Course name: ***Algorithm of calculating methods***
Course language: **Uzbek**
Instructor: **Muhtorjon Yusupov**

Lecture 18: **The Potential Method of Optimal Solution for Transport Problems**

Fan nomi: ***Hisoblash usullarini algoritmlash***
Fan o'qituvchisi: **Muhtorjon Yusupov**

18-mavzu: **Transport masalasini optimal yechishning potensiallar usuli**

18-mavzu. Transport masalasini optimal yechishning potensiallar usuli

Reja:

1. Transport masalasini yechish usullari
2. Transport masalasini yechishning potensiallar usuli

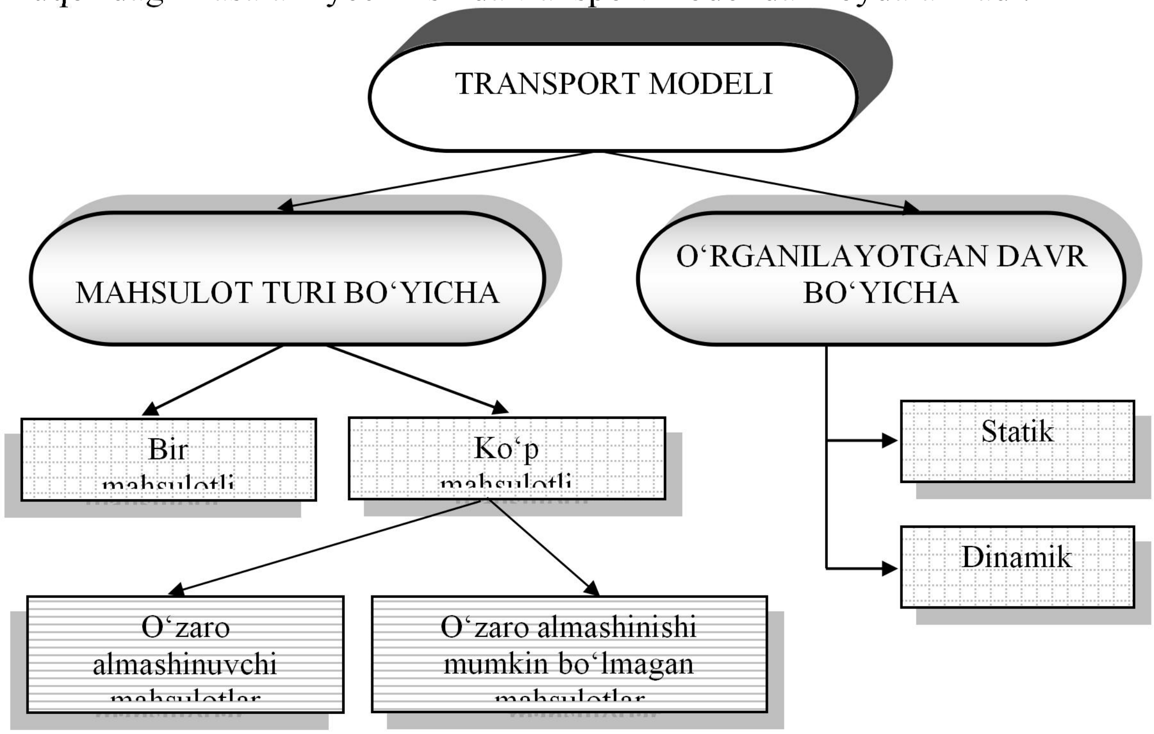
Tayanch iboralar:

Transport masalasi, taqribiy yechim,matematik model, shimoliy-g’arb burchak usuli, Potensiallar usuli.

Faraz qilaylik, bir necha ishlab chiqarish korxonalarda bir xil mahsulot zaxiralari mavjud. Ularni iste’molchilarga yetkazib berish zarur. Har bir ishlab chiqarish korxonasi taklif qiladigan mahsulotlarni hajmi, iste’molchilarning talablari hajmi, har bir ishlab chiqaruvchidan har bir iste’molchiga bir birlik mahsulot tashish uchun sarflanadigan transport xarajatlari ma’lum.

Ta’minotchilar (ishlab chiqaruvchilar) va iste’molchilar orasida shunday optimal xo‘jalik aloqalarni aniqlash kerakki, natijada iste’molchilarning mahsulotlarga bo‘lgan talabi ishlab chiqaruvchilarning imkoniyatiga qarab qondirilsin va mahsulotlarni tashishga sarflanadigan transport xarajatlari eng kam bo‘lsin.

