Course name: ***Algorithm of calculating methods***
Course language: **Uzbek**
Instructor: **Muhtorjon Yusupov**

Lecture 15: ***A basis of basis for solution of linear programming***

Fan nomi: ***Hisoblash usullarini algoritmlash***
Fan o'qituvchisi: **Muhtorjon Yusupov**

15-mavzu: ***Chiziqli dasturlash masalalari uchun egizak masalalar***

15-mavzu. Chiziqli dasturlash masalalari uchun egizak masalalar

Reja:

1. Chiziqli dasturlash masalalari uchun egizak masalalar
2. Egizak masala yechimini geometrik usulda aniqlash

Tayanch iboralar:

Korrelyatsiya, regressiya, korrelyatsiya koeffitsienti, kovariatsiya koeffitsienti, ko'p faktorli regressiya

6 § Chiziqli programmalash masalalari uchun egizak masalalar

Bu yerda chiziqli programmalash masalalari nazariyasida muhim o'rin egallagan egizak masalalar tushunchasida to'xtalamiz va ularning iqtisodiy ma'nosini tahlil qilamiz. ChPM umumiy ko'rinishini esga olsak (2 §).

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, i = 1,2,...,m \qquad (2.1)$$

$$x_j \ge 0, j = 1,2,...,n$$

$$L(x_1, x_2,..., x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_i \to \max \qquad (2.2)$$

Shartlarga ko'ra $x_1, x_2,...x_n$ larni topish talab qilinar edi. Masala tarkibidagi har bir koeffitsiyentga o'z vaqtida izoh berilgan edi. Aynan shu koeffitsiyentlar yordamida quyidagi masalani tuzamiz.

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}y_j \ge C_j, \quad i = 1,2,...,n \qquad (6.1)$$

$$y_i \ge 0, i = 1,2,..,m$$

$$Q(y_1, y_2,..., y_m) = \sum_{j=1}^{m} b_i \cdot y_i \to \min \qquad (6.2)$$

Hosil bo'lgan (6.1) – (6.2) masala (2.1) – (2.2) ChPM ga nisbatan egizak masala deyiladi. Agar (2.1) – (2.2) masala yechimi mavjud bo'lsa (6.1) – (6.2) masala yechimi ham mavjud bo'lar ekan. Shu bilan birga bu yechimlar, yani optimal yechimlar uchun

$$Sup\, L\,(x_1, x_2,.., x_n) = \inf\, Q\,(y_1, y_2,.., y_m)$$

tenglik o'rinli bo'lar ekan. Bu holat ba'zi murakkab ChPM lar uchun egizak masala yordamida tahlil o'tkazishga imkoniyat beradi. E'tibor bersak (2.1) – (2.2) va (6.1) – (6.2) masalalar aynan bir xil koeffitsiyent orqali ifodalanishi hamda ularning yechimlari ham bir xilligi bu masalalarni " egizak masalalar " deb atalishiga sabab bo'lgan.

Tahlil va xulosalarni soddalashtirish uchun avvalgi paragraflarda keltirilgan masalalardan foydalanamiz. Xususan § 1 da ko'rilgan (1.1) – (1.2) masalani olsak

$$\begin{cases} 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \le 30 \\ 0{,}5x_1 + 0{,}2x_2 \le 45 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}1x_2 \le 12 \end{cases} \qquad (1.1)$$

$$L(x_1, x_2) = 1\,000x_1 + 1400x_2 \to max \qquad (1.2)$$

uning to'la tahlili va yechimi § 1 da keltirilgan. Unga ko'ra optimal reja c (30;90) nuqtada bo'lib, bunda $x_1 = 30; x_2 = 90$ bo'lib $max\, L(x_1, x_2) = 15600$ ekanligini ko'rgan edik. Yuqorida keltirilgan tartibga ko'ra (1.1) – (1.2) masala uchun egizak masala tuzamiz.

$$\begin{cases} 0{,}1y_1 + 0{,}5y_2 + 0{,}1y_3 \ge 1000 \\ 0{,}3y_1 + 0{,}2y_2 + 0{,}1y_3 \ge 1400 \end{cases} \qquad (6.3)$$

