Course name: ***Algorithm of calculating methods***
Course language: **Uzbek**
Instructor: **Muhtorjon Yusupov**

Lecture 14: ***Solving Simplified Programming Problems***

Fan nomi: ***Hisoblash usullarini algoritmlash***
Fan o'qituvchisi: **Muhtorjon Yusupov**

14-mavzu: ***Soddalashtirilgan dasturlash masalalarini bosqichma-bosqich yechish***

14-mavzu. Soddalashtirilgan dasturlash masalalarini bosqichma-bosqich yechish

Reja:

1. Korrelyatsion regression tahlil haqida umumiy tushinchalar
2. Eng kichik kvadratlar usulining umumiy xarakteristikasi

Tayanch iboralar:

Korrelyatsiya, regressiya, korrelyatsiya koeffitsienti, kovariatsiya koeffitsienti, ko’p faktorli regressiya

§ 3. Rejani bosqichma – bosqich yaxshilash usuli.

Biz bu yerda asosan usulning amaliy taraflari, hamda hisoblash algoritmlariga ko'proq to'xtalamiz. Usul asosan ikkita bosqichni o'z ichiga oladi. To'g'rirog'i har bosqichda ikkita savol hal qilinishi kerak bo'ladi. Avvalo, tanlangan tayanch yechim optimal reja bo'ladimi? Optimal bo'lsa, tabiiy, muammo hal bo'lgan, yechim topilgan deb hisob qilinadi. Optimal bo'lmasa, navbatdagi, bu yechimga qaraganda yaxshiroq yechimni qanday topish mumkin?

ChPMni umumiy ko'rinishini olamiz

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (3.1)$$

$$x_j \ge 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j \to \max \qquad (3.2)$$

(3.1) shartlarni qanoatlantiruvchi barcha M $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ lar orasidan (3.2) maqsad funksiyasining eng katta qiymatini beruvchi nuqta koordinatalari, ya'ni optimal rejani topish kerak.

Simpleks usul kanonik ko'rinishdagi ChPMlar uchun mo'ljallangan. Bunda ChPM barcha shartlari tenglik ko'rinishida berilgan bo'lishi kerak. Kanonik ko'rinishdagi ChPM matematik ifodasi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} C_j x_j \to \max \qquad (3.4)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda ham $x_j \ge 0$ o'z o'rnida qoladi. Alohida zarurat bo'lmasa bu shartlarni oshkora ifodalab o'tirilmaydi. Umumiy ko'rinishdagi (3.1) – (3.2) ChPMni kanonik (3.3) – (3.4) ko'rinishiga keltirishimiz mumkin. Buning uchun (3.1) shartlarning har birining chap tarafiga (u kichik bo'lganligi uchun) yangi x_{n+i} o'zgaruvchini qo'shish yordamida tenglikka aylantirish mumkin. Bunda x_{n+i} o'zgaruvchilar ham noma'lum bo'ladi. Natijada (3.1) – (3.2) masala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \qquad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^{n+m} c_j x_j \to \max \qquad (3.6)$$

ko'rinishini oladi, bu yerda noma'lumlar $x_1, x_2, \ldots\ x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n+m}$ n+m ta bo'ladi. Maqsad funksiyasining ko'rinishini o'zgartirmaslik uchun (3.6) ifoda $C_{n+1} = C_{n+2} = C_{n+m} = 0$ deb hisoblangan. Bundan ko'rinadiki, yangi kiritilgan $x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots,\ x_{n+m}$ o'zgaruvchilar qanday bo'lishidan qat'iy nazar maqsad funksiyasining qiymatlariga mutlaqo ta'sir qilmaydi. Natijada hosil bo'lgan (3.5) – (3.6) masala (3.3) – (3.4) masala bilan aynan bir xil ko'rinishini olar ekan. Shunday qilib umumiy ko'rinishdagi ChPMni kanonik ko'rinishga keltirish mumkinligi asoslandi. Demak, kanonik ko'rinishdagi ChPMlar uchun yaratilgan usullarni umumiy ko'rinishdagi ChPMlarga ham tatbiq qilish mumkin ekan. Simpleks usul tafsilotlariga o'tamiz. Buning uchun (3.3) shartlar matritsasi A=(a_{ij}) i= 1, 2, …, m j = 1, 2, …, n ustunlarini **m** o'lchovli chiziqli fazo vektorlari deb, faqat uning koordinatalari yordamida tuzilgan vektorlarni $\overline{A}_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})^T$
ko'rinishida ifodalaymiz. Shunga o'xshash, narxlarga mos C_j qiymatlar yordamida $\overline{C}(c_1, c_2, \ldots,\ c_n)$ vektorni satr matritsa sifatida ifodalaymiz. Zaxiralarga mos b_j qiymatlar yordamida $\overline{B} = (b_1, b_2, \ldots,\ b_m)^T$ ustun matritsani tuzsak (3.3) – (3.4) masalani kompakt (ixcham) ko'rinishda, matritsalar orqali

$$A \times \overline{X} = \overline{B} \qquad (3.7)$$

$$\overline{C} \times \overline{X} \to \max \qquad (3.8)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin. Bu yerda $\overline{X} = (x_1, x_2, \ldots,\ x_n)^T$ noma'lumlarga mos ustun matritsa.