Yuqoridagi masalani yechilishida transport modelidan foydalaniladi.



Boshqa chiziqli dasturlash masalalari singari transport masalasini yechish jarayoni boshlang’ich tayanch rejasini topish bilan boshlanadi. Transport masalasining boshlang’ich rejasini topish usullari ko‘p bo‘lib, quyida «shimoli-g’arbiy burchak» usuli va «minimal xarajat» usuli bilan tanishamiz.

Transport masalasini matematik modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

i -ishlab chiqaruvchi (ta'minotchi) korxonalari nomeri, ;

j -iste'molchi nomeri, ;

- i-ta'minotchi punktidagi mahsulot (yuk) zaxirasi;

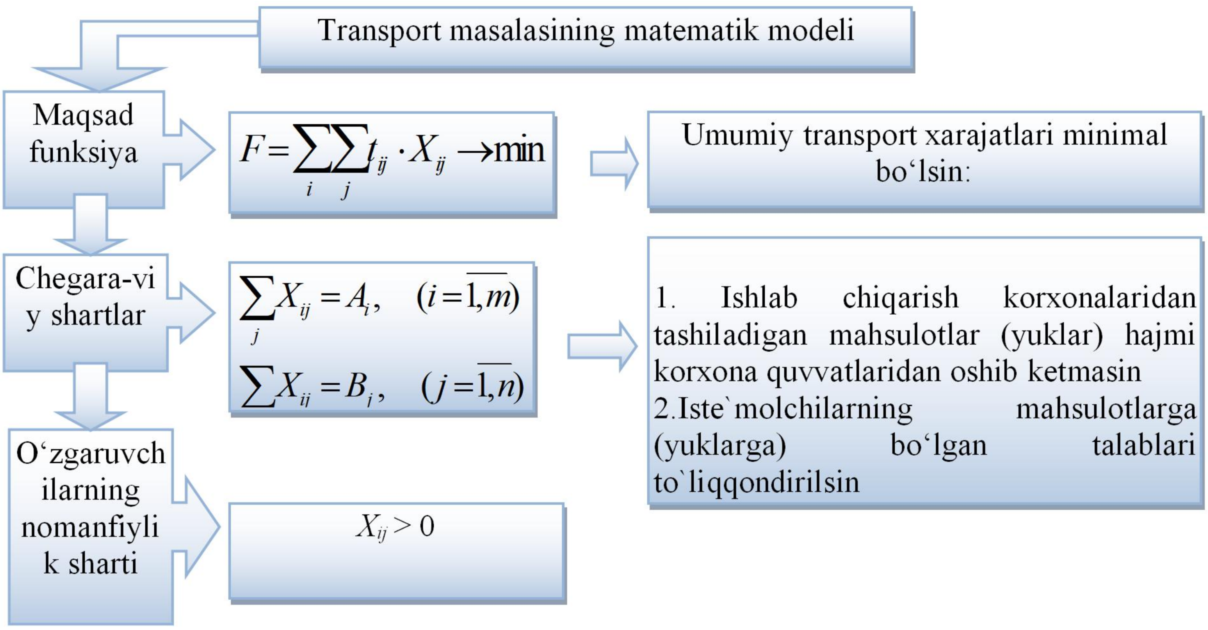
- j-iste'mol punktidagi mahsulot (yuk) ga bo'lgan talab hajmi;

t_{ij} - i-ishlab chiqarish korxonasidan j-iste'mol punktiga bir birlik mahsulot (yuk) ni tashish uchun ketgan transport xarajatlar;

- i-ishlab chiqarish korxonasidan j-iste'mol punktiga tashilishi kerak bo'lgan mahsulot (yuk) ning izlanayotgan hajmi.