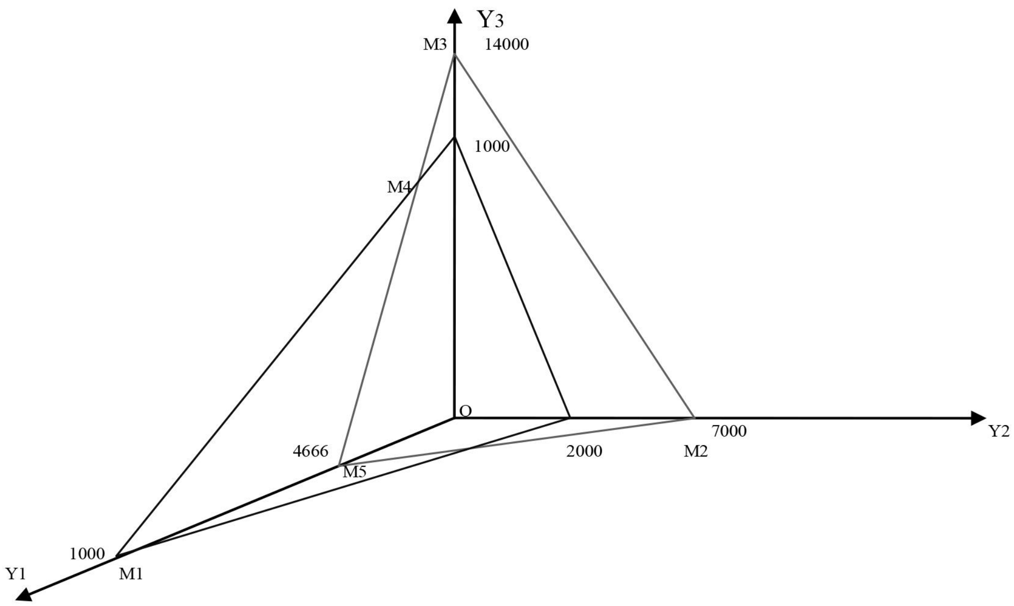
$$Q\,(y_1, y_2, y_3) = 30y_1 + 45y_2 + 12y_3 \to min \qquad (6.4)$$

Hosil bo'lgan (6.3) – (6.4) egizak masalani geometrik usulda yechish uchun uni kanonik ko'rinishga keltiramiz.

$$\begin{cases} \dfrac{y_1}{1000} + \dfrac{y_2}{2000} + \dfrac{y_3}{10000} \ge 1 \\ \dfrac{y_1}{4666,(6)} + \dfrac{y_2}{7000} + \dfrac{y_3}{14000} \ge 1 \end{cases}$$

$$Q = 30y_1 + 45y_2 + 12y_3 \to min$$

Bu yerdagi har bir shart $OY_1\,Y_2\,Y_3$ koordinat fazosida tekislikni ifodalaydi. Ularni chizmada ifodalasak, egizak masala uchun ham MBES qavariq soha bo'lishini ko'ramiz. Bu holat barcha egizak masalalar uchun o'rinli bo'lar ekan. (6.3) – (6.4) masala shartlariga mos mumkin bo'lgan yechimlar sohasi MBES chizmada keltirilgan



MBES $OY_1\,Y_2\,Y_3$ koordinat fazosining 1 – oktantida (6.3) shartlar bilan berilgan tekisliklardan yuqoridagi soha bo'ladi. Bu qavariq sohaning chegaralaridagi uchlari M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 nuqtalarida bo'ladi. Optimal yechimni aynan shu nuqtalardan birida izlash kerak. Chizmadan ko'rinadiki M_1 (10000; 0; 0), M_2 (0; 7000; 0), M_3 (0;0;14000), M_4 (2000; 0; 8000), M_5 (1231; 3846; 0). Bu yerda M_4, M_5 nuqtalar koordinatalari (6.3) sistemadan $y_2 = 0$ va $y_3 = 0$ deb topilgan. Optimal yechimni Q (Y_1,Y_2, Y_3) qiymatlarini taqqoslash orqali topamiz.
$Q(M_1) = 300000$; $Q(M_2) = 315000$; $Q(M_3) = 168000$; $Q(M_4) = 156000$; $Q(M_5) = 170775$. Bu yerdan M_4 nuqtada eng kichik qiymat bo'lishini ko'ramiz. Haqiqatdan ham

$$Sup\, L\,(x_1, x_2) = \inf Q\,(y_1, y_2, y_3) = 156000$$

bo'lar ekan.
Egizak masala yechimini simpleks usulda asosiy masala bilan birgalikda bir yo'la topish mumkin ekan. Buni bevosita amaliy masalani yechish jarayonida namoyish qilamiz.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 32 \\ x_1 + 5x_2 \le 25 \\ L = 300x_1 + 480x_2 \to max \end{cases}$$

masala uchun egizak masala

$$\begin{cases} 4y_1 + y_2 \ge 300 \\ 3y_1 + 6y_2 \ge 480 \\ Q = 32y_1 + 25y_2 \to min \end{cases}$$