$\overline{A}_j\ (j = 1, 2, \ldots, n)$ vektorlar **m** o'lchovli chiziqli fazo vektorlari bo'lib, ularning soni **n** aksariyat hollarda **m** dan ancha katta bo'ladi. Shuning uchun (3.7) sistema yechimlari cheksiz ko'p bo'ladi. Ular orasida (3.8) shartni qanoatlantiradiganini topishimiz kerak.

Buning uchun $\overline{A}_j$ vektorlar orasidan $\overline{X}$ musbat koordinatalariga mos keluvchi **m**ta chiziqli erklisini ajratishimiz kerak. Fazo **m** o'lchovli bo'lganligi uchun $\overline{A}_j$ lar orasida chiziqli erklisi **m** tadan ortiq bo'lmaydi. Bu vektorlar bazis vektorlar deb belgilanadi. Masala shartlari shu bazisga moslanadi. Bazis vektorlardan qolgan barcha $\overline{A}_k$ vektorlarga mos X_k lar nol deb olinadi. Shundan keyin berilgan bazisga mos tayanch yechim topiladi va u optimallikka tekshiriladi.

Biz bu yerda usulning faqat amaliy taraflariga to'xtalamiz. Usulning nazariy asoslariga qiziqqanlar maxsus adabiyotlarga murojaat qilishi mumkin. Usul mohiyati va tartibini amaliy misolni ishlash jarayonida izohlab boramiz. Quyidagi ChPM berilgan bo'lsin.

$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 + 5x_3 \le 56 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \le 10 \\ x_1 + x_3 \le 6 \end{cases}$$

$$L(x_1; x_2; x_3) = 10x_1 + 12x_2 + 25x_3 \to \max$$

Bu masalani kanonik ko'rinishga keltiramiz

$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 + 5x_3 + x_4 = 56 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 10 \\ x_1 + x_3 + x_6 = 6 \end{cases}$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 10x_1 + 12x_2 + 25x_3 + 0\times x_4 + 0\times x_5 + 0\times x_6 \to \max$$

Berilgan masala shartlaridan $\overline{A}_1 = (7;2;1)^T$, $\overline{A}_2 = (8;1;0)$, $\overline{A}_3 = (5;1;1)^T$, $\overline{A}_4 = (1;0;0)^T$, $A_5 = (1;0;0)^T$, $A_6 = (0;0;1)^T$ ekanligini ko'ramiz. Bu yerda yangi kiritilgan o'zgaruvchilarga mos $\overline{A}_4, \overline{A}_5, \overline{A}_6$ vektorlar bazis ekanligi ko'rinib turibdi, haqiqatdan ham $\overline{A}_1 = 7\times\overline{A}_4 + 2\times\overline{A}_5 + 1\times\overline{A}_6$
ekanligini ko'rishimiz mumkin. Qolgan vektorlar, shuningdek cheklash vektori $\overline{B} = (56;10;6)^T$ ni ham ular orqali ifodalash mumkin. Masala shartlariga ko'ra shu bazisga mos tayanch yechimni topish uchun bazisga kirmagan x_1, x_2, x_3 o'zgaruvchilarni nol deb olishimiz kerak. U holda $x_4 = 56, x_5 = 10; x_6 = 6$ ekanligi kelib chiqadi. Keltririlgan shartlarni ifodalovchi barcha sonlarni quyidagi jadval ko'rinishda ifodalaymiz.

i	C_j / C_i			10	12	25	0	0	0		
		Baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	Θ_i	
1	0	A_4	56	7	8	5	1	0	0	11,2	
2	0	A_5	10	2	1	1	0	1	0	10	
3	0	A_6	6	1	0	$\boxed{1}$	0	0	1	6	←
	Δ_j			-10	-12	-25	0	0	0		
						↑					