Transport masalasining matritsaviy modeli

j / i	B_1	B_2	...	B_n
A_1	t_{11} X_{11}	t_{12} X_{12}	...	t_{1n} X_{1n}
A_2	t_{21} X_{21}	t_{22} X_{22}	...	t_{2n} X_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	t_{m1} X_{m1}	t_{m2} X_{m2}	...	t_{mn} X_{mn}



Transport masalasining yoyilgan iqtisodiy-matematik modeli

Maqsad funksiya:

$$F=t_{11}x_{11}+t_{12}x_{12}+\ldots+t_{mn}x_{mn}\rightarrow\min.$$

Chegaraviy shartlar:

Ishlab chiqaruvchi (ta’minotchi)lar bo‘yicha:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + \ldots + x_{1n} = A_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + \ldots + x_{2n} = A_2 \\ \Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda \\ x_{m1} + x_{m2} + x_{m3} + \ldots + x_{mn} = A_m \end{cases},$$

Iste’molchilar bo‘yicha:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + \ldots + x_{m1} = B_1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + \ldots + x_{m2} = B_2 \\ \Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda\,\Lambda \\ x_{1n} + x_{2n} + x_{3n} + \ldots + x_{mn} = B_n \end{cases}$$

O‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti:

$$x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{mn} \geq 0$$

1.Shimoliy – g’arbiy burchak usuli. Faraz qilaylik, transport masalasining shartlari quyidagi jadvalga joylashtirilgan bo‘lsin.

			...	
	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}
	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}
...	...	...	...	...
	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}

«Shimoliy-g’arbiy burchak» usulining g’oyasi quyidagilardan iborat. Eng avval shimoli-g’arbda joylashgan noma’lumning qiymatini aniqlaymiz. $x_{11} = \min(a_1, b_1)$, agar $a_1 \leq b_1$ bo‘lsa, $= a_{11}$ va $=0$, agar $b_1 \leq a_1$ bo‘lsa, $= a_{11}$ va $=0$ ($j=2,n$) bo‘ladi. Faraz qilaylik, 1-hol bajarilsin. Bu holda 1-qadamdan so‘ng masalaning yechimlaridan tashkil topgan matritsa quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$X_{11}=a_1$	**0**	**0**	**…**	**0**	**0**
X_{21}	X_{22}	X_{23}	…	X_{2n}	**a_2**
…	…	…	…	…	**…**
…	…	…	…	…	**…**
X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	…	X_{mn}	**a_m**
b_1- a_1	**b_2**	**b_3**		**b_n**	

Minimal xarajatlar usuli

Transport masalasining yechimini topish uchun kerak bo‘ladigan iteratsiyalar soni boshlang’ich tayanch rejasini tanlashga bog’liq. Optimal rejaga yaqin bo‘lgan tayanch rejani topish masalaning optimal yechimini topishni tezlashtiradi. Adabiyotda transport masalasining boshlang’ich rejasini topish uchun transport xarajatlarini e’tiborga oluvchi ko‘p usullar ma’lum. Ularning hammasi “shimoliy-g’arb burchak” usulining transport xarajatlarini e’tiborga olgan modifitsirlangan holidir.

Transport masalasining matematik modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

i -ishlab chiqaruvchi (ta’minotchi) korxonalari nomeri, $\left(i=\overline{1,m}\right)$;

j -iste’molchi nomeri, ;

- *i*-ta’minotchi punktidagi mahsulot (yuk) zaxirasi;

- *j*-iste’mol punktidagi mahsulot (yuk) ga bo‘lgan talab hajmi;

t_{ij} - *i*-ishlab chiqarish korxonasidan *j*-iste’mol punktiga bir birlik mahsulot (yuk) ni tashish uchun ketgan transport xarajatlar;

- *i*-ishlab chiqarish korxonasidan *j*-iste’mol punktiga tashilishi kerak bo‘lgan mahsulot (yuk) ning izlanayotgan hajmi.

Potensiallar usuli

Bu usul yordamida boshlangich bazis yechimdan boshlab, optimal yechimga yaqinroq bo‘lgan yangibazis yechimlarga o‘ta borib, chekli sondagi qadamdan keyin masalaning optimal yechimi topiladi. Har bir qadamdan keyin topilgan bazis yechim optimal yechim ekanligini tekshirish uchun har bir ishlab chiqarish punkti A_i va iste’mol qiluvchi $B_j$punktga ularning potensiallari deb ataluvchi miqdorlari u_i va v_j mos qo‘yiladi. Bu potensiallarni shunday tanlash kerakki, bunda A_i va B_j punktlarga mos keluvchi potensiallar yig’indisi (A_i) ishlab chiqarish punktidan (B_j) ist’mol punktigacha bir birlik mahsulotni olib borish uchun sarf qilingan xarajatga, ya’ni c_{ij}ga teng bo‘lishi kerak,

