ishlatilishi.
2. L - yildagi inson ishlagan kunlar soni.

Ishlab chikarish funktsiyasini tuzish uchun, xalk xujaligining nq5 ob'ektlarni kamrovchi kuzatish olib borildi. Kuzatish natijasida ushbu matritsa tuzildi.

Y	X	L
10000	1000	10
1000000	10000	100
10000	1000	100
1000	100	10
1000	1000	100

$Y= a_0 x^{a_1} * L^{a_2}$ $(a_1+a_2)=1$ (1)

Eng kichik kvadratlar usulida foydalanib, a_0, a_1, a_2 koeffitsientlarning 1-yakinlashishini topishga kiramiz. Ushbu koeffitsientlarni topish uchun tuzilgan tengsizliklar sistemasi kuyidagicha buladi.

$$\lg Y = \lg a_0 + a_1 \lg x + a_2 \lg L$$

$$Y^1 = a_0^1 + a_1 x^1 + a_2 L^1$$

$$\begin{cases} n a_0^1 + a_1 \sum x^1 + a_2 \sum L^1 = \sum Y^1 \\ a_0 \sum x^1 + a_1 \sum (x^1)^2 + a_2 \sum L^1 x^1 = \sum Y^1 X^1 \\ a_0^1 \sum L^1 + a_1 \sum x^1 L^1 + a_2 \sum (L^1)^2 = \sum Y^1 L^1 \end{cases}$$

Монандлик коэффициенти (коэффициент детерминированности)

$$r2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2 - \sum (y - \tilde{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Корреляция коэффициенти

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - y)}{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}$$

Takrorlash uchun savollar:

1. Korrelyatsion regression tahlil nimani o'rganadi?
2. Korrelyatsiya koeffitsienti nimani baholaydi?
3. Korrelyatsiya koeffitsienti qanday hisoblanadi?
4. Kovariatsiya koeffitsienti qanday hisoblanadi?
5. Bogliklikning shakli qanday aniklanadi?
6. Oddiy chizikli regressiya tuzishda eng kichik kvadratlar usulini qo'llashni tushintiring.
7. Chiziqsiz regressiya tuzishda eng kichik kvadratlar usulini qo'llashni tushintiring.