1 – jadval

1 – jadvalda A_0 ustun shartlardagi o'ng taraf qiymatlari (resurslar miqdori) A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 ustunlar shartlardagi $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ larning koeffisiyentlaridan tuzilgan. Shartlarda koeffisiyentlari birlik ustunni ifodalayotgan vektorlar bazis vektorlar deb belgilanib, ularning 1 elementlari joylashgan qator boshida bazis deb atalgan ustunda shu vektor belgisi A_K deb qo'yiladi. C_{Ki} deb atalgan ustunga esa bazisga kirgan shu qatordagi A_k vektor tepasidagi narx qiymati C_k qo'yiladi. i-ustunda tenglama nomeri belgilanadi. Shu bilan masala shartlariga kiruvchi barcha

sonlar jadvalda o'z o'rnini egallaydi. Shundan keyin jadvalning so'nggi qator va so'nggi ustunini to'lg'azishga o'tiladi. Dastlab

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \times C_{Ki} - C_j \qquad j = 1, 2, \dots, \mathrm{n} \qquad (3.9)$$

formula bo'yicha Δ_j lar hisoblanadi. Agar barcha Δ_j lar manfiy bo'lmasa jadvalga mos tayanch yechim optimal yechim deyiladi va hisob to'xtatiladi. Agar Δ_j lar orasida manfiylari bo'lsa jadvalga mos tayanch yechim optimal emas, uni yaxshilash kerak degan xulosa qilinadi. Buning uchun manfiy Δ_j lar orasidan eng kichigi joylashgan ustunni hal qiluvchi ustun deb belgilanadi. Agar bu ustundagi A_k elementlari $(a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{mk})^T$ lar orasida musbatlari bo'lmasa masala yechimi yo'q degan xulosaga kelamiz. Agar a_{ik} $i = 1, 2, \dots,$ m lar orasida musbatlari bo'lsa

* Ular uchun $\Theta_i = a_{io} / a_{ik}$ qiymatlar hisoblanadi.
* ulardan kichigi Θ_i tanlanadi va bu Θ_i jolashgan qator hal qiluvchi qator deb e'lon qilinadi, hamda hal qiluvchi ustun va hal qiluvchi qatorlar kesishgan joydagi a_{ek} elementni esa hal qiluvchi element deb belgilanadi.

Bu jarayonni biz tahlil qilayotgan misol (1 – jadval) uchun quyidagi tartibda bajariladi. Avvalo (3.9) formulalar bo'yicha Δ_j larni hisoblaymiz.

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{3} a_{i1} \times C_{Ki} - C_1 = 7\times 0 + 2\times 0 + 1\times 0 - 10 = -10$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{3} a_{i2} \times C_{Ki} - C_2 = 8\times 0 + 2\times 0 + 0\times 0 - 12 = -12$$

$$\Delta_3 = \sum_{\varepsilon=1}^{3} a_{i3} \times C_{Ki} - C_3 = 5\times 0 + 1\times 0 + 1\times 0 - 25 = -25$$

$$\Delta_4 = \sum_{i=1}^{3} a_{i4} \times C_{Ki} - C_4 = 1\times 0 + 0\times 0 + 0\times 0 - 0 = 0$$

$$\Delta_5 = \sum_{i=1}^{3} a_{i5} \times C_{Ki} - C_5 = 0\times 0 + 1\times 0 + 0\times 0 - 0 = 0$$

$$\Delta_6 = \sum_{i=1}^{3} a_{i6} \times C_{Ki} - C_6 = 0\times 0 + 0\times 0 + 1\times 0 - 0 = 0$$

Bu qiymatlar jadvalga kiritilgan Δ_j larni taqqoslash yordamida eng kichigi $\Delta_3 = -25$ ga mos kelgan 3 – ustun **hal qiluvchi ustun** deb belgilanadi. Bu ustun elementlari yordamida $\Theta_i = a_{i0} / a_{i3}$ qiymatlar hisoblanadi. Θ_1 = 56/5=11,2 ; Θ_2 = 10/1 = 10; Θ_3 = 6/1=6 ular ham jadvalga kiritilgan. Θ_i lar orasida eng kichigi Θ_3 ga mos kelgan 3 – qator **hal qiluvchi qator** deb belgilanadi. Jadvalda bu ustun va qator strelka bilan belgilangan. Ular kesishgan joydagi hal qiluvchi a_{33} element ham qalin chegara bilan ajratilgan Agar hal qiluvchi element 1ga teng bo'lmasa hal qiluvchi qator barcha elementlarini hal qiluvchi elementga bo'lib yuborib bunga erishish mumkin. 3 – qator elementlarini 5ga ko'paytirib, 1 – qator elementlaridan ayiramiz, so'ngra 3 – qator elementlarini 1ga ko'paytirib, 2 – qator elementlaridan ayiramiz. Hosil bo'lgan qiymatlari 2 – jadval tarzida ifodalangan.