Teorema. Agar X=(x_{ij}) *y*echim transport masalasining optimal yechimi bo‘lsa, u holda unga

$$u_i + v_j = c_{ij}(x_{ij} \quad 0),\qquad i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n} \tag{1}$$

$$u_i + v_j \le c_{ij}(x_{ij} = 0),\qquad i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n} \tag{2}$$

shartni qanoatlantiruvchi n+*t* ta $u_i$va v_j sonlar mos keladi. $u_i$va v_j sonlar mos ravishda ishlab chiqarish punktlari va iste’mol punktlarining potensiallari deyiladi.

*Isbot.*Transport masalasining matematik modeli quyidagidan iborat edi:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \ . \tag{3}$$

chiziqli funksiyaning quyidagi

$$x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = a_i, i = \overline{1,m} \tag{4}$$

$$x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = b_j, j = \overline{1,n} \quad x_{ij} \geq 0 \tag{5}$$

cheklanish shartlarini qanoatlangiruvchi minimumi topilsin. Berilgan bu transport masalasini qandaydir dastlabki chiziqli programmalashtirish masalasining o‘zaro ikki yoqlama masalasi sifatida qarash mumkin. Haqiqatan ham, agar (4) cheklanish shartlarining har biriga dastlabki masalaning u_i *(i=1,2,…,m)* o‘zgaruvchilarini, (5) cheklanish shartlarining har biriga v_j*(j=1,2,…,n)* o‘zgaruvchilarini mos qo‘ysak, dastlabki chiziqli programmalashtirish masalasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$F = \sum_{i=1}^{m} a_i u_i + \sum_{i=1}^{n} b_j v_j \tag{6}$$

chiziqli funksiyaning

$$\begin{aligned} & u_i + v_j \leq c_{ij} \\ & i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n} \end{aligned} \tag{7}$$

cheklanish tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimumi topilsin

X=(x) yechim ikki yoqlama masalaning (transport masalasining) optimal yechimi bo‘lsa, $Y=(u_i,v_j)$ yechim dastlabki chiziqli programmalashtirish masalasi — (6) va (7) ning optimal yechimi bo‘ladi va o‘zaro ikki yoqlama masalaning asosiy teoremasiga asosan min Z=max F

yoki

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a\ u_i + \sum_{j=1}^{n} b_j v_j, x_{ij} \geq 0$$

bo‘ladi.

Chiziqli programmalashgirishning ikki yoqlama masalalari nazariyasidan ma’lumki, agar ikki yoqlama masalaning optimal yechimi (x_{ij})dastlabki masalaning i- cheklanish shartini tengsizlikka aylantirsa u holda ikki yoqlama masala optimal yechimining *i*komponentasi nolga teng va aksincha, ikki yoqlama masala optimal yechiminingi *i* -komponentasi musbat bo‘lsa, u holda dastlabki masalaning *i* -cheklanish shartini tenglikka aylantiradi. Demak,

$$\left.\begin{aligned} & u_i + v_j = c_{ij}, agar x_{ij} \quad 0) \\ & u_i + v_j \leq c_{ij}, agar x_{ij} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Isbot qilingan teoremaga asosan, boshlang’ich bazis yechim optimal bo‘lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

a) to‘ldirilgan har bir katakchalar uchun potensiallar yig’indisi shu katakchalarda joylashgan bir birlik mahsulotni tashish uchun sarflangan xarajatga teng bo‘lishi kerak, ya’ni

$$u_i + v_j = c_{ij} \tag{9}$$

b) bo‘sh turgan har bir katakchalar uchun potensiallar yig’indisi shu katakchalarda joylashgan bir birlik mahsulotni tashish uchun sarflangan xarajatga teng yoki undan kichik bo‘lishi kerak, ya’ni

$$u_i + v_j \le c_{ij} \tag{10}$$

Agar kamida bitta bo‘sh katakcha uchun (10) shart bajarilmasa, topilgan bazis yechim optimal bo‘lmaydi va

$$\max_{\Delta_{ij}>0}(u_i + v_j - c_{ij}) = \Delta_{kl}, (\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij})$$

shartni qanoatlantiruvchi (k,l)katakchani to‘ldirilgan katakchaga aylantirishga to‘g’ri keladi.