Geometrik usulda asosiy masala uchun OX_1X_2 koordinat tekisligida MBES ni chizib tayanch yechimlar $M_1(8;0)$, $M_2(0;5)$, $M_3(5;4)$ nuqtalarda bo’lib, bu nuqtalarda maqasad funksiya qiymatlari $L_1 = 2400$, $L_2 = 2400$, $L_3 = 5 \cdot 300 + 4 \cdot 480 = 3420$. Taqqoslash natijasida optimal yechim $M_3(5;4)$ nuqtada bo’lib, bu nuqtada $x_1 = 5; x_2 = 4$ ekanligini ko’ramiz. Shuningdek egizak masala uchun $OY_1\ Y_2$ tekisligida MBES ni tuzib tayanch yechimlar $M_1(160;0)$, $M_2(0;300)$, $M_3(\ 60;60)$ nuqtada bo’lishini ko’ramiz. Bu nuqtalardagi tayanch yechim qiymatlari $Q_1 = 5120$, $Q_2 = 7500$, $Q_3 = 3420$ larni taqqoslab min $Q = 3420$ ekanligini va bu qiymatga $y_1 = 60; y_2 = 60$ bo’lgan M_3 nuqtada erishilishini ko’ramiz. Shu masalani simpleks usulda yechimini topish jarayonini keltiramiz. Sun’iy basis x_3, x_4 larni kiritib 1 – simpleks jadvalni ifodalaymiz.

i	C_j / C_i			300	480	0	0		
		baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	O_i	←
1	0	A_3	32	4	3	1	0	$10\frac{2}{3}$	
2	0	A_4	25	1	$\boxed{5}$	0	1	5	
	Δ_j		0	-300	-480	0	0		
					↑				

Bu jadvalga mos tayanch yechim $x_3 = 32; x_4 = 25$ optimal emas, chunki $\Delta_j < 0$ lar mavjud. Hal qiluvchi ustun va qatorlarni aniqlab ikkinchi simpleks jadvalni tuzamiz.

i	C_i / C_j			300	480	0	0		
		baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	O_i	
1	0	A_3	17	$\boxed{3,4}$	0	1	-0,6	5	←
2	480	A_2	5	0,2	1	0	0,2	10	
	Δ_j		2400	-204	0	0	96		
				↑					

Bu jadvalga mos tayanch yechim ham optimal emas. Keyingi simpleks jadvalni tuzamiz.

i	C_i / C_j			300	480	0	0	
		$ba2$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	O_i
1	300	A_1	5	1	0	$^{10}/_{34}$	$^{-3}/_{17}$	
2	480	A_2	4	0	1	$^{-1}/_{17}$	$^{4}/_{17}$	
	Δ_j		3420	0	0	60	60	

Bu jadvalga mos barcha $\Delta_j \geq 0$. Demak, jadvaldan $x_1 = 5; x_2 = 4$ ekanligini ko'ramiz. Sun'iy bazislarga mos ustunlardan esa, Δ_j lar qatorida $y_1 = 60; y_2 = 60$ ekanligi kelib chiqadi. Bu yechimlar geometrik usulda topilgan yechimlar bilan bir xil ekanligini ko'ramiz. Egizak masalaning iqtisodiy ma'nosi. Agar asosiy masalada daromadlarni maksimal bo'lishini ta'minlaydigan reja izlangan bo'lsa, egizak masalada harajatlarni minimal bo'lishini ta'minlaydigan qiymatlar izlanar ekan. Bu yerda Y_1, Y_2 larni mos ravishda 1- va 2- homashyolarning bir birligi narxi deb tushunish mumkin. Egizak masala tushunchasi nisbiy bo'lib, agar (6.1) – (6.2), ya'ni Y_i larga nisbatan masalani asosiy desak, X_j larga nisbatan (2.1) – (2.2) masala egizak masala bo'ladi.

Mustaqil ishlash uchun masalalar.

Berilgan ChPM uchun egizak masala tuzilsin va uning yechimi geometrik usulda topilsin.

6.1

$$L\,(x_1,x_2,x_3) = 10x_1 + 5x_2 + 8x_3 \to max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 30 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ \quad x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3. \end{cases}$$

6.2

$$L\,(x_1,x_2,x_3) = 8x_1 + 4x_2 + 6x_3 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 \leq 18 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 24 \\ \quad x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3. \end{cases}$$

6.3

$L\,(x_1,x_2,x_3) = 5x_1 + 6x_2 + 8x_3 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 20 \\ 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 24 \\ \quad x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3. \end{cases}$$

6.4

$L\,(x_1,x_2,x_3) = 4x_1 10x_2 + 8x_3 \to max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ 6x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 30 \\ \quad x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3. \end{cases}$$

6.5

$L\,(x_1,x_2,x_3) = 6x_1 + 10x_2 + 8x_3 \to max$

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 24 \\ 6x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 24 \\ \quad x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3. \end{cases}$$

Takrorlash uchun savollar:

1. Chiziqli dasturlash masalalari uchun egizak masalalar qanday?
2. Egizak masala yechimini geometrik usulda aniqlash?
3. Korrelyatsiya nima?
4. Ko’p faktorli regressiya nima?