i	C_j / C_{ik}			10	12	25	0	0	0		
		Baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	Θ_i	
1	0	A_4	26	2	$\boxed{8}$	0	1	0	-5	3,25	←
2	0	A_5	4	1	1	0	0	1	-1	4	
3	25	A_3	6	1	0	1	0	0	1		
	Δ_j			15	-12	0	0	0	25		

2 – jadval

2 – jadval uchun ham (3.9) formulalar yordamida Δ_j lar hisoblanadi. Bu qiymatlar hisoblanib jadvalga kiritilgan. Δ_j lar orasida manfiysi bo'lganligi uchun bu jadvalga mos tayanch yechim ham optimal yechim emas. Shuning uchun manfiy Δ_2 ga mos 2 – ustun hal qiluvchi ustun deb belgilandi. Hal qiluvchi ustunning musbat elementlari uchun Θ_j = 26/8 = 13/4= 3,25; Θ_2 = 4/1=4 lar hisoblanadi. Eslatma: Manfiy va nol bo'lgan elementlar uchun Θ_i hisoblanmaydi. Agar a_{ik} lar orasida musbatlari bo'lmasa, ChPM yechimi yo'q deb hisoblash to'xtatiladi. Bizning misolda Θ_i lardan kichigi Θ_1 = 3,25 ga mos qator hal qiluvchi qator deb belgilandi. Simpleks usul algoritmiga ko'ra 3 – jadvalni to'lg'azamiz.

i	C_j / C_{ik}			10	12	25	0	0	0	
		Baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	Θ_i
1	12	A_2	3,25	0,25	1	0	0,125	0	-0,625	
2	0	A_5	0,75	0,75	0	0	-0,125	1	-0,375	
3	25	A_3	6	1	0	1	0	0	1	
		Δ_j		18	0	0	1,5	0	17,5	

3 – jadval

3 – jadvalda barcha $\Delta_j \geq 0$ bo'lganligi uchun bu jadvalga mos tayanch yechimda bazis o'zgaruvchilar $x_2 = 3{,}25; x_3 = 6; x_5 = 0{,}75$ deb olinadi. Bazisga kirmagan o'zgaruvchilar esa nolga teng deb olinadi, ya'ni $x_1 = 0; x_5 = 0; x_6 = 0$. Bu yechim ChPM uchun optimal planni beradi. Yordamchi noma'lumlardan holi bo'lgan holda berilgan ChPM uchun optimal plan $x_1 = 0; x_2 = 3{,}25; x_3 = 6$ ko'rinishda belgilanadi. Bunda maqsad funksiyasi o'zining maksimal qiymatiga erishar ekan va $L = 10 \times 0 + 12 \times 3{,}25 + 25 \times 6 = 189$ ga teng bo'ladi. Keltirilgan misol planni bosqichma – bosqich yaxshilash, ya'ni simpleks usulning barcha amallari va ularning bajarilish tartibini o'zida aks ettirgan. Shuning bilan birga masalani ishlash tartibiga e'tibor berilsa, geometrik usuldan farqli noma'lumlar soni ortgan, ya'ni masala murakkablashgan holda ham bu usul shundayligicha tatbiq qilinaveradi. Tabiiy bunda simpleks jadval ustun va qatorlar soni ortadi, shunga ko'ra hisoblashlar hajmi ham ortadi. Optimal planga yetib borish uchun bajariladigan qadamlar soni ham ortishi mumkin.

Simpleks usulning umumiy holdagi algoritmi (ixtiyoriy n , m lar uchun) dasturlangan va zamonaviy kompyuterlar matematik ta'minotida bu dasturlar mavjud. Ulardan foydalanish uchun iste'molchi, ya'ni tadqiqotchi, o'zi yechmoqchi bo'lgan ChPM ga taalluqli barcha qiymatlarni ko'rsatilgan tartibda kompyuter xotirasiga kiritib, shu dasturlarga murojaat qilishi yetarli.

Biz bu yerda e'tiborni qaratmoqchi bo'lgan yana bir hol, simpleks usul bo'yicha hisobni boshlashda dastlabki simpleks jadvalda bazis berilishi kerakligi. Bu bazis qanday tanlanadi, bunda nimalarga e'tiborni qaratish kerak?

Takrorlash uchun savollar:

1. Korrelyatsion regression tahlil nimani o'rganadi?
2. Korrelyatsiya koeffitsienti nimani baholaydi?
3. Korrelyatsiya koeffitsienti qanday hisoblanadi?
4. Kovariatsiya koeffitsienti qanday hisoblanadi?

5. Bogliklikning shakli qanday aniklanadi?
6. Oddiy chizikli regressiya tuzishda eng kichik kvadratlar usulini qo’llashni tushintiring.
7. Chiziqsiz regressiya tuzishda eng kichik kvadratlar usulini qo’llashni tushintiring.