Shunday qilib, potensiallar usulining asosiy g’oyasi quyidagi bosqichlardan iborat:

1) shimoliy-g’arbiy burchak usuli yordamida boshlang’ich bazis yechim topiladi;

2) topilgan yechimni optimal yechim ekanligini tekshirish uchun potensiallar sistemasi tuziladi.

Potensiallar sistemasini faqatgina xos bo‘lmagan bazis yechimlar uchun tuzish mumkin. Bunday yechim $m+n=1$ ta to‘ldirilgan katakchalarni o‘z ichiga oladi. Shuning uchun, har bir to‘ldirilgan katakchalardan va (8) dan foydalanib, (9) ko‘rinishda $m + n$ noma’lumli $m + n - 1$ ta potensial tenglamalar sistemasini tuzishimiz mumkin. Hosil qilingan sistemada tenglamalar soni noma’lumlar sonidan bittaga kam bo‘lganligi sababli potensiallarning son qiymatini aniqlashimiz uchun noma’lumlarning biriga (odatda n ga) nol qiymat berib, qolganlarini birin-ketin topishimiz mumkin,

Agar u_i potensial ma’lum bo‘lsa, quyidagi formula yordamida $V_j$topiladi: $v_j = c_{ij} - u_i$

va, aksincha, $v_j$ma’lum bo‘lsa, quyidagi yordamida $u_j$topiladi: $u_i = c_{ij} - v_j$

3)barcha bo‘sh katakchalar uchun shartga yoki $\Delta_{ij}=u_i + v_j - c_{ij}$belgilash kiritsak $\Delta_{ij} \le 0$ shart tekshirib ko‘riladi.

Agar barcha i va j lar uchun

$$\Delta_{ij} \le 0, (i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}) \tag{11}$$

o‘rinli bo‘lsa, topilgan boshlang’ich bazis yechim optimal yechim bo‘ladi. Agar i va j larning kamida bitta qiymatlari uchun $\Delta_{ij} \ge 0$ bo‘lsa, boshlang’ich bazis yechim almashtiriladi. Bu quyidagicha amalga oshiriladi: $\max\limits_{\Delta_{ij}>0} = \Delta_{kl}$ shartni qanoatlantiruvchi *(k,l)* katakcha to‘ldiriladi x_{kl}noma’lum bazisga kiritiladi). $x_{kl}=0$ deb belgilab olib (k, l) katakchaga 0 yoziladi. So‘ngra soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha *(k,l)* katakchadan boshlab to‘ldirilgan katakchalarga tartib bilan (—) va (+) ishoralar qo‘yib boriladi. Natijada yopiq K kontur hosil bo‘ladi: $K=K^{-}UK^{+}$,

bu yerda K^{-}-(-) ishorali katakchalarni o‘z ichiga oluvchi yarim kontur, K^{+}-(+) ishorali katakchalarni o‘z ichiga oluvchi yarim konturdir. θ ning son qiymati quyidagi formula yordamida topiladi:

$$\theta = \min x_{ij} = x_{pg} \qquad x_{ij} \in K^{-} \tag{12}$$

1. Yangi bazis yechim hisoblanadi:

$$x_{kl} = \vartheta,$$
$$x^{I}_{pg} = 0,$$
$$x^{I}_{ij} = x_{ij} \ agar \ \ x_{ij} \in K,$$
$$x^{I}_{ij} = x_{ij} + \vartheta \ agar \ \ x_{ij} \in K^{+},$$
$$x^{I}_{ij} = x_{ij} - \vartheta \ agar \ \ x_{ij} \in K^{-} bo'lsa$$

Yangi bazis yechimdagi to‘ldirilgan katakchalar soni $n + t — 1$ bo‘lgani uchun (12) shartni qanoatlantiruvchi katakchalar birdan ortiq bo‘lsa, ulardan bittasini bo‘sh katakchaga aylantirib, qolgan katakchalardagi taqsimotni nolga teng deb qabul qilamiz.

Har bir qadamda topilgan yangi bazis yechim uchun yana qaytadan potensiallar sistemasi tuziladi va yangi bazis yechimning optimal yechim bo‘ladigan (10) yoki (11) sharti tekshiriladi. Agar yangi bazis yechim uchun (10) yoki (11) sharglar bajarilmasa, u holda 3, 4 punktlarda bayon qilingan ishlar takrorlanadi. Takrorlash jarayoni optimal yechim topilguncha, ya’ni barcha bo‘sh katakchalar uchun $\Delta_{ij}=u_i+v_j-c_{ij}\leq 0$ shart bajarilguncha davom ettiriladi.

Misol. *A,* va A_2 bazalarning har birida 30 tonnadan sement bor. Agar A_1 bazadan B_1, B_2va B_3magazinlarga 1 tonna sementni olib borish uchun sarflanadigan xarajat mos ravishda 1,3 va 5 so‘mni, A_2bazadan esa — *2,5* va 4 so‘mni tashkil etsa har bir magazinga 20 tonnadan sement shunday yetkazib berilsinki, natijada sarflanadigan transport xarajati eng kam bo‘lsin.

Yechish. A_i $(i=1,$ 2) bazalardan $B_j$$(j=$ 1, 2, 3) magazinlarga olib boriladigan sementning umumiy miqdorini x_{ij}bilan belgilasak, berilgan transport masalasining cheklanish tenglamalari sistemasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned}
&x_{11}+x_{11}+x_{11}=30,\\
&x_{21}+x_{22}+x_{23}=30,\\
&x_{11}+x_{21}=20,\\
&x_{12}+x_{22}=20,\\
&x_{13}+x_{23}=20\\
&x_{ij}\geq 0, i=1,2; j=1,2,3.
\end{aligned} \tag{14}$$

Maqsad funksiya quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

$$Z=x_{11}+3x_{12}+5x_{13}+2x_{21}+5x_{22}+4x_{23} \tag{15}$$

Shunday qilib, (14)-(15) shart berilgan transport masalasining matematik modelini tashkil qiladi. Demak, (14) cheklanish tenglamalari sistemasini qanoatlantiruvchi yechimini topamiz, unda (15) maqsad funksiya eng kichik qiymatga erishadi.

Berilgan (14)-(15) transport masalasini jadval ko‘rinishida quyidagicha ifodalaymiz:

1- jadval

Bazalar	Bazalarda saqlanayotgan sement	Manzillar		
		B_1	B_2	B_3
A_1	30	x_{11} 1	x_{12} 3	x_{13} 5
A_2	30	x_{21} 2	x_{22} 5	x_{23} 4
Magazinlarning sementga bo‘lgan talabi		20	20	20

Dastlabki transport masalasi — (14)-(15) ga o‘zaro ikki yoqlama masala tuzamiz. Haqiqatan ham, (6) va (7) lardan foydalanib,

$$F = 30u_1 + 30u_2 + 20v_1 + 20v_2 + 20v_3 \tag{16}$$

chiziqli funksiyaning

$$\begin{aligned} &u_1 + v_1 \le 1, \\ &u_1 + v_2 \le 3, \\ &u_1 + v_3 \le 5, \\ &u_2 + v_1 \le 2, \\ &u_2 + v_2 \le 5, \\ &u_2 + v_3 \le 4. \end{aligned} \tag{17}$$

cheklanish tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimumini topadigan ikki yoqlama masalaga ega bo‘lamiz.

Shunday qilib, transport masalasini potensiallar usuli bilan yechish uchun quyidagi bosqichlarni bajaramiz.

I. Shimoliy-garbiy burchak usuli yordamida boshlang’ich bazis yechimini topamiz.

1. x_{11}=min(30,20)=20, shuning uchun b_1=0 va $a_1=a_1-b_1$=30-20=10ga o‘zgaradi, x_{11},$=0$ bo‘ladi (2-jadvalga qarang).

2 – jadval

Bazalar	Bazalarda saqlanayotgan sement	Manzillar		
		B_1	B_2	B_3
A_1	30	20 1	x_{12} 3	x_{13} 5
A_2	30	0	x_{22}	x_{23}

		2	5	4
Magazinlarning sementga bo‘lgan talabi		20	20	20

2. x_{12}=min(20)=10 shuning uchun a_1= 0 va b_2 = 20—10 = 10 ga o‘zgaradi. $x_{13} = 0$ bo‘ladi (3-jadval).

3 – jadval

Bazalar	Bazalarda saqlanayotgan sement	Manzillar		
		B_1	B_2	B_3
A_1	30	20 1	10 3	0 5
A_2	30	0 2	10 5	x_{23} 4
Magazinlarning sementga bo‘lgan talabi		20	20	20

3. $x_{22}=min$ (30, 10) =10, demak, b = 0, a_2 = 30 — 10 = 20 ga o‘zgaradi (10.4-jadval).

4 – jadval

Bazalar	Bazalarda saqlanayotgan sement	Manzillar		
		B_1	B_2	B_3
A_1	30	20 1	10 3	0 5
A_2	30	0 2	10 5	20 4
Magazinlarning sementga bo‘lgan talabi		20	20	20

4. x_{23} = min (20, 20) = 20, bunda $a_g = 0$ va $b_2 = 0$ ga o‘zgaradi.Demak, boshlang’ich bazis yechim: x_{11}= 20; x_{12}—10; x_{22}=10 va x_{gz} = 20 bo‘lar ekan.

Topilgan boshlang’ich bazis yechimda (10.15) maqsad funksiyaning qiymati

5 ·20 + 3 • 10 + 5 • 10 + 4 • 20= 180 (so‘m) bo‘ladi.

II. Topilgan boshlangich bazis yechimni optimal yechim ekanligini tekshiramiz. Buning uchun potensiallar sistemasini tuzamiz, ya’ni o‘zaro ikki yoqlama masalaning cheklanish tengsizliklari sistemasidan foydalanamiz. Agar dastlabki masala (transport masalasi) uchun topilgan boshlang’ich bazis yechim optimal bo‘lsa, u holda ikki yoqlama masalaning cheklanish tengsizliklari sistemasi o‘zining yechimlarida tengliklar ko‘rinishida bajarilishi kerak. Bu holda chiziqli tenglamalar sistemasi hosil bo‘lib, u cheksiz ko‘p yechimlarga ega bo‘ladi. Bu yechimlardan birini topamiz.

Topilgan yechimni ikki yoqlama masalaning cheklanish tengsizliklari sistemasidagi tenglamalar sistemasiga (yuqorida tuzilgan) kirmagan shartlariga qo‘yamiz. Agar bu tengsizliklar bajarilsa, tekshirilayotgan boshlang’ich bazis yechim optimal yechim bo‘ladi. Aks holda optimal yechim bo‘lmaydi. Shunday qilib, yuqorida topilgan boshlang’ich bazis yechimga (17) cheklanish tengsizliklar sistemasidan quyidagi besh noma’lumli to‘rtta tenglamalar sistemasi mos keladi:

$$
\begin{aligned}
u_1 + v_1 &= 1, \\
u_1 + v_2 &= 3, \\
u_2 + v_2 &= 5, \\
u_2 + v_3 &= 4.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

Haqiqatan ham, bu tenglamalar sistemasida noma’lumlar soni tenglamalar sonidan bittaga ko‘p bo‘lgani uchun, uning yechimlari cheksiz ko‘pdir. Bu yechimlardan birini topish uchun noma’lumlarning birortasiga (odatda $u_1$ga) nol qiymat berib, qolganlarini bevosita hisoblash yo‘li bilan topiladi, ya’ni $u_1 = 0$ desak, (18) ning birinchisidan $V_1 = 1$, ikkinchisidan esa $V_2 = 3$ va keyingisidan $u_3 = 2$ hamda $V_1 = 2$ ekanligi kelib chiqadi. Bu yechimni vektor ko‘rinishda quyidagicha yozamiz:

$(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3) = (0;2;1;3;2)$

Topilgan ikki yoqlama masalaning bu yechimlarini (17) tengsizliklar sistemasining qolganlariga qo‘yamiz:

$$
\begin{cases} u_1 + v_3 \le 5 \\ u_2 + v_1 \le 2 \end{cases}
\qquad
\begin{cases} 0 + 2 \le 5 & (a) \\ 2 + 1 \le 2 & (b) \end{cases}
$$

Bu yerdan ko‘rinib turibdiki (a) tengsizlik to‘g’ri, (b) tengsizlik esa noto‘g’ridir. Demak, (18) sistemaning yechimlari (17) tengsizliklar sistemasining barcha tengsizliklarini qanoatlantirmas ekan. Bu esa boshlang’ich bazis yechimning optimal emasligini ko‘rsatadi.

Yangi bazis yechimni tuzamiz. $u_2 + v_1 \le 2$ tengsizlikka x_{21} o‘zgaruvchi mos keladi. x_{21}o‘zgaruvchini bazis yechimga kiritamiz. $x_{21} = \Theta$ deb belgilab (2,1) katakchaga, ya’ni (A_2, B_1) katakchaga Θ ni yozamiz (4-jadvalga qarang). Bu katakchadan boshlab soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha to‘ldirilgan katakchalarga tartib bilan (—) va (+) ishoralarini qo‘yamiz.

Θ ning son qiymatini (12) formula orqali quyidagicha topamiz:

$$\Theta = \min_{x_{ij} \in K^-} x_{ij} = \min_{x_{ij} \in K^-}(20,10) = 10$$

10.5 – jadval

Bazalar	Bazalarda saqlanayotgan sement	Manzillar		
		B_1	B_2	B_3
A_1	30	20 1-	10 3+	0 5
A_2	30	0 2+	10 5-	20 4

Magazinlarning sementga bo‘lgan talabi	20	20	20

Endi (13) dan foydalanib, yangi bazis yechimni quyidagicha yozamiz:

$$x_{21}=\theta=10$$

$$x_{11}\in K^{-}\ \ bo'\lg ani\ \ uchun\ \ x_{11}^{I}=x_{11}-\theta=20-10=10,$$

$$x_{12}\in K^{+}\ \ bo'\lg ani\ \ uchun\ \ x_{12}^{I}=x_{12}+\theta=10+10=20,$$

$$x_{22}\in K^{-}\ \ bo'\lg ani\ \ uchun\ \ x_{22}^{I}=x_{22}-\theta=10-10=0,$$

$$x_{23}\in K\ \ bo'\lg ani\ \ uchun\ \ x_{23}^{I}=x_{23}20$$

Yangi bazis yechim: $x'_{11}=10;\ x'_{12}=20;\ x_{21}=10;\ x'_{22}=0;\ x'_{23}=\ 20$ bo‘ladi. Yangi bazis yechimda (6.15} maqsad funksiyaning qiymati Z_2= 10 + 3 • 20.+ 2 • 10 + 4 • 20 =170 (so‘m) bo‘ladi.

Yangi bazis yechimni optimal yechim ekanligini tekshiramiz. Yangi bazis yechimga quyidagi tenglamalar sistemasi mos keladi;

$$u_1+v_1=1$$
$$u_1+v_2=3$$
$$u_2+v_1=2$$
$$u_2+v_3=4$$

Bu tenglamalar sistemasining yechimi $u_1=0$ da quyidagicha bo‘ladi

$(u_1;u_2;v_1;v_2;v_3)=(0;1;1;3;3)$ (19)

Topilgan yechimni (10.17) tengsizliklar sistemasining qolganlariga qo‘yamiz:

$$\begin{cases} u_1+v_3\le 5 \\ u_2+v_2\le 5 \end{cases}\ \ yoki\ \ \begin{cases} 0+3\le 5 \\ 1+4\le 5 \end{cases}$$

Ko‘rinib turibdiki, yangi bazis yechimda (17) ning barcha tengsizliklari to‘g’ri ekan. Demak, yangi bazis yechim:

$$x'_{11}=10;\quad x'_{12}=20;\quad x'_{13}=0;$$

$$x'_{21}=10;\quad x'_{22}=0;\quad x'_{23}=20$$

optimal yechim ekan. (19) esa ikki yoqlama masala (16), (17) ning optimal yechimi bo‘ladi. (16) chiziqli funksiyaning (19) yechimdagi qiymati:

F = 30 • 0 + 30 • 1 + 20 • 3 + 20 • 3 = 170 so‘m,

Haqiqatan ham, $Z_{min}=F_{max}$=170 so‘m bo‘lgani uchun masala to‘g’ri yechildi.

Shunday qilib, hosil qilingan optimal bazis yechimdan quyidagicha xulosa chiqarish mumkin. A_1 bazadan 10 t sement B_1, magazinga, qolgan 20 t sement B_2magazinga yetkazib berilsa, A_2bazadan 10 t sement B_2, magazinga, qolgan 20 t esa B_3 magazinga yetkazib berilsa, eng kam transport xarajati 170 so‘mni tashkil etadi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Transport masalasining kriteriy bo‘yicha turlari
2. Transport masalasining yoyilgan iqtisodiy-matematik modeli
3. Transport masalasining matritsaviy modeli

4. Potensiallar usuli